

УДК 532.526, 533.6

**Исследование отрывных свойств  
турбулентного пограничного слоя  
при последовательном взаимодействии  
со скачками уплотнения различной  
интенсивности\***

**М.А. Гольдфельд, Ю.В. Захарова, Н.Н. Федорова**

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: julsemen@itam.nsc.ru

Приведены результаты численного моделирования двумерных течений с большими градиентами давления в широком диапазоне параметров набегающего потока ( $M = 2-4$ ,  $Re_l = 5-30 \cdot 10^6$  1/м) и интенсивности возмущающих факторов. Расчеты проводились с использованием осредненных нестационарных уравнений Навье–Стокса вязкого теплопроводного газа. Численно исследовалась структура турбулентного пограничного слоя при его прохождении через одиночный скачок уплотнения и систему скачков уплотнения различной интенсивности, расположенных на фиксированном расстоянии друг от друга. В случае прохождения пограничного слоя через систему скачков уплотнения исследовалось влияние первого взаимодействия на структуру и отрывные свойства пограничного слоя за вторым скачком. Показано, что наличие предварительного скачка уплотнения улучшает способность пограничного слоя противостоять отрыву перед областью повторного взаимодействия.

**Ключевые слова:** пограничный слой, ударная волна, волна разрежения, взаимодействие, отрывная зона.

**ВВЕДЕНИЕ**

Исследование развития и структуры сверх- и гиперзвукового турбулентного пограничного слоя под влиянием градиента давления представляет одну из наиболее сложных и актуальных проблем механики жидкости. Для многих технических приложений необходимо знать поля давления и скорости, распределения коэффициентов трения и теплообмена и другие параметры пограничного слоя, изменение которых определяется влиянием продольных градиентов давления. Течения, в которых турбулентный пограничный слой взаимодействует со скачками уплотнения, достаточно сложны, главным образом из-за процессов, связанных с отрывом и присоединением пограничного слоя. Вопросы взаимодействия скачков уплотнения с турбулентными пограничными слоями активно исследуются в течение последних 50 лет [1]. Обширная информация об общих свойствах отрывных течений была получена в ряде работ [2–4].

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-08-00420).

Большинство имеющихся экспериментальных и теоретических исследований посвящены, как правило, исследованию структуры пограничного слоя в зоне его взаимодействия со скачком уплотнения или в непосредственной близости от нее. Однако для практических приложений необходимо знать характеристики пограничного слоя не только вблизи взаимодействия, но и на достаточно большом удалении вниз по потоку. Этот вопрос являлся предметом лишь небольшого количества работ (см., например, [5–8]). В этих работах было показано, что наполненность профиля средней скорости после взаимодействия со скачком уплотнения возрастает и остается повышенной на достаточно протяженном расстоянии вниз по потоку, что свидетельствует о том, что пограничный слой является неравномерным.

На практике, например, в воздухозаборниках и на поверхностях летательных аппаратов области воздействия отрицательного и положительного градиентов давления на пограничный слой могут существовать изолированно или следовать друг за другом в произвольной комбинации. В парных взаимодействиях наличие предварительного воздействия положительного или отрицательного градиента давления изменяет характеристики пограничного слоя перед последующим взаимодействием и оказывает существенное влияние на его отрывные свойства. В зависимости от типа взаимодействия структура пограничного слоя под влиянием возмущающих факторов изменяется по-разному. При взаимодействии со скачком уплотнения происходит турбулизация пограничного слоя и увеличивается его способность противостоять отрыву [9], тогда как после взаимодействия с веером волн разрежения возможна частичная или полная реламинаризация, и отрывные свойства пограничного слоя в этом случае ухудшаются [10].

Взаимодействие пограничного слоя с системой косых скачков уплотнения исследовалось в работах [7] применительно к обтеканию плоских многоскачковых воздухозаборников. Измерялись интегральные характеристики пограничного слоя за вторым и третьим скачками уплотнения, однако профили скорости и структура течения в этих работах не рассматривались.

В работе [11] экспериментально и численно исследованы плоские течения в окрестности двойного угла сжатия при  $M_\infty = 3$  и  $2,5$ . При этом величины углов были фиксированы ( $11^\circ$  и  $9^\circ$ ), а расстояние между углами изменялось. Определены минимальные расстояния между углами, при которых существует режим раздельного взаимодействия, т. е. не образуется общая отрывная зона.

Развитие пограничного слоя при смешанном взаимодействии со скачком уплотнения и веером волн разрежения в плоском течении исследовалось в работе [12], где подробно анализировались не только осредненные, но и пульсационные характеристики пограничного слоя. Однако в этом случае расстояние между двумя последовательными воздействиями было переменным и уменьшалось с ростом угла поворота потока, что не исключало взаимного влияния двух областей взаимодействия и, следовательно, передачи возмущений вверх по потоку.

Проведенный обзор литературы показал, что большинство имеющихся результатов относятся к взаимодействию пограничного слоя со скачком уплотнения в весьма ограниченной области. Данных о структуре пограничного слоя на достаточно больших расстояниях вниз по потоку от области последующих взаимодействий — недостаточно. Также представляется интересным рассмотреть течения, в которых расстояние между двумя взаимодействиями достаточно велико и состояние пограничного слоя перед повторным взаимодействием близко к равновесному.

Цели настоящей работы состояли в следующем:

1. Методами математического моделирования исследовать отрывные и релаксационные свойства сверхзвуковых турбулентных пограничных слоев под воздействием больших градиентов давления;
2. Изучить парные (скачок + скачок) воздействия на турбулентный пограничный слой при различной интенсивности первого скачка;
3. Определить влияния предварительного воздействия скачка уплотнения на изменение отрывных свойств пограничного слоя при повторном взаимодействии.

### МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

Численное моделирование является распространенным методом исследования течений при высоких скоростях и играет значительную роль в проектировании и оптимизации процессов на элементах летательных аппаратов. Несмотря на значительные успехи в области развития математических моделей и численных методов, многие проблемы, связанные с моделированием турбулентных течений при сильных взаимодействиях, остаются неразрешенными. Сложность задачи определяет необходимость проведения совместных расчетных и экспериментальных исследований, результаты которых могут быть использованы для верификации теоретических методов и улучшения физических и математических моделей.

В работе рассмотрены плоские сверхзвуковые течения в окрестности одиночных и двойных углов сжатия. Расчеты проведены для условий экспериментов, выполненных на аэродинамической установке Т-313 ИТПМ СО РАН. Параметры течений представлены в табл. 1.

Таблица 1

$M_\infty$	$P_0 \times 10^5, \text{Н/м}^2$	$T_0, \text{К}$	$Re_1, \times 10^6, 1/\text{м}$	$P_\infty, \times 10^4 \text{Н/м}^2$	$U_\infty, \text{м/с}$
2	2,1	287,8	25,7	2,48	510
3	4,208	288,1	33	1,129	610,6
4	10,3	271,2	54	0,678	646

Здесь  $M_\infty$  — число Маха набегающего потока,  $P_0$ ,  $T_0$  — полное давление и температура,  $Re_1$  — единичное число Рейнольдса,  $P_\infty$  — статическое давление перед первым углом сжатия,  $U_\infty$  — скорость внешнего потока.

Численное моделирование проводилось на основе осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса. Для замыкания уравнений использовалась  $k-\omega$  модель турбулентности Уилкокса [13]. Для временной аппроксимации использована неявная четырехшаговая схема расщепления по физическим процессам и пространственным переменным. Для пространственной аппроксимации невязких потоков используется TVD-схема, основанная на методе Ван Лира, методе расщепления вектора невязких потоков, MUSCL-аппроксимация и Minmod-ограничитель. Подробно метод расчета описан в [14]. Расчетная область (рис. 1) была ограничена слева и справа входным и выходным сечениями, поверхностью тела снизу и свободной границей сверху. Входное сечение 1 было выбрано на достаточно большом расстоянии от области взаимодействия

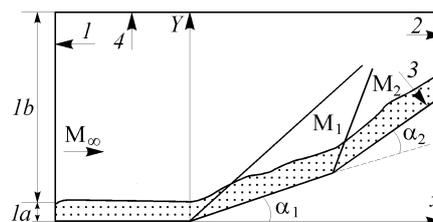


Рис. 1. Расчетная область и схема течения в двойном угле сжатия.

и ниже по потоку от области ламинарно-турбулентного перехода. Вблизи поверхности тела  $1b$  задавались профили развитого турбулентного пограничного слоя, полученные из решений уравнений пограничного слоя, с параметрами, близкими к экспериментальным. В верхней части входного сечения  $1a$  были заданы условия набегающего потока (см. табл. 1), на выходной границе 2 — мягкие условия экстраполяции, на верхней границе 4 — неотражающие условия типа простой волны. На поверхности тела 3 задавались условия прилипания для компонент скорости и адиабатические условия для температуры. В расчетах использовалась регулярная четырехугольная криволинейная сетка со сгущением по направлению к поверхности, содержащая  $200 \div 300$  узлов в  $y$ -направлении и  $300 \div 500$  узлов в  $x$ -направлении.

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На первом этапе с целью верификации численного алгоритма проводились расчеты по взаимодействию пограничного слоя с одиночным скачком уплотнения, генерированным углом сжатия  $\alpha = 15^\circ$  и  $18^\circ$  при  $M_\infty = 2, 3$  и  $4$ . По результатам исследований строились графики распределений статического давления (рис. 2,  $a$ ) и коэффициента поверхностного трения (рис. 2,  $b$ ). Сплошными линиями показаны результаты расчетов, символы соответствуют экспериментальным данным [5],

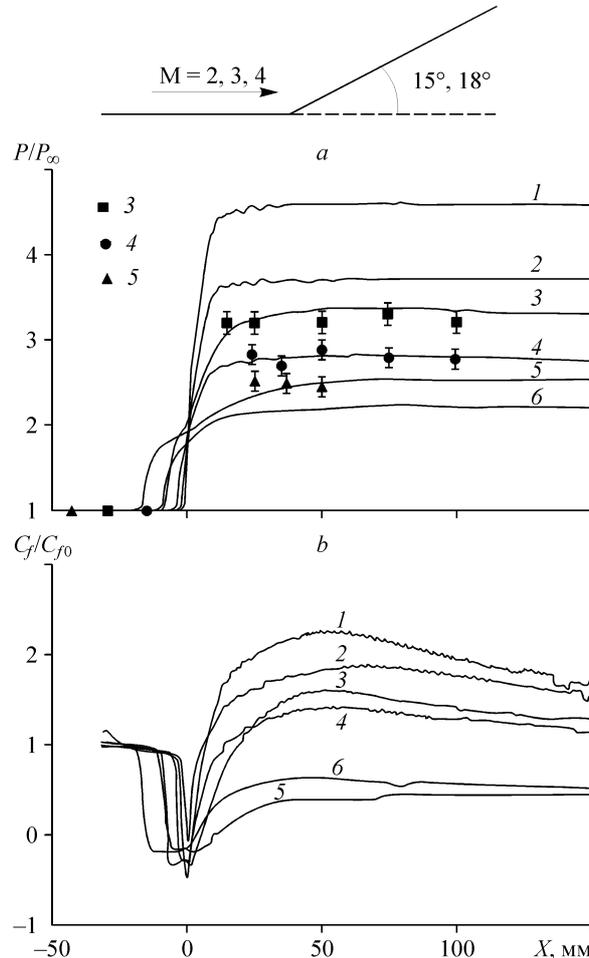


Рис. 2. Распределение статического давления ( $a$ ) и коэффициента трения ( $b$ ) для одиночных взаимодействий,  $M_\infty = 4$  (1, 2), 3 (3, 4), 2 (5, 6),  $\alpha = 18^\circ$  (1, 3, 5),  $15^\circ$  (2, 4, 6).

точность которых составляет 5 %. Статическое давление обезразмерено на значение  $P_\infty$ , а коэффициент трения  $C_f$  — на значение  $C_{f0}$  перед областью взаимодействия. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по распределению давления дает удовлетворительное совпадение (см. рис. 2, *a*). Для всех представленных на рисунке случаев взаимодействия в окрестности угла сжатия существует отрывная зона. Протяженность области отрыва составляет  $(1\div 4)\delta$ , где  $\delta$  — толщина пограничного слоя перед областью взаимодействия (см. рис. 2, *b*). Длина области отрыва уменьшается при увеличении числа Маха набегающего потока  $M_\infty$ , что можно видеть на рис. 2, *a, b*, сравнивая кривые 1, 3 ( $\alpha = 18^\circ$ ) и кривые 2, 4 ( $\alpha = 15^\circ$ ), полученные для  $M_\infty = 4, 3$  соответственно. Сравнение численных решений, полученных для разных  $\alpha$  при одних и тех же  $M_\infty$  (кривые 1, 2 и 3, 4), свидетельствует о сокращении размера отрывной зоны при понижении интенсивности скачка. Тенденция в изменении коэффициента трения за областью взаимодействия определяется числом Маха и интенсивностью скачка. При высоком числе Маха и большой интенсивности скачка (см. рис. 2, *b*, кривые 1 и 2) наблюдается двукратное увеличение коэффициента трения за областью взаимодействия. Для  $M_\infty = 3$  уровень повышения коэффициента трения за скачком меньше (см. рис. 2, *b*, кривые 3 и 4), однако также существует локальный максимум с последующей зоной убывания. При низких числах Маха и большой интенсивности скачка течение за областью взаимодействия близко к дозвуковому, в этом случае наблюдается обширная отрывная область, которая может распространяться вверх по потоку, и величина коэффициента трения становится меньше, чем в набегающем потоке.

Расчет характеристик турбулентного пограничного слоя при его взаимодействии с двумя последовательными скачками уплотнения проводился для  $M_\infty = 2\div 4$ ,  $Re_1 = 10\div 30 \cdot 10^6$  1/м при фиксированном расстоянии между углами ( $d = 100$  мм). Величина первого угла сжатия изменялась —  $\alpha_1 = 7^\circ, 11^\circ, 15^\circ$ , а величина второго угла была постоянной  $\alpha_2 = 18^\circ$ . Цель расчета таких конфигураций состояла в исследовании влияния предварительного скачка уплотнения на изменение отрывных свойств пограничного слоя в области второго взаимодействия. Числа Маха набегающего потока  $M_\infty$ , числа Маха после первого ( $M_1$ ) и второго ( $M_2$ ) взаимодействия, вычисленные по невязкой теории, приведены в табл. 2.

Для  $M_\infty = 2$  за первым косым скачком число Маха внешнего течения достаточно низкое. Второй угол сжатия  $18^\circ$  превышает предельный угол разворота в косом скачке, поэтому соответствующие значения  $M_2$  в табл. 2 отсутствуют. Как показали расчеты, в этих случаях при взаимодействии со вторым скачком образуется обширная отрывная зона с дозвуковым внешним течением. Закономерности развития отрыва в трансзвуковых течениях требуют специального исследования, поэтому в настоящей работе двойные взаимодействия при  $M_\infty = 2$  не рассматриваются.

Таблица 2

$M_\infty$	$\alpha_1$	$M_1$	$M_2$
2	$7^\circ$	1,75	—
	$11^\circ$	1,6	—
3	$7^\circ$	2,65	1,85
	$11^\circ$	2,45	1,7
	$15^\circ$	2,25	1,53
4	$7^\circ$	3,49	2,41
	$11^\circ$	3,21	2,24
	$15^\circ$	2,92	2,04

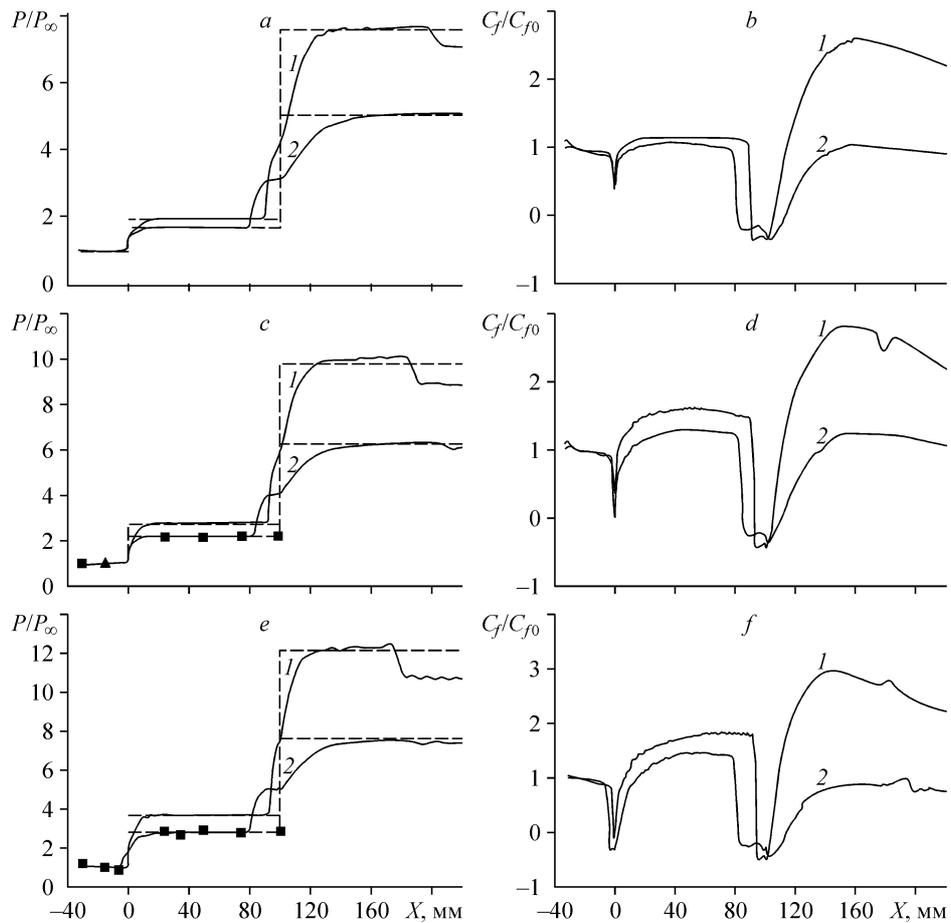


Рис. 3. Распределение статического давления (*a*, *c*, *e*) и трения (*b*, *d*, *f*) для  $\alpha_1 = 7^\circ$  (*a*, *b*),  $11^\circ$  (*c*, *d*),  $15^\circ$  (*e*, *f*).  $M_\infty = 4$  (1), 3 (2).

На рис. 3, *a–f* представлены распределения статического давления и коэффициента трения вдоль поверхности тела для  $M_\infty = 3$  и 4 при  $\alpha_1 = 7^\circ$ ,  $11^\circ$  и  $15^\circ$ . Сплошные линии соответствуют результатам расчета, пунктирные — невязкому решению, символы — экспериментальным данным, полученным для одиночного взаимодействия. В случае малой интенсивности предварительного воздействия  $\alpha_1 = 7^\circ$  для рассмотренных чисел Маха течение остается безотрывным в области первого угла сжатия (см. рис. 3, *a*, *b*). При втором взаимодействии пограничный слой отрывается, и над отрывной зоной (ОЗ) формируются  $\lambda$ -конфигурации ударных волн. Вторая тройная точка образуется пересечением скачков уплотнения, формирующихся в углах сжатия. Изолинии плотности для  $\alpha_1 = 7^\circ$ ,  $M_\infty = 4$ , представленные на рис. 4, показывают сложную структуру течения в окрестности двойного угла сжатия. Кроме скачков уплотнения (СУ1, СУ2) и пограничного слоя (ПС), на рисунке можно видеть два контактных разрыва (КР1, КР2) и вторичные волны разрежения (ВР), исходящие из тройных точек  $\lambda$ -конфигураций ударных волн. Протяженность отрывной зоны составляет  $(3+5)\delta$ , причем для  $M_\infty = 3$  размер отрывной зоны существенно больше. За первым скачком происходит небольшое повышение коэффициента трения, а после второго взаимодействия  $C_f$  для  $M_\infty = 4$  увеличивается более чем в 1,5 раза (см. рис. 3, *b*). Для  $M_\infty = 3$  столь значительного повышения коэффициента трения не наблюдается. Статическое

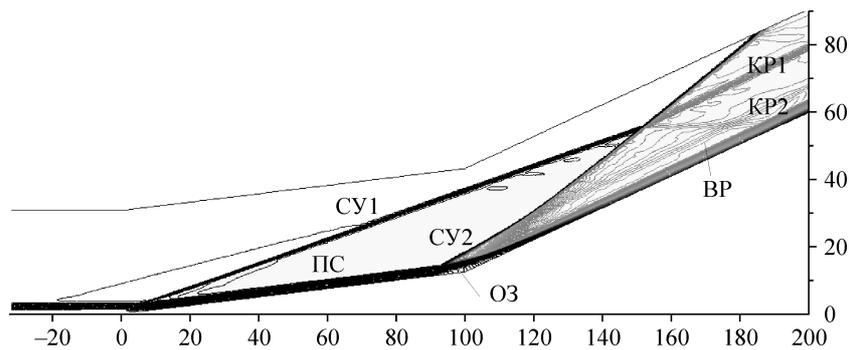


Рис. 4. Изолинии плотности для  $\alpha_1 = 7^\circ$ ,  $M_\infty = 4$ .

давление после первого и второго взаимодействий выходит на предсказанный невязкой теорией уровень. Для  $M_\infty = 4$  (кривая 1) при  $x \approx 200$  мм наблюдается снижение давления вследствие прихода на поверхность тела вторичных волн разрежения, исходящих из тройной точки  $\lambda$ -конфигурации ударных волн (см. рис. 4). Вторичные волны разрежения отражаются от поверхности тела и контактных поверхностей, что обуславливает немонотонное распределение давления за точкой присоединения потока (см. рис. 3, а, линия 1). Для  $M_\infty = 3$  вторичные волны разрежения приходят на поверхность тела за пределами расчетной области.

Для угла  $\alpha_1 = 11^\circ$  течение остается безотрывным при первом взаимодействии для обоих рассмотренных чисел Маха (см. рис. 3, с, d). При увеличении первого угла до  $15^\circ$  в случае  $M_\infty = 3$  и 4 появляется отрывная зона (см. рис. 3, е, f). При втором взаимодействии в обоих случаях также наблюдается отрыв, который можно заметить по формированию характерного плато на распределении давления. Следует отметить также, что после второго взаимодействия выход давления на теоретический невязкий уровень затягивается. На графиках давления и трения можно видеть эффекты, связанные с действием вторичных волн разрежения. Отмеченные для случая  $\alpha_1 = 7^\circ$  тенденции в поведении коэффициента трения сохраняются. После первого взаимодействия наблюдается более значительный, чем при  $\alpha_1 = 7^\circ$ , рост коэффициента трения. При  $M_\infty = 4$ ,  $\alpha_1 = 11^\circ$ ,  $15^\circ$  после второго взаимодействия коэффициент трения повышается более чем в 2,5 раза (см. рис. 3, d, f, линия 1). В то же время для  $M_\infty = 3$  столь значительного роста коэффициента трения не наблюдается, что связано, по-видимому, с достаточно низкими числами Маха внешнего потока (см. табл. 2).

Для исследования влияния величины  $\alpha_1$  на структуру течения в окрестности второго угла проводились расчеты по взаимодействию пограничного слоя с одиночным скачком  $\alpha_1 = 18^\circ$  при числах Маха набегающего потока, соответствующих величинам  $M_1$  в табл. 2. При этом во входном сечении на границе 1а задавались профили равновесного турбулентного пограничного слоя с интегральными характеристиками, близкими к параметрам возмущенного первым взаимодействием пограничного слоя. Результаты расчета показали, что для рассмотренных чисел Маха  $M_\infty = 2-4$  в случае равновесного пограничного слоя (без предварительного воздействия, т. е.  $\alpha_1 = 0^\circ$ ) в окрестности второго угла всегда существует отрывная область, размер которой уменьшается с увеличением числа Маха набегающего потока.

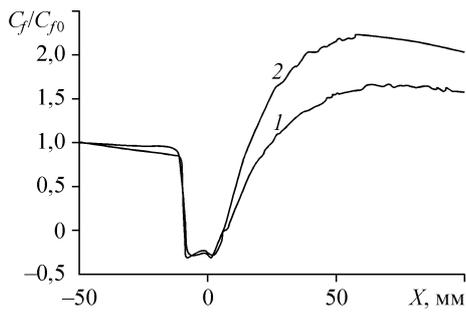


Рис. 5. Распределение коэффициента трения для  $\alpha_1 = 18^\circ$ ,  $M = 3,49$ , без предварительного воздействия (1), с предварительным воздействием  $\alpha_1 = 7^\circ$  (2).

При наличии предварительного воздействия скачка уплотнения размер отрывной области на втором угле сжатия зависит от интенсивности первого скачка. Если интенсивность первого скачка невелика и течение в области первого угла сжатия остается безотрывным, предварительное воздействие не оказывает существенного влияния на изменения отрывных свойств на втором угле сжатия. Протяженность области отрыва в этом случае для одиночного и двойного взаимодействия остается примерно одинаковой, однако в случае двойного взаимодействия коэффициент трения за точкой присоединения растет сильнее (рис. 5, линия 2).

Наличие отрыва на первом угле сжатия приводит к изменению отрывных свойств пограничного слоя в области второго взаимодействия. Сравнение длин отрыва для одиночного и двойного взаимодействий показывает, что воздействие предварительного скачка сокращает протяженность области отрыва на втором угле сжатия (рис. 6, *a*, линия 2). Для объяснения этого эффекта были проанализированы профили турбулентных параметров для случаев одиночного и двойного взаимодействий. Представленные на рис. 6, *b* профили турбулентной вязкости в поперечном сечении  $x = -10\delta$  (точка  $x = 0$  соответствует углу  $18^\circ$ ) показывают, что после отрыва на первом угле сжатия (кривая 2) турбулентная вязкость существенно возрастает по сравнению с невозмущенным случаем (кривая 1). Высокая турбулентная вязкость в зоне второго взаимодействия препятствует развитию отрыва, что может объяснять сокращение размера отрывной области. Такая тенденция в изменении отрывных свойств сохраняется для всех рассмотренных чисел Маха и углов предварительного поворота потока. Рис. 7 показывает зависимость расчетной относительно длины отрыва на втором угле  $\alpha_2 = 18^\circ$  от числа Маха без учета влияния первого возмущения ( $\alpha_1 = 0$ ) и с наличием предварительного скачка различной интенсивности ( $\alpha_1 = 7^\circ, 11^\circ$  и  $15^\circ$ ). Здесь также нанесены линии тренда, показывающие тенденцию поведения длины отрыва при изменении  $M_\infty$  и  $\alpha_1$ .

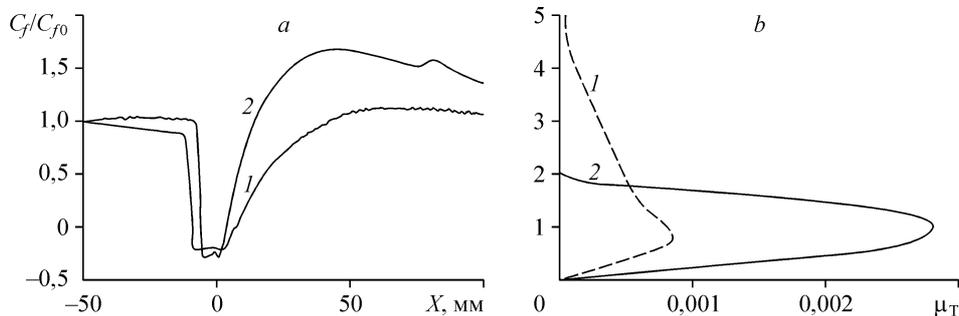
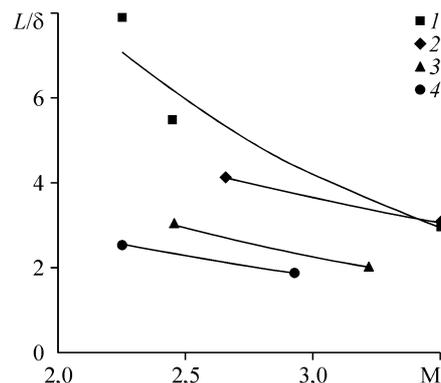


Рис. 6. Распределение коэффициента трения для  $\alpha_1 = 18^\circ$ ,  $M = 2,928$  (*a*), профили турбулентной вязкости (*b*), без предварительного воздействия (1), с предварительным воздействием  $\alpha_1 = 15^\circ$  (2).

Рис. 7. Расчетная зависимость относительной длины отрыва на клине  $\alpha_2 = 18^\circ$  от числа Маха при  $\alpha_1 = 0^\circ$  (1),  $7^\circ$  (2),  $11^\circ$  (3),  $15^\circ$  (4).



### ВЫВОДЫ

Методами математического моделирования исследовались отрывные свойства турбулентного пограничного слоя при взаимодействии со скачками уплотнения различной интенсивности. В случае взаимодействия пограничного слоя с одиночным скачком уплотнения, уменьшение числа Маха набегающего потока и повышение интенсивности скачка приводит к увеличению размера отрывной области. Этот результат не противоречит данным других авторов и удовлетворительно согласуется с экспериментальными результатами. При взаимодействии пограничного слоя с системой скачков уплотнения получено, что влияние первого скачка уплотнения увеличивает уровень турбулентности в потоке и улучшает способность пограничного слоя противостоять отрыву в области второго взаимодействия. Размер отрывной зоны зависит от интенсивности предварительного воздействия. При безотрывном обтекании первого угла сжатия наличие предварительного скачка не оказывает воздействия на изменение отрывных свойств на втором угле, и различие в длине отрыва между одиночным и двойным взаимодействием является незначительным. Наличие локального отрыва на первом угле сжатия улучшает способность пограничного слоя противостоять отрыву, и в этом случае протяженность области отрыва в области второго взаимодействия значительно сокращается.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dolling D.S. Fifty Years of Shock-Wave / Boundary-Layer Interaction Research: What Next? // AIAA J. — 2001. — Vol. 39, No. 8. — P. 1517–1531.
2. Гогинш Л.В., Степанов Г.Ю. Турбулентные отрывные течения. — М.: Наука, 1979. — С. 387.
3. Чжен П. Отрывные течения. — М.: Мир, 1972. — Т. 1. — 300 с.; 1973. — Т. 2. — 280 с.
4. Гольдфельд М.А., Тютиня Э.Г. Исследования сжимаемого осесимметричного турбулентного пограничного слоя в сложных условиях с отрывом потока. — Новосибирск, Препр. ИТПМ, 1983. — 52 с.
5. Гольдфельд М.А., Долгов В.Н. Профили скоростей при взаимодействии турбулентного пограничного слоя со скачком уплотнения на клине // Аэрофизические исследования. — Новосибирск, ИТПМ, 1973. — Вып. 2. — С. 98–99.
6. Старухин В.П., Тарышкин А.Г. Экспериментальное исследование турбулентного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке на плоских тормозящих поверхностях с изломами образующих // Уч. записки ЦАГИ. — 1975. — Т. 6, № 4. — С. 95–100.
7. Босняков С.М., Ремеев Н.Х. Расчетное и экспериментальное исследование интегральных параметров пограничного слоя на ступенчатых клиньях плоских сверхзвуковых воздухозаборников // Тр. ЦАГИ. — 1981. — Вып. 2098. — С. 34.
8. Seddon J. The flow produced by interaction of a turbulent boundary layer with a normal shock wave of strength sufficient to cause separation // Aeronautical Res. Council. Rep. and Memor. No. 3502. — London. — 1967.
9. Гольдфельд М.А., Затолока В.В. Об улучшении отрывных свойств турбулентного пограничного слоя в результате воздействия скачка уплотнения // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. — 1979. — Вып. 3, № 13. — С. 40–47.

10. **Goldfeld M.A., Lisenkov I.G.** Investigation of compressible turbulent boundary layer with large adverse pressure gradient // Proc. of the IUTAM Symp. on Turbulent Shear-Layer / Shock-Wave Interactions. — Novosibirsk, Russia, July 9-13, 1990. — Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag. — P. 377–380.
11. **Gaisbauer U.E., Fedorchenko I.A., Fedorova N.N.** Kraemer Supersonic double ramp flow simulation and comparison with experimental data // Inter. Conf. on the Methods of Aerophysical Research: Proc. Pt. IV. — Novosibirsk: Publishing House “Nonparel”, 2007. — P. 16–21.
12. **Желтоводов А.А., Шилейн Э.Х., Яковлев В.Н.** Развитие турбулентного пограничного слоя в условиях смешанного взаимодействия со скачками уплотнения и волнами разряжения. — Новосибирск, Препр. ИТПМ, 1983. — № 28–83. — 52 с.
13. **Wilcox D.C.** Turbulence modeling for CFD. — La Cañada, California: DCW Industries Inc, 1993. — 477 p.
14. **Борисов А.В., Федорова Н.Н.** Расчет турбулентных отрывных течений на основе метода повышенного порядка аппроксимации // Теплофизика и аэромеханика. — 1995. — Т. 2, № 3. — С. 253–269.

*Статья поступила в редакцию 12 марта 2008 г.*