

**О РАЗВИТИИ КАМУФЛЕТНОЙ ПОЛОСТИ
ПРИ ВЗРЫВЕ В МЯГКОМ ГРУНТЕ**

Э. А. Кошелев

(Новосибирск)

На основе модели вязкопластической среды рассматривается задача о взрыве в мягком грунте. Из решения следует, что теоретическая зависимость радиуса полости от времени удовлетворительно совпадает с экспериментальными данными. Введение вязкости в схему движения приводит к появлению масштабного эффекта. Из анализа поля напряжений следует вывод о существовании уже на начальной стадии движения интенсивных тангенциальных растягивающих напряжений, что приводит к образованию системы радиальных трещин, наблюдаемых в эксперименте.

Данной проблеме посвящено большое количество теоретических работ [1—5]. Целью этих работ было получение и оценка различных параметров, характеризующих камуфлетный взрыв в грунте: радиус развития полости камуфлета, время его развития, интенсивность излучаемой упругой волны и пр. Естественно, в рамках одной теоретической модели трудно описать весь процесс от начала детонации ВВ до полной остановки движения. В частности, не освещается характерное для камуфлетного взрыва интенсивное растрескивание границы полости. В последнее время в печати появились статьи, авторы которых пытаются объяснить это явление [6,7]. Объяснение при этом строится на основе уже известной модели грунта, но с соответствующим подбором параметров условия пластичности, далеких от действительности [6], что делает такое объяснение неправдоподобным, либо основываясь на полумпирических критериальных оценках [7]. И тем не менее подобная неустойчивость границы газовой полости нуждается в более наглядном физическом представлении и объяснении.

Априори ясно, что образование системы радиальных трещин может происходить под действием интенсивных тангенциальных растягивающих напряжений. В предлагаемой работе такое поле напряжений строится на основе модели вязкопластической среды. Следует отметить, что идея учета вязких свойств грунта при решении динамических задач принадлежит, по-видимому, Г. М. Ляхову, экспериментально определившему вязкость песка [8] и использовавшему эту модель при решении волновых задач [9].

Будем строить решение на основе наиболее простой схемы движения — модели с постоянной паковкой. Эта модель, будучи несложной математически, хорошо описывает все основные характеристики явления. По аналогии с [2] представляем движение грунта следующим образом. В момент времени $t=0$ в полости с начальным радиусом a_0 происходит мгновенное выделение энергии, после чего по грунту распространяется ударная волна. Среда за фронтом волны несжимаема и, согласно принятой нами концепции, вязкопластична. Задача будет решаться в случае центральной симметрии. Уравнения движения и неразрывности имеют вид:

$$(1) \quad \rho \left(\frac{du}{dt} + u \frac{du}{dr} \right) = \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r};$$

$$(2) \quad \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u) = 0,$$

где u — массовая скорость; $\sigma_r, \sigma_\theta = \sigma_\varphi$ — компоненты тензора напряжения; ρ — плотность среды за фронтом ударной волны.

В обычном виде связь между компонентами тензора напряжения и тензора скорости деформации для несжимаемой вязкопластической среды записывается в виде [10]

$$(3) \quad s_{ij} = 2 \left(\frac{\tau_s}{H} + \frac{u}{3} \right) e_{ij},$$

где s_{ij} — компоненты девиатора напряжения; e_{ij} — компоненты тензора скорости деформации; $H = (2e_{ij}e_{ij})^{1/2}$ — интенсивность скоростей деформаций; τ_s — предел текучести по Мизесу; μ — коэффициент вязкости. Для грунтов предел текучести зависит от всестороннего давления, и известно из экспериментов условие пластичности [5]:

$$(4) \quad s_{ij} \cdot s_{ij} = 2(k + mp)^2,$$

где m и k — постоянные, характеризующие внутреннее трение и сцепление грунта; $p = -(\sigma_r + 2\sigma_\theta)/3$ — гидростатическое давление. Ниже предлагается объединить для описания напряженного состояния грунтов условия (3) и (4). Тогда в случае сферической симметрии условие пластичности с учетом скорости деформации примет вид

$$\sigma_r - \sigma_\theta = -k + m(\sigma_r + 2\sigma_\theta) + \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right)$$

или, используя уравнение неразрывности,

$$(5) \quad \sigma_r - \sigma_\theta = -k + m(\sigma_r + 2\sigma_\theta) - 2\mu u/r.$$

Решая уравнение (1), (2), получаем

$$(6) \quad u = \lambda(t)/r^2;$$

$$\sigma_r = \frac{k}{3m} + \frac{\rho \dot{\lambda}}{(\alpha - 1)r} - \frac{2\rho \lambda^2}{(\alpha - 4)r^4} + \frac{2\mu \alpha \lambda}{3m(\alpha - 3)r^3} + r^{-\alpha} \cdot C(t),$$

где $\alpha = 6m/(1 + 2m)$, а точка означает дифференцирование по времени.

Задача решается при следующих граничных условиях:
на границе полости $r = a$

$$\sigma_r(a) = -P(a),$$

на фронте ударной волны $r = R$

$$u(R) = \xi \dot{R};$$

$$\sigma_r(R) = -\rho_0 \xi \dot{R}^2 - P^*,$$

где $\xi = 1 - \rho_0/\rho$ — «паковка» грунта; ρ_0 — начальная плотность; P^* — начальное давление в грунте.

Из закона сохранения массы вещества получаем соотношение, выражающее связь между радиусом полости и координатой фронта ударной волны

$$(7) \quad R = \left[\frac{1}{\xi} - \frac{1 - \xi}{\xi} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 \right]^{1/3} \cdot a = \varepsilon(a) a.$$

Функцию $\lambda(t)$ определяем на границе полости

$$(8) \quad \lambda(t) = a^2 \dot{a}.$$

Подставляя в граничные условия выражение для σ_r и используя соотношения (7) и (8), получим, исключив $C(t)$, обыкновенное дифференциальное уравнение относительно радиуса полости

$$(9) \quad a \frac{d^2 a}{dt^2} + \left[2 + \frac{(1-\xi)(\alpha-1)\varepsilon^{\alpha-4}}{\xi(\varepsilon^{\alpha-1}-1)} - \frac{2(\alpha-1)(\varepsilon^{\alpha-4}-1)}{(\alpha-4)(\varepsilon^{\alpha-1}-1)} \right] \left(\frac{da}{dt} \right)^2 + \\ + \frac{2\mu\alpha(\alpha-1)(\varepsilon^{\alpha-3}-1)}{3m\rho(\alpha-3)(\varepsilon^{\alpha-1}-1)a} \cdot \frac{da}{dt} = \frac{\alpha-1}{\rho(\varepsilon^{\alpha-1}-1)} \left[P(a) - P_* \varepsilon^\alpha - \right. \\ \left. - \frac{k}{3m} (\varepsilon^\alpha - 1) \right].$$

За остановку движения следует принять момент времени, когда $\dot{a}=0$. Введем безразмерные переменные по формулам

$$x = a/a_0, \quad \tau = t/a_0 \sqrt{\xi P_0/\rho_0},$$

где P_0 — начальное давление в продуктах детонации. Тогда вместо (9) получим

$$(10) \quad x \frac{d^2 x}{d\tau^2} + \left[2 + \frac{(1-\xi)(\alpha-1)\varepsilon^{\alpha-4}}{\xi(\varepsilon^{\alpha-1}-1)} - \frac{2(\alpha-1)(\varepsilon^{\alpha-4}-1)}{(\alpha-4)(\varepsilon^{\alpha-1}-1)} \right] \times \\ \times \left(\frac{dx}{d\tau} \right)^2 + \frac{\mu}{a_0 \rho_0} \sqrt{\frac{\rho_0}{P_0}} \cdot \frac{2\alpha(\alpha-1)(1-\xi)(\varepsilon^{\alpha-3}-1)}{3m(\alpha-3)(\varepsilon^{\alpha-1}-1)} \frac{1}{\sqrt{\xi}} \frac{dx}{d\tau} = \\ = \frac{(\alpha-1)(1-\xi)}{(\varepsilon^{\alpha-1}-1)\xi} \left[\frac{P(x)}{P_0} - \frac{P_*}{P_0} \varepsilon^\alpha - \frac{k}{3mP_0} (\varepsilon^\alpha - 1) \right].$$

В коэффициенте при третьем члене в левой части уравнения (10) выделена безразмерная комбинация $a_0 \rho_0 / \mu \sqrt{P_0/\rho_0}$, которую можно отождествить по смыслу с числом Рейнольдса, известным в теории вязкой жидкости, что мы в дальнейшем и делаем.

К сожалению, даже при пренебрежении начальным этапом движения, т. е. при $\varepsilon \approx \xi^{-1/3}$, не удастся получить решения в замкнутом виде. Уравнение (10) интегрировалось при помощи ЭВМ. Функция $P(a)$ определялась следующим образом:

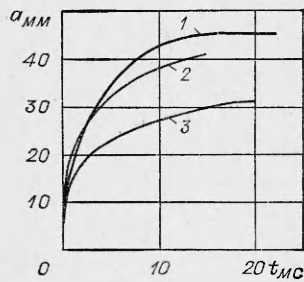
$$P(a) = \begin{cases} P_0 (a/a_0)^{-3\gamma_1}, & \text{если } a_* \geq a \geq a_0 \\ P_0 (a_*/a_0)^{-3\gamma_1} (a/a_*)^{-3\gamma_2}, & \text{если } a > a_*, \end{cases}$$

где $P_0 = 8 \cdot 10^{10}$ дин/см²; $\gamma_1 = 3$; $\gamma_2 = 1,27$; $a_* = 1,53 a_0$. Начальная плотность грунта ρ_0 в расчетах полагалась равной 1,6 г/см³, вязкость грунта $\mu = 3 \cdot 10^5$ пуаз, что соответствует песку [8]. Паковка грунта варьировалась в пределах от 0,025 до 0,1. Параметры, характеризующие внутреннее трение и сцепление грунта выбраны на основе экспериментальных данных [11] (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

	Песок	Лесс	Глина
m	0,45	0,425	0,233
$k \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	0,355	0,96	1,42

Пример численного счета представлен на фиг. 1, где построена теоретическая зависимость $a(t)$ для песка при $\xi=0,05$; $P_*=10^6$ дин/см², соответствующая взрыву заряда весом в 1 г (кривая 3), и для сравнения экспериментальные кривые по данным работ [12, 13]. Качественно поведение рассчитанной нами теоретической зависимости хорошо совпадает с экспериментальными. Различие в определении конечного радиуса полости можно отнести за счет



Фиг. 1

несовершенства теоретической модели, т. е. мы должны более точно сформулировать уравнение состояния грунта $p(\rho)$ с учетом переменной паковки и решать уже более сложную задачу. Но следует подчеркнуть, что даже в такой упрощенной постановке введение вязкости в схему движения при действительно приемлемых экспериментальных параметрах, определяющих внутреннее трение, сцепления, паковку грунта, уравнение состояния продуктов детонации и начальное давление P_* , дает хорошее совпадение с экспериментальными данными.

О зависимости конечного радиуса полости x_h и времени развития τ_h от величины паковки ξ можно судить из таблицы 2, где приведенные данные соответствуют взрыву в песке при $P_*=0$; $a_0=5,36$ см. Как видно из приведенной таблицы, величина конечного радиуса при этом меняется несущественно; гораздо больше, в 4 раза, изменяется время развития полости.

Закон движения камуфлетной полости можно определить как функцию набора безразмерных параметров

$$(11) \quad a = a_0 \cdot f(\tau, \text{Re}, P_*/P_0, h/P_0, m, \xi);$$

здесь $\text{Re} = a_0 \sqrt{\rho_0 P_0} / \mu$.

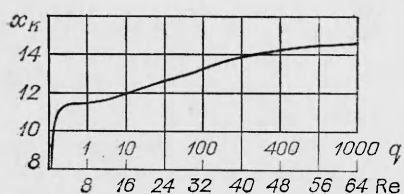
Из (11) следует, что камуфлеты, полученные в грунте с фиксированной вязкостью при взрывах различных по весу зарядов, не будут геометрически подобны.

Влияние масштабного эффекта на конечный радиус камуфлетной полости можно оценить по фиг. 2, где изображена зависимость x_h от числа Re для песка при $\xi=0,05$ и $P_*=0$. При увеличении масштаба взрыва $\text{Re} \rightarrow \infty$ функция $x_h(\text{Re})$ асимптотически стремится к значению $x_h=16,15$, т. е. при больших масштабах геометрическое подобие в обычном смысле

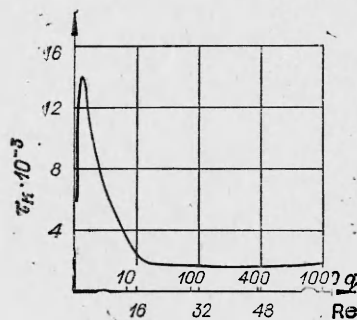
Т а б л и ц а 2

ξ	0,1	0,075	0,05	0,025
a_h	12,86	12,21	11,4	10,23
τ_h	$0,1671 \cdot 10^5$	$0,1282 \cdot 10^5$	$0,858 \cdot 10^4$	$0,4174 \cdot 10^4$

сохраняется. Наибольший интерес представляет область изменения Re от 2 до 38 (что соответствует заряду ВВ от ≈ 30 г до ≈ 200 кг), в которой непосредственно экспериментально проверялось геометрическое подобие. Конечный радиус меняется при этом от $11,12a_0$ до $13,7a_0$ приблизительно на 19–23%. Поскольку поверхность камуфлета в лессе, суглинке или глине пронизана многочисленными радиальными трещинами и измерение конечных размеров полости производится с определенной погрешностью $\sim 10\%$, трудно уловить отличие от геометрического подобия.



Фиг. 2



Фиг. 3

Второй важный параметр движения (время конечного развития полости) меняется при этом гораздо существеннее (в несколько раз). Функция $\tau_k(Re)$, отражающая зависимость конечного времени развития камуфлета от масштаба при значениях $\xi=0,05$ и $P_* = 0$, построена на фиг. 3. Здесь, так же как и на фиг. 2, по оси абсцисс для наглядности отложены величины зарядов q в кг, эквивалентных данному значению Re . Имеет смысл экспериментально искать отличие от геометрического подобия именно по этому параметру (времени развития камуфлета), но такими данными, к сожалению, мы пока не располагаем. Оценивая поведение кривых на фиг. 2 и 3, приходим к выводу: влияние вязкости становится малосущественным при $Re \approx 20$ (что эквивалентно заряду ВВ ~ 30 кг). Выше значения $Re=20$ камуфлетные взрывы в песке с хорошей точностью можно считать геометрически подобными.

Для анализа напряженного состояния определим σ_r . Из соотношения (6) и граничного условия на поверхности полости имеем

$$\begin{aligned} \sigma_r = & \frac{\rho}{\alpha-1} \ddot{a} \left[\frac{a}{r} - \left(\frac{a}{r} \right)^\alpha \right] + \left\{ \frac{2\rho}{\alpha-1} \left[\frac{a}{r} - \left(\frac{a}{r} \right)^\alpha \right] - \right. \\ & - \frac{2\rho}{\alpha-4} \left[\left(\frac{a}{r} \right)^4 - \left(\frac{a}{r} \right)^\alpha \right] \dot{a}^2 + \frac{2\mu\alpha}{3m(\alpha-3)} \left[\left(\frac{a}{r} \right)^3 - \left(\frac{a}{r} \right)^\alpha \right] \dot{a} + \\ & \left. + \frac{k}{3m} \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^\alpha \right] - P(a) \left(\frac{a}{r} \right)^\alpha \right. \end{aligned}$$

Определив \ddot{a} из уравнения движения (8) и переходя к безразмерным переменным, получим для радиального напряжения

$$\begin{aligned} (12) \quad \Sigma_r = & \left\{ \frac{2\xi}{(\alpha-4)(1-\xi)} \left[\left(\frac{x}{z} \right)^\alpha - \left(\frac{x}{z} \right)^4 \right] - \frac{\xi}{(1-\xi)(\alpha-1)} \left[\frac{x}{z} - \right. \right. \\ & - \left. \left(\frac{x}{z} \right)^\alpha \right] \left[\frac{(1-\xi)(\alpha-1)\varepsilon^{\alpha-4}}{\xi(\varepsilon^{\alpha-1}-1)} - \frac{2(\alpha-1)(\varepsilon^{\alpha-4}-1)}{(\alpha-4)(\varepsilon^{\alpha-1}-1)} \right] \left(\frac{dx}{d\tau} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \left\{ \left(\frac{x}{z} \right)^3 - \left(\frac{x}{z} \right)^\alpha - \frac{\varepsilon^{\alpha-3}-1}{\varepsilon^{\alpha-1}-1} \left[\frac{x}{z} - \left(\frac{x}{z} \right)^\alpha \right] \right\} \frac{2\alpha V \xi}{3m(\alpha-3) Re} \times \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1}{x} \frac{dx}{d\tau} - \frac{P(x)}{P_0} \left\{ \left(\frac{x}{z} \right)^\alpha - \frac{1}{\varepsilon^{\alpha-1} - 1} \left[\frac{x}{z} - \left(\frac{x}{z} \right)^\alpha \right] \right\} - \\ & - \frac{P_*}{P_0} \frac{\varepsilon^\alpha}{\varepsilon^{\alpha-1} - 1} \left[\frac{x}{z} - \left(\frac{x}{z} \right)^\alpha \right] + \frac{k}{3mP_0} \left\{ 1 - \left(\frac{x}{z} \right)^\alpha - \frac{\varepsilon^\alpha - 1}{\varepsilon^{\alpha-1} - 1} \times \right. \\ & \left. \times \left[\frac{x}{z} - \left(\frac{x}{z} \right)^\alpha \right] \right\}. \end{aligned}$$

Тангенциальную компоненту тензора напряжения σ_θ определим из условия пластичности (5):

$$\sigma_\theta = \frac{1-m}{1+2m} \sigma_r + \frac{k}{1+2m} + \frac{2\mu}{1+2m} \frac{u}{r}$$

или в безразмерном виде

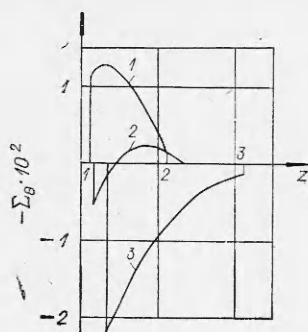
$$(13) \quad \Sigma_\theta = \frac{1-m}{1+2m} \Sigma_r + \frac{k}{(1+2m)P_0} + \frac{2\sqrt{\xi}}{(1+2m)\text{Re}} \frac{x^2}{z^3} \frac{dx}{d\tau},$$

где $z=r/a_0$.

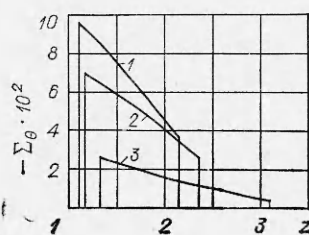
Уже из вида Σ_θ можно заключить, что при достаточно большой скорости границы полости возможно появление растягивающих напряжений (следует иметь в виду Σ_r по абсолютной величине всегда отрицательно). Этот вывод подтверждают расчеты. На фиг. 4 изображены кривые, иллюстрирующие характер изменения напряженного состояния песка при взрыве заряда ВВ ≈ 27 г ($\mu=3 \cdot 10^5$ пуаз). Кривая 1 соответствует радиусу полости $a=1,13 a_0$, 2—1,17, 3—1,33. Кривые для Σ_r не изображены; радиальное напряжение во время всего движения будет сжимающим и монотонно убывать от границы полости до фронта ударной волны. Уже при $a=1,17 a_0$ от границы камуфлета в глубь грунта распространяется зона интенсивных растягивающих напряжений. Поскольку прочность песка на разрыв незначительна, в этой области следует положить $\Sigma_\theta=0$, чем в решении вводится зона растрескивания. Это в решении не учитывается, так как пока остается неясным, как описать вообще состояние среды за фронтом зоны растрескивания. Авторами [6] при проведении экспериментов в песке с зарядами, близкими по масштабу, появление трещины наблюдалось при увеличении радиуса полости в 2,1—2,2 раза. Отличие нашего значения от экспериментального можно объяснить, с одной стороны, несовершенством нашей теоретической модели, но с другой стороны, совсем не очевидно, что появление растягивающих напряжений немедленно сопровождается размытым изображением границы газовой полости, наблюдаемым в опытах.

Из вида выражения для Σ_θ (13) следует, что в среде с нулевой вязкостью появление растягивающих напряжений возможно лишь тогда, когда радиальное напряжение становится сравнимым с силами сцепления в грунте $\sigma_r \sim k$. Для сравнения на фиг. 5 изображены кривые $\Sigma_\theta(z)$ для значений a таких же, как и на фиг. 4. При экспериментальных значениях $k \sim 1$ кг/см² это возможно лишь на заключительной стадии движения, близкой к моменту остановки, и величина растягивающего тангенциального напряжения в этом случае незначительна—порядка k . Отсюда следует, что появление растягивающих напряжений на начальной стадии движения целиком обусловлено вязкостью грунта.

Из формул (12) и (13) следует также, что поле напряжения вокруг полости зависит от масштаба взрыва. Для взрывов больших масштабов появление растягивающих тангенциальных напряжений должно проис-



Фиг. 4



Фиг. 5

ходить при относительно больших радиусах полости. Так что при достаточно большом масштабе явления грунт вокруг полости будет находиться в состоянии всестороннего сжатия во все время движения и появление радиальных трещин не должно наблюдаться. Кроме того, для сред с меньшим внутренним трением (глина, водонасыщенные грунты) возможность появления растягивающих Σ_{θ} менее вероятна, чем для сред с большим m (лесс, суглинок). Это, в частности, объясняет тот факт, что при взрывах в глине наблюдается сравнительно меньшая трещиноватость стенок камуфлета, чем для лесса или суглинка.

Автор благодарит Е. Н. Шера за полезные замечания, Э. Б. Поляка и М. А. Шабат — за помощь при проведении расчетов на ЭВМ.

Поступила 24 XII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Ишлинский А. Ю., Зволинский И. В., Степаненко И. З. К динамике грунтовых масс.—«Докл. АН СССР», 1954, т. 95, № 4.
2. Компанец А. С. Ударные волны в пластической уплотняющейся среде.—«Докл. АН СССР», 1956, т. 109, № 1.
3. Андрианкин Э. И., Корявов В. П. Ударная волна в переменнo-уплотняемой пластической среде.—«Докл. АН СССР», 1959, т. 128, № 2.
4. Шемякин Е. И. Распирение газовой полости в несжимаемой упругопластической среде.—ПМТФ, 1961, № 5.
5. Григорян С. С. К решению задачи о подземном взрыве в мягких грунтах.—ПММ, 1964, т. 28, № 6.
6. Альтшулер Л. В., Балабанов А. В., Баталов В. А., Родионов В. А., Тарасов Д. М. Рентгенографическое исследование начальной стадии развития камуфлетной полости в песчаном грунте.—ФГВ, 1970, т. 6, № 3.
7. Черный Г. И., Михалюк А. В. Развитие радиальных трещин при взрывах в сжимаемых породах.—«Физ.-тех. пробл. разр. полезн. ископ.», 1969, № 3.
8. Ляхов Г. М. Определение вязких свойств грунта.—ПМТФ, 1968, № 4.
9. Ляхов Г. М., Пачелский Я. Н. Об учете вязких и пластических свойств при решении волновых задач.—ПМТФ, 1973, № 2.
10. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М., «Наука», 1969.
11. Григорян С. С. Исследование по механике грунтов.— Дис. на соиск. учен. степени д-ра физ.-мат. наук. М., 1965 (МГУ).
12. Кривцов В. А., Семенова Л. А. О приближенном определении развития полости при камуфлетном взрыве сферического заряда в грунте.—«Прикл. мех. АН УССР», 1967, т. 3, № 9.
13. Колков О. С., Тихомиров А. М., Шалугевич А. Ф. Развитие котловой полости при взрыве в песчаном грунте.—ФГВ, 1967, т. 3, № 4.