

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 530.182+535.1

# Моделирование самофокусировки фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе методом дифракционно-лучевых трубок

Ю.Э. Гейнц, А.А. Землянов, О.В. Минина\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 24.12.2018 г.

Представлены результаты теоретического исследования распространения в режиме самофокусировки и филаментации в воздухе фемтосекундных импульсов титан-сапфирового лазера. Анализ самофокусировки импульсного излучения проводился на основе метода дифракционных лучей и световых трубок. Его результаты позволили установить, что при самофокусировке в лазерном пучке формируются специфические световые структуры. Одной из таких структур является энергетически пополняющая дифракционно-лучевая трубка, которая обеспечивает необходимой энергией участок филаментации, а на этапе постфиламентационного распространения импульса существует в форме интенсивного светового канала. Установлены зависимости радиуса и мощности энергетически пополняющей трубки от начального радиуса пучка и пиковой мощности излучения при фиксированной длительности импульса. Выявлено, что энергетические затраты излучения на филаментацию снижаются при увеличении радиуса пучка. Пиковая мощность, содержащаяся в энергетически пополняющей световой трубке на этапе постфиламентационного распространения импульса, не превышает критическую мощность самофокусировки для гауссова пучка и слабо зависит от начальных параметров импульса.

*Ключевые слова:* фемтосекундные лазерные импульсы, самофокусировка, филаментация, дифракционно-лучевая трубка, энергетически пополняющая трубка, постфиламентационный световой канал; femto-second laser pulses, self-focusing, filamentation, diffraction-beam tube, energy-replenishing tube, post-filamentation light channel.

### Введение

В результате самофокусировки лазерного пучка в керровской среде уменьшается его поперечный размер и образуется нелинейный фокус. Формирование нескольких последовательных фокусов за счет образования волноводной структуры и/или фокусировок в разных временных слоях импульса обеспечивает филаментацию лазерного излучения. Явления самофокусировки и филаментации излучения вызваны пространственно-временными модуляциями фазы и амплитуды светового поля в нелинейной среде керровского типа. Характерной чертой филаментации является эффект суперконтинуального свечения, связанный с модуляцией нелинейной фазой волны.

Исследования самофокусировки света, продолжающиеся уже более полувека с момента предсказания этого явления [1], не теряют своей актуальности и в настоящие дни в связи с широким использованием фемтосекундных лазерных систем в научных и технических разработках. Эффекты, которыми сопровождаются явления самофокусировки и фила-

ментации ультракоротких лазерных импульсов, могут быть использованы для решения актуальных задач атмосферной оптики, связанных, например, с дистанционным зондированием окружающей среды и направленной доставкой световой энергии на большие расстояния. Результаты фундаментальных исследований по проблеме самофокусировки и филаментации лазерных импульсов и их практических приложений представлены в обзорах [2, 3] и монографиях [4, 5].

При самофокусировке и филаментации лазерных импульсов в зависимости от среды распространения и параметров излучения количество нелинейных фокусов может сильно варьироваться. Это сказывается на характеристиках световых структур, возникающих при филаментации. Примерами таких структур можно считать весь лазерный пучок и его части: световой филамент, постфиламентационный канал (ПФК).

Как показано в работах [6–10], перспективным инструментом для анализа самофокусировки и филаментации ультракоротких лазерных импульсов, а также отдельных световых структур является методология дифракционно-лучевых трубок. В отличие от амплитудного подхода, на основе которого созданы широко известные модели филаментации, такие как модель нелинейных движущихся фокусов [2, 11, 12],

\* Юрий Эльмарович Гейнц (ygeints@iao.ru); Александр Анатольевич Землянов (zaa@iao.ru); Ольга Владимировна Минина (mov@iao.ru).

оптического «солитона» [11, 13], «энергетического резервуара» [14, 15], используемый для построения дифракционно-лучевых трубок амплитудно-фазовый анализ самовоздействия лазерных импульсов в среде имеет ряд преимуществ. Так, учет изменения фазы световой волны при расчете интенсивности позволяет через локальный наклон фазового фронта определить направление тока интенсивности в различных пространственных областях лазерного пучка.

Таким образом, построение дифракционно-лучевых картин позволяет интерпретировать информацию, содержащуюся в фазе светового импульса, за счет визуализации численного решения и исследовать особенности формирования отдельных световых структур при филаментации. Подробное теоретическое описание распространения ультракоротких лазерных импульсов в прозрачных средах на основе дифракционно-лучевой концепции и примеры ее применения представлены в работах [9, 10].

В настоящей работе проведено численное исследование распространения мощных импульсов титан-сапфирового лазера в воздухе. Для этих целей использовалось нелинейное уравнение Шрёдингера для нормированной комплексной амплитуды медленно меняющейся напряженности электромагнитного поля светового импульса. Математическая постановка задачи и основные физические модели нелинейного взаимодействия излучения со средой, а также основные соотношения амплитудно-фазового подхода даны в Приложении (подробное описание содержится в [9]).

Расчеты произведены для лазерных импульсов с длительностью  $t_p = 100$  фс и центральной длиной волны  $\lambda_0 = 800$  нм. Начальный радиус (по уровню спада интенсивности  $e^{-1}$ )  $R_0$  варьировался от 0,18 до 3 мм. Пиковая мощность импульса  $P_0$  менялась в интервале  $(3-15)P_{cr}$ . Здесь  $P_{cr}$  – критическая мощность самофокусировки, которая для рассматриваемых параметров гауссова пучка равна 3,2 ГВт. В качестве световых структур в настоящей работе будут рассмотрены дифракционно-лучевая трубка (ДЛТ), энергетически пополняющая трубка, область абберационного фокуса пучка. Под абберационным фокусом в данном случае понимается пространственная область, в которой происходит фокусировка лучей вследствие аббераций керровской линзы.

## Характеристики энергетически пополняющей трубки

В рамках дифракционно-лучевого подхода лазерный пучок может быть представлен как совокупность вложенных друг в друга ДЛТ. При условии радиальной симметрии задачи границы каждой из трубок определяются соответствующим дифракционным лучом (ДЛ) при его вращении вокруг оси лазерного пучка. Рассмотрим примеры дифракционно-лучевых картин (рис. 1), построенных для мгновенных лучей  $R_d$  из центрального временного среза импульса  $\tau = (t - z/v_g)/t_p = 0$  ( $v_g$  – групповая ско-

рость импульса), а также усредненных по времени лучей  $R_{dw}$ , определяющих интегральную картину процесса. Рассмотрение центрального временного среза импульса интересно не только с точки зрения исследования динамики процесса филаментации, но и потому, что он вносит основной вклад в формирование интегральной картины, поскольку содержит в себе основную мощность излучения. Траектории лучей находятся по известному профилю фазы волны  $\phi(\mathbf{r}_1, z; t)$  путем решения уравнений (П4) и (П6) (см. Приложение). Параметры лазерных импульсов были выбраны следующими: относительная мощность  $\eta = P_0/P_{cr} = 6$ , радиус пучка  $R_0 = 0,18$  и 1 мм. На рис. 1 координаты лучей  $R_d$  и  $R_{dw}$  нормированы на начальный радиус пучка  $R_0$ , а продольная координата  $z$  – на рэлеевскую длину исходного пучка  $L_R = k_0 R_0^2/2$ , где  $k_0$  – волновое число.

Для большей наглядности на рис. 1 приведена лишь часть ДЛ, что позволяет лучше проследить расхождение пучка на два семейства ДЛТ: 1) внутреннее, сходящееся к оси пучка, и 2) внешнее, расходящееся от оси, но испытывающее локальные подфокусировки. Данное разделение лучше заметно для лучей из центрального временного среза (рис. 1, а, б), чем для усредненных по времени лучей (рис. 1, в, г), поскольку при усреднении по времени отличия в характере ДЛ в разных временных срезах импульса, описанные в [8, 10], исчезают. В результате на интегральной по импульсу дифракционно-лучевой картине траектории лучей загибаются более плавно под действием самофокусировки и входят в нелинейный фокус под меньшими углами к оси распространения, а поперечный размер абберационного фокуса  $R_f$  увеличивается. Наличие фокуса, в котором происходит локализация световой энергии, связано с оптической нелинейностью высших порядков (насыщение эффекта Керра), а также процесса многофотонного поглощения и плазмообразования в среде, препятствующими полному «схлопыванию» лазерного пучка при высоких интенсивностях поля. Как видно из рис. 1, в формировании абберационного фокуса непосредственно участвуют лучи из внутренней части пучка, тогда как лучи внешней части лишь обеспечивают поддержание (локализацию) приосевой области на некотором участке трассы.

Исходя из анализа дифракционно-лучевых картин, следует отметить, что поперечный размер абберационного фокуса  $R_f$ , а также его пространственная координата  $z_f$  варьируют в зависимости от выбора конкретной лучевой трубки. В целом данные параметры растут с увеличением начального радиуса ДЛТ  $R_d$ . Количественные оценки показывают, что характер зависимости  $R_f(R_d)$  определяет начальный радиус пучка. Для примера на рис. 2 показаны случаи лазерных пучков радиусом  $R_0 = 0,18$ ; 1 и 2 мм и относительной мощностью  $\eta = 6$ .

Видно, что если для субмиллиметровых пучков зависимость радиуса фокуса от радиуса ДЛТ, нормированных на начальный радиус пучка, имеет практически линейный характер, то для миллиметровых пучков она существенно нелинейная. В последнем

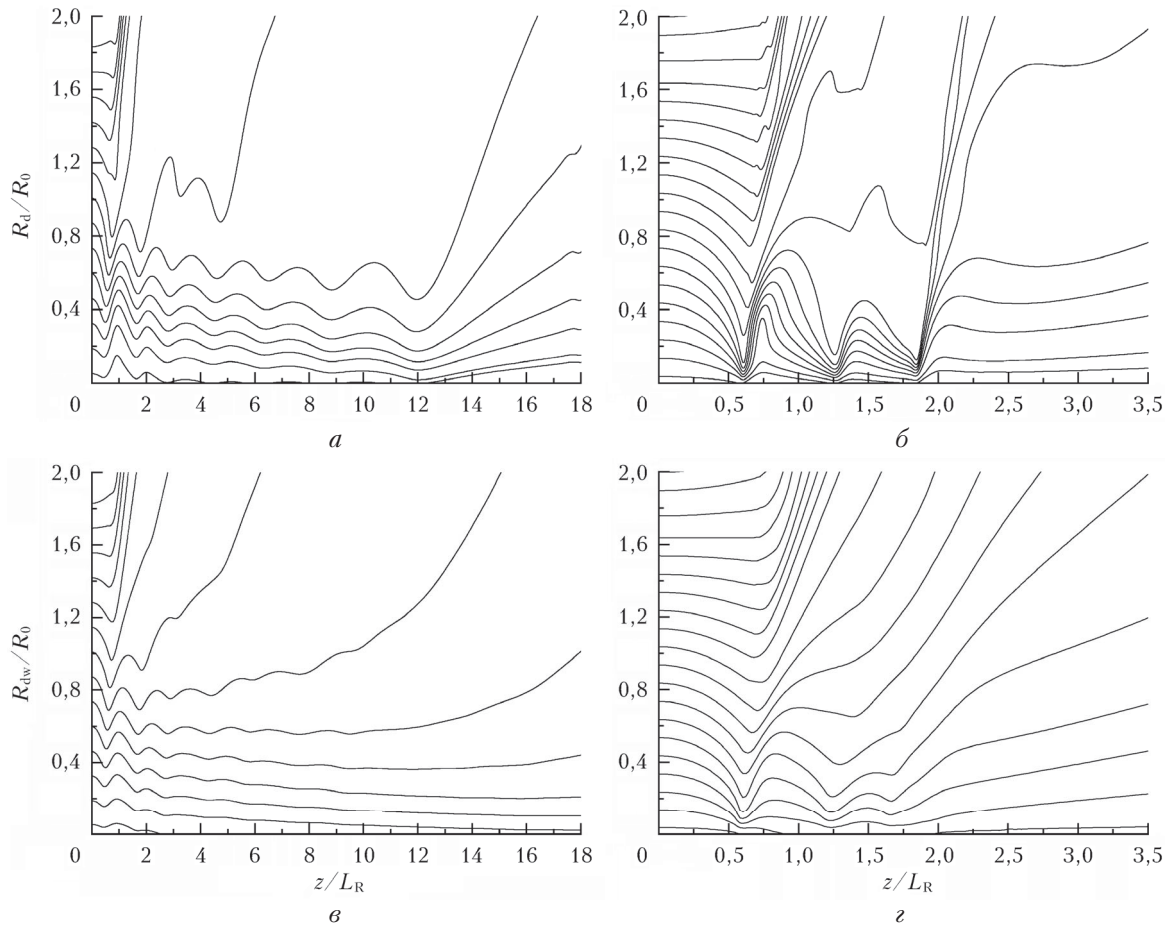


Рис. 1. Зависимость относительных радиусов ДЛТ для центрального временного среза импульса (а, б) и усредненных по времени лучей (в, г) вдоль траектории для пучков радиусом  $R_0 = 0,18$  (а, в) и 1 мм (б, г) и относительной мощностью  $\eta = 6$

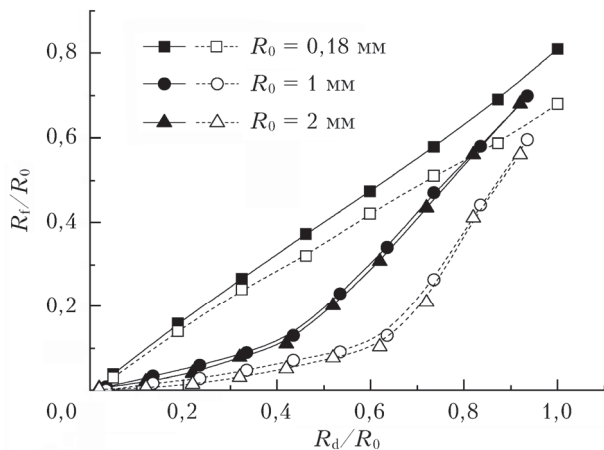


Рис. 2. Зависимость радиуса абберационного фокуса  $R_f/R_0$  в ДЛТ от начального радиуса трубки  $R_d/R_0$  при варьировании начального радиуса лазерного пучка  $R_0$  в центральном временном срезе импульса (пунктирные кривые) и для интегральной картины (сплошные кривые)

случае можно выделить дифракционные лучи, для которых размер фокуса будет слабо увеличиваться при увеличении радиуса ДЛТ и составлять около  $0,1R_0$ . Более наглядно на рис. 2 это демонстрируют пунктирные кривые, построенные для центрального вре-

менного среза. Для интегральной картины (сплошные кривые) также можно выделить ДЛТ, которые формируют фокус радиусом  $0,1R_0$ . Но из-за усреднения по времени в формировании данной области будут участвовать трубки меньшего начального радиуса — около  $0,4R_0$  (сплошные кривые на рис. 2), тогда как для центрального временного среза их радиус составляет приблизительно  $0,6R_0$  (пунктирные кривые на рис. 2).

Зависимость пространственной координаты абберационного фокуса лучевых трубок  $z_f$  от их начального радиуса также проявляет различный характер при изменении радиуса лазерных пучков. Для субмиллиметрового лазерного пучка (рис. 1, а, в) в нормированных координатах  $z/L_R$  каждый ДЛ фокусируется на определенном расстоянии  $z_f$ , которое располагается дальше по дистанции распространения с увеличением начального радиуса трубки  $R_d$ . Более детально зависимость координаты нелинейного фокуса  $z_f/L_R$  от начального радиуса ДЛТ  $R_d/R_0$  представлена на рис. 3. Параметры излучения соответствуют рис. 2.

Для субмиллиметрового пучка с увеличением начального радиуса ДЛТ координата нелинейного фокуса  $z_f/L_R$  сдвигается от источника лазерного излучения, и для лучевой трубки, соответствующей

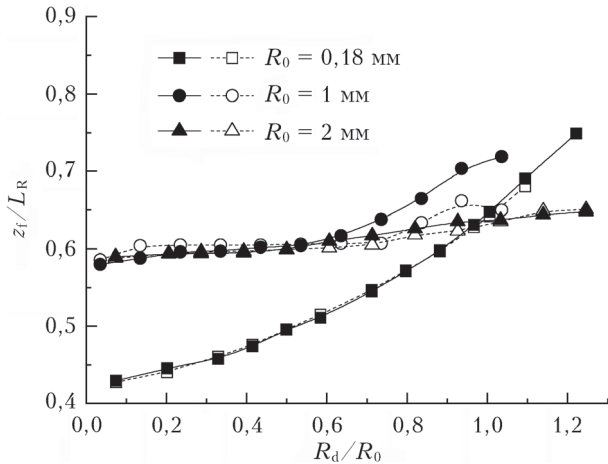


Рис. 3. Зависимость координаты нелинейного фокуса  $z_t/L_R$  ДЛТ от начального радиуса трубки  $R_d/R_0$  при варьировании начального радиуса лазерного пучка  $R_0$  в центральном временном срезе импульса (пунктирные кривые) и для интегральной картины (сплошные кривые)

радиусу пучка  $R_0$ , координата фокуса сдвигается почти на  $0,2L_R$  относительно ее положения для приосевых лучей. В отличие от субмиллиметровых лазерных пучков для пучков миллиметрового радиуса можно говорить не только об абберационном фокусе, но и о локализации определенного набора ДЛТ, в частности с  $R_d < 0,8R_0$ . Для оценки размеров данной области была выбрана энергетически пополняющая лучевая трубка, которая на начальном этапе обеспечивает самофокусировку пучка и формирование первого фокуса, а затем поддерживает существование филамента и ПФК. Трубку, образованную мгновенными лучами, будем называть дифференциальной, а усредненными по времени – интегральной.

Одинаковый характер распространения лучей  $R_d < 0,8R_0$  для миллиметровых лазерных пучков позволяет говорить о сохранении подобия (автомоделности) для внутренней части пучка на начальном этапе самофокусировки. Данное предположение представляет интерес еще и для выбора из всего множества ДЛТ пучка одной энергетически пополняющей трубки, энергия которой обеспечивает самофокусировку и филаментацию. Впервые на существование параксиальных пучков, для которых при распространении в среде распределение поля в различных сечениях остается себе подобным, но характеризуется разными масштабными множителями, было указано В.И. Талановым в [16]. С использованием газодинамической аналогии [17] в работе [16] такие пучки были названы автомоделными. Позднее в [18, 19] уточнялось, что при самофокусировке светового пучка локально формируются автомоделные структуры поля вблизи фокуса. Как упоминалось в [10], автомоделному приближению соответствует начальный этап самофокусировки излучения сверхкритической мощности (т.е. до образования первого нелинейного фокуса), когда еще несущественны абберации его профиля.

Для проверки лазерных пучков различного начального радиуса на автомоделность были построены

зависимости отношения радиуса лучевой трубки  $R_d$  и  $R_{dw}$  к радиусу произвольной трубки  $R_t$ . При этом для определения области, обладающей автомоделными свойствами, выбор конкретного значения  $R_t$  был различен. На рис. 4 представлены изменения вдоль трассы отношения радиуса трубки к радиусу трубки с начальным радиусом, равным радиусу пучка:  $R_t = R_0$ . Координата  $z$  нормирована на длину Рэлея трубки  $L_{Rt} = L_R(R_t/R_0)^2$ , которая в данном случае соответствует длине Рэлея всего пучка.

Построенные зависимости продемонстрировали, что автомоделные свойства проявляются не у всего лазерного пучка, когда  $R_t = R_0$  (рис. 4), и не у энергетически пополняющей трубки  $R_t = R_{rt}$  (графики здесь не приведены), поскольку в этих случаях построенные линии загибаются и параллельность между ними не сохраняется. Зато для внутренних частей пучка (для центрального временного среза миллиметрового пучка  $R_t < 0,4R_0$ ) наблюдается подобие между линиями (графики здесь не приведены). Все они идут практически параллельно друг другу, что свидетельствует о выполнении условий автомоделности. При этом для усредненных ДЛ за счет усреднения по времени размер автомоделной структуры будет меньше, чем для центрального временного среза. Следует также отметить, что при уменьшении радиуса трубки  $R_t$  может быть выбрана приосевая трубка, мощность в которой не превышает критического значения  $P_{cr}$ , что не соответствует условию самофокусировки. Однако, как видно на рис. 1, даже приосевые трубки испытывают фокусировку. Это обусловлено тем, что указанная трубка находится в системе вложенных друг в друга трубок, верхние из которых уже испытывают самофокусировку и поджимают приосевые.

Для субмиллиметровых лазерных пучков формируемые структуры, несмотря на отличия, показанные на рис. 2 и 3, также будут оставаться подобными. Свойство автомоделности будет проявляться не у всего лазерного пучка (рис. 4, а, в) и не у энергетически пополняющей трубки, а лишь у внутренних частей пучка, но относительный радиус трубки, характеризующейся автомоделными свойствами, для субмиллиметровых пучков будет больше ( $R_t < 0,8R_0$ ).

За счет автомоделности отдельных световых структур пучка, ограниченных лучевыми трубками, такие ДЛТ сообщают вклад в формирование нелинейного фокуса, тогда как остальные лучевые трубки с потерей свойства автомоделности будут «размывать» картину фокусировки. Результатом такого пространственного и временного «размытия» являются увеличение размера фокуса для усредненных (по импульсу) лучей и уменьшение радиуса энергетически пополняющей трубки. Кроме того, этим объясняется и то, что для усредненных лучей менее характерно расслоение пучка на внутреннюю (самофокусирующуюся) и внешнюю (дефокусирующуюся) части (см. рис. 1).

Анализ динамики световых структур при филаментации фемтосекундных лазерных импульсов [8]

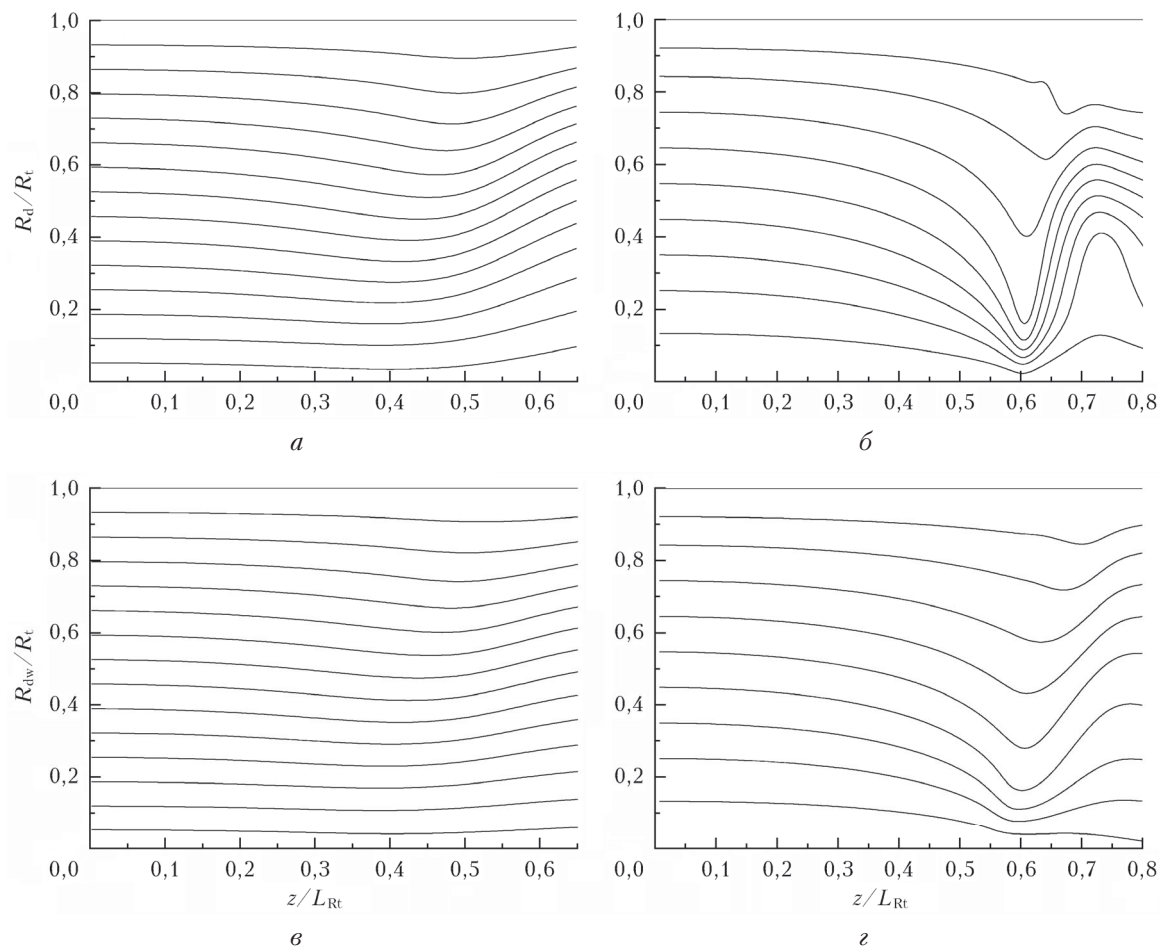


Рис. 4. Зависимость отношения радиуса трубки к радиусу ДЛТ, соответствующему начальному радиусу пучка вдоль траектории для мгновенных лучей из центрального временного среза импульса (*а*, *б*), и усредненных по времени лучей (*в*, *г*) для пучков радиусом  $R_0 = 0,18$  (*а*, *в*) и 1 мм (*б*, *г*) и относительной мощностью  $\eta = 6$

показал, что практически с момента начала филаментации диаметр энергетически пополняющей трубки сопоставим с поперечными размерами пространственной области, где происходят основные энергопотери пучка на плазмообразование, независимо от начального радиуса пучка. Однако сам размер указанных областей для пучков различного начального радиуса и мощности может существенно отличаться.

На основе построения дифракционно-лучевых картин для лазерных пучков с различными параметрами излучения и их анализа были определены начальный радиус  $R_{rt}$  и мощность  $P_{rt}$  дифференциальной энергетически пополняющей трубки в центральном временном срезе импульса. Это позволило определить зависимости указанных характеристик данной трубки от  $\eta$  и  $R_0$  всего лазерного пучка. Полученные результаты представлены на рис. 5 и 6, где радиус энергетически пополняющей трубки  $R_{rt}$  нормирован на начальный радиус всего пучка  $R_0$ , а мощность в трубке  $P_{rt}$  — на критическую мощность самофокусировки  $P_{cr}$ . Также на рис. 6 введено обозначение приведенной мощности в энергетически пополняющей трубке  $\eta_{rt} = P_{rt}/P_{cr}$ .

Видно, что в нормированных координатах радиус энергетически пополняющей трубки уменьшается при увеличении относительной мощности (рис. 5, *а*) и начального радиуса (рис. 5, *б*) всего пучка. Относительная мощность в энергетически пополняющей трубке (рис. 6, *б*) демонстрирует аналогичную зависимость от начального радиуса пучка, однако при увеличении начальной мощности пучка мощность в трубке возрастает (рис. 6, *а*). При этом мощность, содержащаяся в энергетически пополняющей трубке, всегда превосходит критическую мощность самофокусировки ( $\eta_{rt} > 1$ ).

Отдельно следует отметить принципиальные отличия, наблюдаемые для субмиллиметровых и миллиметровых лазерных пучков на рис. 5 и 6. В первом случае радиус энергетически пополняющей трубки превосходит начальный радиус пучка, а во втором он оказывается меньше. Значения  $R_{rt} > R_0$  указывают на то, что при филаментации субмиллиметрового пучка энергетически пополняющей лучевой трубкой является практически весь пучок, а не только его наиболее интенсивная область. Кроме того, для миллиметровых пучков в нормированных координатах радиус энергетически пополняющей трубки

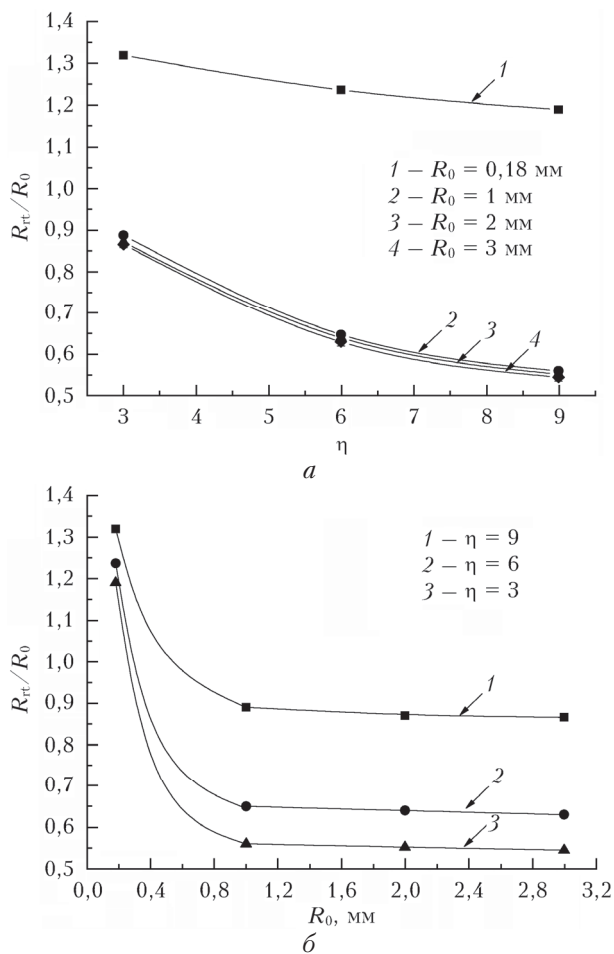


Рис. 5. Зависимость радиуса энергетически пополюющей трубки  $R_{rt}/R_0$  от относительной начальной мощности излучения  $\eta$  (а) и начального радиуса лазерного пучка  $R_0$  (б)

(рис. 5, б) и содержащаяся в ней относительная мощность (рис. 6, б) практически не зависят от значения начального радиуса пучка. Указанные отличия объясняют неточности, возникающие при попытках использовать для описания картин филаментации миллиметровых пучков модели, построенные для субмиллиметровых пучков.

Знание радиуса и мощности в энергетически пополюющей ДЛТ позволило проанализировать зависимость нормированной координаты начала филаментации от начальных параметров излучения. В данном случае координата начала филаментации определялась по положению первого локального минимума (фокуса) на построенных дифракционно-лучевых картинах.

Обратимся к рис. 7, а, где показана зависимость координаты начала филаментации  $z_s$ , нормированной на длину Рэлея пучка  $L_R$ , от относительной мощности импульса  $\eta$ . На рис. 7, б приведена координата  $z_s$ , нормированная на длину Рэлея энергетически пополюющей трубки  $L_{Rrt} = L_R (R_{rt}/R_0)^2$ , в зависимости от относительной мощности в этой трубке  $\eta_{rt}$ .

Из рис. 7, а видно, что в нормированных координатах ( $\eta$ ;  $z_s/L_R$ ) с увеличением мощности лазер-

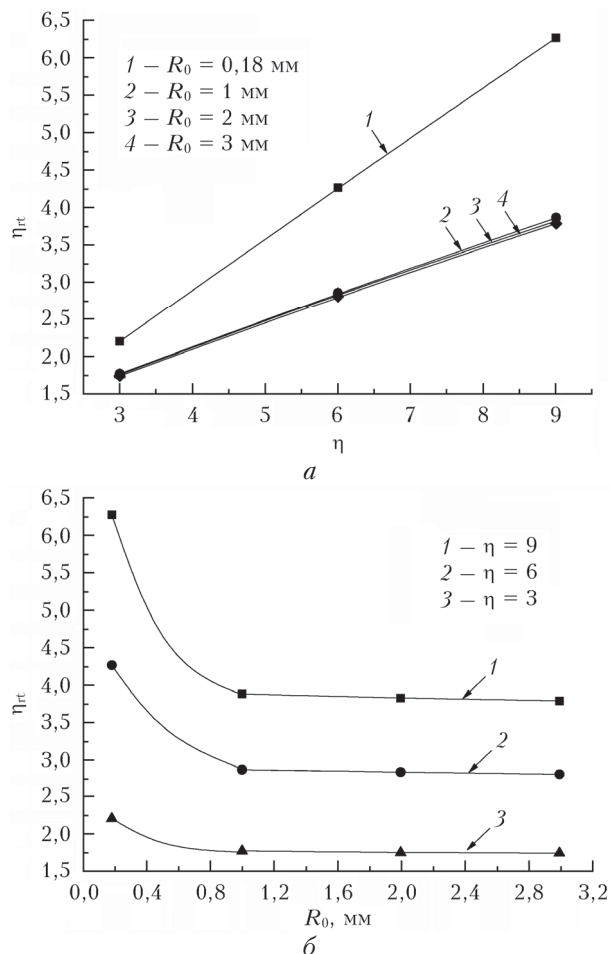


Рис. 6. Зависимость относительной мощности в энергетически пополюющей трубке  $\eta_{rt}$  от относительной начальной мощности излучения  $\eta$  (а) и начального радиуса лазерного пучка  $R_0$  (б)

ного импульса координата начала филаментации сдвигается к источнику излучения, что качественно соответствует известным зависимостям, полученным в работах [20, 21]. Однако, согласно этим зависимостям, координата начала филаментации, нормированная на длину Рэлея  $z_s/L_R$ , остается постоянной для пучков различного радиуса. На рис. 7 это соответствует данным лишь для миллиметровых пучков, что говорит о справедливости соотношений [20, 21] только для отдельных классов пучков. Кроме того, в экспериментах (см., например, [22, 23]) также наблюдалась зависимость координаты начала филаментации от радиуса пучка.

При переходе к новым нормированным координатам ( $\eta_{rt}$ ;  $z_s/L_{Rrt}$ ) (см. рис. 7, б) видно, что начало филаментации для миллиметровых пучков смещается дальше от источника лазерного излучения, чем для субмиллиметровых. Это объясняется изменением длины Рэлея для энергетически пополюющих трубок лазерных пучков различного начального радиуса, а именно ее уменьшением для миллиметровых пучков и увеличением для субмиллиметровых (см. рис. 5). Учитывая вышеизложенное, можно подтвердить сделанный ранее вывод, что при филаментации лазерного

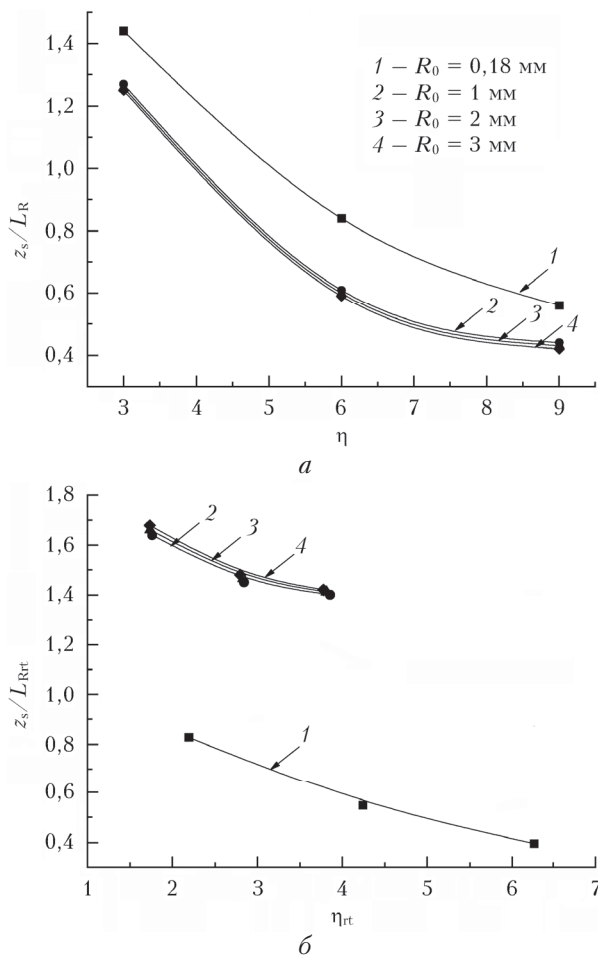


Рис. 7. Зависимости нормированной координаты начала филаментации от относительной мощности всего пучка (а) и в энергетически пополняющей ДЛТ (б)

излучения в каждом случае «работает» не весь пучок, а лишь его определенная (эффективная) часть.

### Изменение энергии в энергетически пополняющей трубке

Помимо того, что начальный энергозапас в энергетически пополняющей трубке изменяется при варьировании начального радиуса и пиковой мощности лазерного пучка, энергия излучения в трубках расходуется неравномерно при распространении лазерных импульсов вдоль трассы. Для использования филаментации в решении задач атмосферной оптики представляется интересной оценка характеристики энергетически пополняющей трубки на постфиламентационном этапе распространения излучения. Интерес к постфиламентационным световым каналам связан с их отличительными особенностями: низкой (на несколько порядков меньше по сравнению со всем пучком) угловой расходимостью и высокой интенсивностью (в соответствии с оценками из [23] порядка  $10^{11} - 10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup>). На практике [24] указанные структуры наблюдаются в виде пятен с высокой плотностью энергии в сечении светового пучка

и сохраняются на больших расстояниях, в частности в работе [25] протяженность ПФК превышала 2 км.

Поскольку экспериментальные оценки параметров ПФК проводятся на основе определения области, соответствующей энергии по уровню  $e^{-1}$  [26], то при проведении численного моделирования также была построена кривая, соответствующая уровню  $e^{-1}$  от максимума в распределении плотности энергии (серая кривая на рис. 8). Относительно нее на интегральной дифракционно-лучевой картине была выбрана ближайшая внешняя трубка (полужирная кривая на рис. 8). Данная лучевая трубка является энергетически пополняющей, поскольку содержит энергию, достаточную для компенсации энергопотерь пучка на протяжении всего жизненного цикла филамента, а после его окончания формирует ПФК. Фактически она является «энергетическим резервуаром» филамента, который был описан в [27].

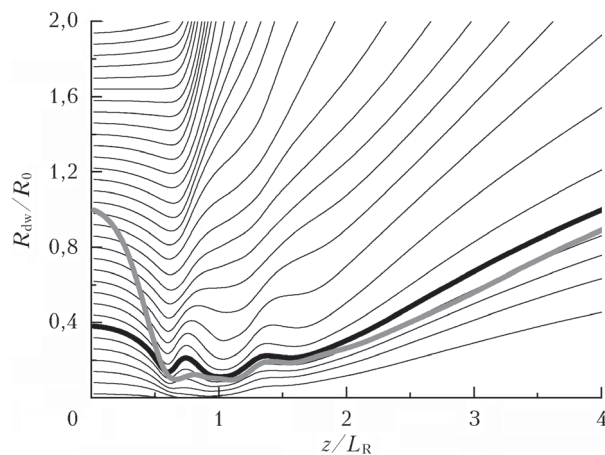


Рис. 8. Зависимость относительных радиусов усредненных по времени ДЛТ вдоль трассы для пучка радиусом  $R_0 = 1,5$  мм и относительной мощностью  $\eta = 6$ . Серая кривая соответствует плотности энергии по уровню  $e^{-1}$  от максимума, полужирная – энергетически пополняющая трубка

Оценки изменения энергии в интегральной энергетически пополняющей трубке  $W_{rt}$  вдоль трассы  $z/L_R$  демонстрируются на рис. 9, а.

На начальном этапе самофокусировки, когда происходит бесплазменное распространение излучения, энергия в данной трубке практически не изменяется. Это продолжается до начала активного плазмообразования. Данный этап характеризуется значительным (в 2–10 раз) уменьшением энергии, содержащейся в пополняющей трубке. После этого следует постфиламентационное распространение, которое характеризуется отсутствием плазмы и практически неизменным уровнем энергии в пополняющей трубке.

Также оказывается, что с увеличением радиуса пучка необходима меньшая энергия для обеспечения филаментации. Более наглядно это продемонстрировано на рис. 9, б, где построены начальная и конечная энергия в пополняющей ДЛТ лазерных пучков радиусом  $R_0 = 0,5$  мм (пунктирные кривые) и  $R_0 = 2$  мм (сплошные кривые) для различных начальных значений энергии в импульсе.

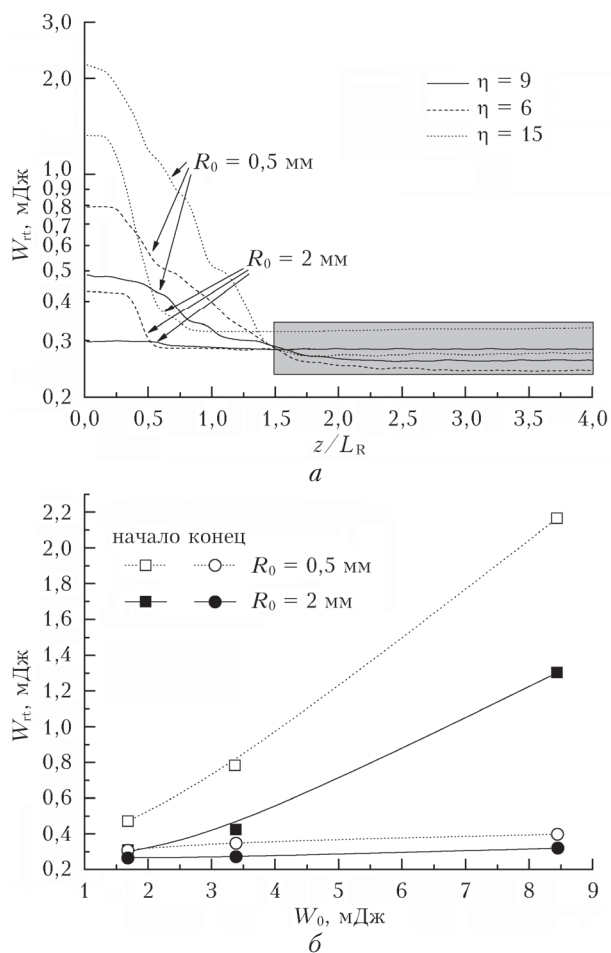


Рис. 9. Зависимость энергии в интегральной энергетической пополюющей трубке  $W_{it}$ : от дистанции  $z/L_R$  (а) и начальной энергии  $W_0$  в лазерных импульсах (б)

Это связано с тем, что самофокусировка всегда сопровождается абберациями, которые вносят искажения в профиль пучка в области нелинейного фокуса. Поскольку величина этих искажений увеличивается с ростом радиуса пучка, то поперечное распределение интенсивности поля в зоне филамента будет значительно отличаться для пучков с разным значением начального радиуса.

В общем случае по мере распространения гаусова пучка вдоль трассы происходит формирование специфического профиля плотности энергии, аналогичного бессель-гаусовому пучку, состоящего из осевого максимума, окруженного кольцами со спадающей интенсивностью. Кольцевая структура оптического поля такого пучка приводит к продольной нестабильности филаментации, в результате чего формирующийся участок филаментации становится разрывным вдоль направления распространения излучения. Из-за этого происходит снижение энергопотери пучка в целом. Таким образом, при увеличении радиуса пучка увеличиваются абберации его профиля и возрастает число колец при повышении их амплитудного контраста. При этом повышается нестабильность области филаментации, а суммарные потери на филаментацию уменьшаются. Это приво-

дит к снижению количества энергии в пополюющей трубке, требуемого для обеспечения филаментации (рис. 9, б).

В то же время доля энергии излучения, заключенной в ПФК, относительно слабо зависит от начальных параметров импульса и в среднем варьирует в диапазоне 0,22–0,32 мДж (серая область на рис. 9, а). При пересчете на пиковую мощность это соответствует значениям около  $\sim 0,6–0,9P_{cr}$ , что является недостаточным для возобновления процесса филаментации в воздухе. Тем не менее пиковая мощность излучения в ПФК остается на гигаваттном уровне ( $\sim 1,9–2,9$  ГВт). Следовательно, сам канал можно использовать для создания области филаментации в другой среде с большей кубической нелинейностью и меньшим значением критической мощности  $P_{cr}$ , например в воде ( $P_{cr} = 6,5$  МВт) или стекле ( $P_{cr} = 2$  МВт). Данная возможность была успешно реализована в работе [23], где эксперименты проводились с оптическим стеклом К8.

Также следует отметить, что хотя начальный энергозапас в пополюющей трубке для субмиллиметровых пучков оказывается большим, чем для пучков миллиметрового радиуса, на этапе постфиламентации эта пропорция становится обратной: в пополюющей трубке, охватывающей ПФК, содержится больше энергии для миллиметровых пучков, чем для субмиллиметровых. Это связано с большими потерями энергии на филаментацию для субмиллиметровых пучков вследствие больших относительных размеров областей с высокими значениями нелинейного поглощения.

## Заключение

Результаты исследования самовоздействия мощных фемтосекундных импульсов титан-сапфирового лазера в воздухе на основе метода дифракционно-лучевых трубок позволили количественно определить энергетические характеристики специфических световых структур, возникающих внутри лазерного импульса при его филаментации. В работе продемонстрировано, что при самофокусировке в лазерном пучке формируются световые структуры, обладающие автомодельными свойствами. Анализ результатов численного моделирования показал, что в нормированных координатах увеличение начального радиуса пучка приводит к уменьшению радиуса энергетически пополюющей дифракционно-лучевой трубки, обеспечивающей самофокусировку, и содержащейся в ней мощности. Тем не менее в энергетически пополюющей трубке содержится пиковая мощность, превышающая критическую мощность самофокусировки. При увеличении мощности в импульсе радиус энергетически пополюющей трубки также уменьшается, а мощность в ней увеличивается.

Анализ энергетических характеристик показал, что расход энергии излучения из энергетически пополюющей трубки вдоль трассы происходит неравномерно. На этапах бесплазменного распространения лазерных импульсов энергия в данной трубке остается практически постоянной. Так, мощность,



содержащаяся в постфиламентационных световых каналах, образованных пучками суб- и миллиметрового радиуса, не превышает критическую, составляя  $\sim 0,6-0,9P_{cr}$ , и слабо зависит от начальных параметров лазерного импульса. В целом энергозатраты излучения на филаментацию снижаются при увеличении радиуса пучка.

### Приложение

Численное моделирование распространения фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе проводилось на основе параболического уравнения для медленно меняющейся комплексной амплитуды электрического поля  $U(x, y, z; t)$  световой волны. Она связана с напряженностью поля  $E(x, y, z; t)$  соотношением

$$E(x, y, z; t) = U(x, y, z; t) \exp(i\omega_0 t - ik_0 z),$$

где  $x, y$  — координаты поперечного вектора  $\mathbf{r}_\perp$ ;  $z$  — продольная координата;  $t$  — время;  $\omega_0$  и  $k_0 = n_0 \omega_0 / c$  — центральные частота и волновое число лазерного излучения, где  $n_0 = \sqrt{\varepsilon_0}$  — показатель преломления невозмущенной среды,  $\varepsilon_0$  — ее диэлектрическая проницаемость,  $c$  — скорость света в вакууме. В системе координат, движущейся с групповой скоростью импульса  $v_g = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{\omega_0}$ , где  $k = n_0 \omega / c$  — волновое число на частоте  $\omega$ , уравнение для  $U(x, y, z; t)$  имеет вид

$$\frac{\partial U(\mathbf{r}_\perp, z; t)}{\partial z} = \frac{i}{2k_0} \nabla_\perp^2 U - i \frac{k''_{\omega_0}}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{ik_0}{2\varepsilon_0} \varepsilon_N(\mathbf{r}_\perp, z; t) U - \frac{1}{2} \alpha_N(\mathbf{r}_\perp, z; t) U. \quad (\text{П1})$$

В (П1) использована замена переменной  $t \rightarrow t - z/v_g$ ;  $\nabla_\perp^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  — поперечный лапласиан;  $k''_{\omega_0} = \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}$  — коэффициент дисперсии групповой скорости. Нелинейная добавка  $\varepsilon_N$  к невозмущенной диэлектрической проницаемости среды  $\varepsilon_0$  учитывает кубичную оптическую нелинейность  $n_2(t)$  (самофокусировка) и нелинейность более высоких порядков  $n_j$  ( $j > 2$ ):

$$\varepsilon_N = 2n_0 \sum_{j=2}^J n_j(t) |U|^{2(j-1)} - \frac{\sigma_c}{k_0} \rho_e. \quad (\text{П2a})$$

Нелинейный коэффициент поглощения  $\alpha_N$  возникает за счет многофотонного поглощения излучения:

$$\alpha_N = \frac{W_I \Delta E_i}{I} (\rho_{nt} - \rho_e). \quad (\text{П2б})$$

В формулах (П2a), (П2б)  $\sigma_c$ ,  $\Delta E_i$  — сечение каскадной ионизации и потенциал ионизации моле-

кулы соответственно;  $W_I$  — скорость (вероятность) фотоионизации среды;  $I = \frac{c\sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi} |U|^2$  — интенсивность излучения;  $\rho_{nt}$  — плотность нейтральных атомов (молекул);  $\rho_e$  — концентрация свободных электронов в канале пучка (плотность плазмы).

Плотность плазмы  $\rho_e$  в газовой среде определялась из уравнения

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = W_I (\rho_{nt} - \rho_e). \quad (\text{П3})$$

Правая часть уравнения (П3) учитывает только полевой тип ионизации среды (многофотонная / туннельная ионизация). Скорость фотоионизации среды  $W_I$  вычислялась по модели Переломова—Попова—Терентьева [28]. В качестве среды распространения рассматривалась непоглощающая воздушная смесь кислорода (20%) и азота (80%).

В численных расчетах начальный профиль поперечного распределения амплитуды лазерного излучения с плоским фазовым фронтом задавался гауссовской функцией

$$U(\mathbf{r}_\perp, z = 0, t) = U_0 \exp\left[-\left(\frac{t}{2t_p}\right)^2 - \left(\frac{|\mathbf{r}_\perp|}{2R_0}\right)^2\right],$$

где  $t_p$  — длительность импульса;  $R_0$  — начальный радиус пучка по уровню  $e^{-1}$ . Остальные величины, входящие в уравнения (П1)–(П3), были взяты из работы [29]. Значения коэффициентов в уравнениях (П1)–(П3) для длины волны излучения  $\lambda_0 = 800$  нм следующие:  $n_2 = 3,2 \cdot 10^{-23}$  м<sup>2</sup>/Вт;  $k''_{\omega_0} = 0,21$  фс<sup>2</sup>/см;  $\sigma_c = 5,52 \cdot 10^{-24}$  м<sup>2</sup>;  $\Delta E_i = 12,1$  эВ (кислород) и  $15,6$  эВ (азот).

В соответствии с [9] запишем основные соотношения дифракционно-лучевой оптики, полученные в рамках амплитудно-фазового подхода. В его основе лежит переход в уравнении (П1) от комплексного поля  $U(\mathbf{r}_\perp, z; t)$  к действительным амплитуде  $A(\mathbf{r}_\perp, z; t)$  и фазе  $\varphi(\mathbf{r}_\perp, z; t)$  волны:  $U = Ae^{i\varphi}$ . В рамках данного подхода на основе характеристических дифференциальных уравнений для переменных  $\mathbf{R}_d, z, t_{dis}$  уравнения дифракционного  $R_d$  и «временного»  $t_{dis}$  лучей через фазу волны  $\varphi$  записываются в виде

$$\frac{d\mathbf{R}_d}{dz} = \frac{\nabla_\perp \varphi(\mathbf{R}_d, z; t_{dis})}{k_0}, \quad (\text{П4})$$

$$\frac{dt_{dis}}{dz} = -k''_{\omega_0} \frac{\partial \varphi}{\partial t}(\mathbf{R}_d, z; t_{dis}). \quad (\text{П5})$$

Проведя усреднение по времени, можно ввести усредненную координату ДЛ

$$\mathbf{R}_{dw} = \omega^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{R}_d(t) I dt, \quad (\text{П6})$$

где  $\omega(\mathbf{r}_\perp, z) = \int_{-\infty}^{\infty} I dt$  — плотность энергии световой волны.

1. Аскаръян Г.А. Воздействие градиента поля интенсивного электромагнитного луча на электроны и атомы // ЖЭТФ. 1962. Т. 42, № 6. С. 1567–1570.
2. Чекалин С.В., Кандидов В.П. От самофокусировки световых пучков – к филаментации лазерных импульсов // Успехи физ. наук. 2013. Т. 183, вып. 2. С. 133–152.
3. Wolf J.P. Short-pulse lasers for weather control // Reports on Progress Phys. 2018. V. 81. N 2. P. 026001.
4. Laser filamentation: Mathematical methods and models / A.D. Bandrauk, E. Lorin, J.V. Moloney (eds.). Switzerland: Springer, 2016. 216 p.
5. Апексимов Д.В., Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Кабанов А.М., Матвиенко Г.Г., Ошлаков В.К.. Филаментация фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе / под об. ред. д.м.-м.н. А.А. Землянова. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2017. 162 с.
6. Землянов А.А., Булыгин А.Д., Гейнц Ю.Э. Дифракционная оптика светового филамента, образованного при самофокусировке фемтосекундного лазерного импульса в воздухе // Оптика атмосфер. и океана. 2011. Т. 24, № 10. С. 839–847; Zemlyanov A.A., Bulygin A.D., Geints Yu.E. Diffraction optics of a light filament generated during self-focusing of a femtosecond laser pulse in air // Atmos. Ocean. Opt. 2012. V. 25, N 2. P. 97–105.
7. Землянов А.А., Булыгин А.Д., Гейнц Ю.Э. Энергетические световые структуры при филаментации фемтосекундного лазерного излучения в воздухе. К 50-летию первой публикации о самофокусировке света // Оптика атмосфер. и океана. 2013. Т. 26. № 5. С. 350–362; Zemlyanov A.A., Bulygin A.D., Geints Yu.E. Energy light structures during femtosecond laser radiation filamentation in air. To the 50th anniversary of the first paper about light self-focusing // Atmos. Ocean. Opt. 2014. V. 27, N 6. P. 463–474.
8. Землянов А.А., Булыгин А.Д., Гейнц Ю.Э., Минина О.В. Динамика световых структур при филаментации ультракоротких лазерных импульсов в воздухе // Оптика атмосфер. и океана. 2016. Т. 29, № 5. С. 359–368; Zemlyanov A.A., Bulygin A.D., Geints Yu.E., Minina O.V. Dynamics of light structures during filamentation of femtosecond laser pulses in air // Atmos. Ocean. Opt. 2016. V. 29, N 5. P. 395–403.
9. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Минина О.В. Дифракционно-лучевая оптика филаментации: I. Формализм дифракционных лучей и световых трубок // Оптика атмосфер. и океана. 2018. Т. 31, № 5. С. 364–371; Geints Yu.E., Zemlyanov A.A., Minina O.V. Diffraction-beam optics of filamentation: I - Formalism of diffraction beams and light tubes // Atmos. Ocean. Opt. 2018. V. 31, N 6. P. 611–618.
10. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Минина О.В. Дифракционно-лучевая оптика филаментации: II. Дифракционно-лучевая картина филаментации лазерного импульса // Оптика атмосфер. и океана. 2018. Т. 31, № 7. С. 515–522; Geints Yu.E., Zemlyanov A.A., Minina O.V. Diffraction-beam optics of filamentation: II - Diffraction-beam pattern of laser pulse filamentation // Atmos. Ocean. Opt. 2018. V. 31, N 6. P. 619–625.
11. Boyd R.W., Lukishova S.G., Shen Y.R. Self-focusing: Past and present. Fundamentals and prospects // Top. Appl. Phys. Berlin: Springer, 2008. N 114. 605 p.
12. Kosareva O.G., Kandidov V.P., Brodeur A., Chin S. From filamentation in condensed media to filamentation in gases // J. Nonlinear Opt. Phys. Mater. 1997. V. 6, N 4. P. 485–494.
13. Cio R.Y., Garmire E., Townes C.H. Self-Trapping of Optical Beams // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13, N 15. P. 479–482.
14. Liu W., Gravel J.-F., Theberge F., Becker A., Chin S.L. Background reservoir: Its crucial role for long-distance propagation of femtosecond laser pulses in air // Appl. Phys. B. 2005. V. 80, N 7. P. 857–860.
15. Zuoqiang Hao, Jie Zhang, Xin Lu, Tingting Xi, Zhe Zhang, Zhaohua Wang. Energy interchange between large-scale free propagating filaments and its background reservoir // Opt. Soc. Am. B. 2009. V. 26, N 3. P. 499–502.
16. Таланов В.И. Автомодельные волновые пучки в нелинейной диэлектрике // Изв. вузов. Радиофиз. 1966. Т. 9, № 2. С. 410–412.
17. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматгиз, 1966. 688 с.
18. Власов С.Н., Пискунова Л.В., Таланов В.И. Структура поля вблизи особенности, возникающей при самофокусировке в кубичной среде // ЖЭТФ. 1978. Т. 75, № 5. С. 1602–1609.
19. Горбушина Т.А., Дегтярев Л.М., Крылов В.В. Метод численного решения задач динамики волновых полей с особенностями // Препринт ИПМ. № 51. 17 с.
20. Петрищев В.А., Таланов В.И. О нестационарной самофокусировке света // Квант. электрон. 1971. № 6. С. 35–42.
21. Marburger J.H. Self-focusing: Theory // Prog. Quantum. Electron. 1975. V. 4. Part. 1. P. 35–110.
22. Апексимов Д.В., Землянов А.А., Иглакова А.Н., Кабанов А.М., Кучинская О.И., Матвиенко Г.Г., Ошлаков В.К., Петров А.В. Множественная филаментация лазерных пучков различного диаметра в воздухе на трассе длиной 150 м // Оптика атмосфер. и океана. 2016. Т. 29, № 1. С. 51–55; Apeksimov D.V., Zemlyanov A.A., Iglakova A.N., Kabanov A.M., Kuchinskaya O.I., Matvienko G.G., Oshlakov V.K., Petrov A.V. Multiple filamentation of laser beams of different diameters in air along a 150-meter path // Atmos. Ocean. Opt. 2016. V. 29, N 3. P. 263–266.
23. Апексимов Д.В., Землянов А.А., Иглакова А.Н., Кабанов А.М., Кучинская О.И., Матвиенко Г.Г., Ошлаков В.К., Петров А.В. Глобальная самофокусировка и особенности множественной филаментации излучения субтераваттного титан-сапфирового лазера с сантиметровым диаметром выходной апертуры на 150-метровой трассе // Оптика атмосфер. и океана. 2017. Т. 30, № 9. С. 727–732; Apeksimov D.V., Zemlyanov A.A., Iglakova A.N., Kabanov A.M., Kuchinskaya O.I., Matvienko G.G., Oshlakov V.K., Petrov A.V. Global self-focusing and features of multiple filamentation of radiation of a subterawatt Ti:Sapphire laser with a centimeter output aperture along a 150-m path // Atmos. Ocean. Opt. 2018. V. 31, N 1. P. 31–35.
24. Mechain G., Couairon A., Andre Y.-B., D'Amico C., Franco M., Prade B., Tzortzakis S., Mysyrowicz A., Sauerbrey R. Long range self-channeling of Infrared laser pulses in air: A new propagation regime without ionization // Appl. Phys. B. 2004. V. 79, N 3. P. 379–382.
25. Mechain G., D'Amico C., Andre Y.-B., Tzortzakis S., Franco M., Prade B., Mysyrowicz A., Couairon A., Salmon E., Sauerbrey R. Range of plasma filaments created in air by a multi-terawatt femtosecond laser // Opt. Commun. 2005. V. 247. P. 171–180.
26. Daigle J.-F., Kosareva O.G., Panov N.A., Wang T.-J., Hosseini S., Yuan S., Roy G., Chin S.L. Formation and evolution of intense, post-filamentation, ionization

- free low divergence beams // *Opt. Commun.* 2011. V. 284, N 14. P. 3601–3606.
27. *Liu W., Gravel J.-F., Theberge F., Becker A., Chin S.L.* Background reservoir: its crucial role for long-distance propagation of femtosecond laser pulses in air // *Appl. Phys. B*. 2005. V. 80, N 7. P. 857–860.
28. *Переломов А.М., Попов В.С., Терентьев М.В.* Ионизация атомов в переменном электрическом поле // *ЖЭТФ*. 1966. Т. 50. С. 1393–1397.
29. *Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Кабанов А.М., Матвиенко Г.Г.* Нелинейная фемтосекундная оптика атмосферы. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2010. 212 с.

*Yu.E. Geints, A.A. Zemlyanov, O.V. Minina.* **Simulation of self-focusing of femtosecond laser pulses in air by the method of diffraction beams and light tubes.**

The results of a theoretical investigation of the propagation of femtosecond pulses of a Ti:Sapphire laser in air during the self-focusing and filamentation are presented. The analysis of self-focusing of laser pulses was carried out on the basis of the method of diffraction beams and light tubes, which made it possible to establish that specific light structures are formed in the laser beam during self-focusing. One of such structures is the energy-replenishing diffraction-beam tube, which provides necessary energy for filamentation, and at the stage of post-filamentation pulse propagation exists in the form of a separate intense light channel. The dependences of the radius and power of the energy-replenishing tube on the initial beam radius and the peak power for a fixed pulse duration are established. It was revealed that the energy consumption of radiation per filamentation decreases with an increase in the beam radius and a decrease in its initial power. The peak power contained in the energy-replenishing light tube at the post-filamentation propagation stage of laser pulses does not exceed the critical self-focusing power for the Gaussian beam and weakly depends on the initial parameters of the pulse.