

чало взаимодействия фронтальной и боковой поверхностей порошкового конгломерата с окружающей средой, что позволяет получить плотную, ровную и «гладкую» поверхность конгломерата, устойчивую к поверхностному, скользящему и проникающему аэродинамическому разрушающему воздействию.

Возможности увеличения дальности за счет прессования в стволе порошковой массы ограничены. Другой способ ее повышения обеспечивается за счет лидирующих обтекателей (конической или полусферической формы), толкаемых массой порошка. Эти обтекатели закрывают от аэродинамического воздействия фронтальную часть порошкового конгломерата. Поэтому аэродинамическое разрушение осуществляется только с боковой поверхности конгломерата. Применение плоского лидера позволяет доставить при выстреле из одного ствола на дальность 70—80 м до 30—50 % начальной массы метаемого порошка. При этом по траектории полета за летящим конгломератом создается узкое газопорошковое облако. На месте приземления конгломерат скользит 5—8 м по поверхности земли, оставляя след шириной 0,4—0,7 м и создавая над ним оптически плотное облако высотой 0,5—1 м и шириной 1 м.

На основе проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Теоретические исследования начальной стадии дают несколько завышенную оценку параметров движения порошковой массы, что связано с трудностями корректного учета факторов неоднородности взрывного горения пороха и нерегулярной структуры порошковой массы.

2. Зависимости дальности полета от массы ускорителя и начальной скорости разлета носят ярко выраженный унимодальный характер, определяемый лавинообразным разрушением порошкового тела при высоких скоростях его перемещения, что сопровождается ростом аэродинамического сопротивления.

3. Экспериментальные исследования позволяют получить достаточно полную количественную и качественную картину процесса распространения газодисперсного потока для того, чтобы обосновать наиболее простой и эффективный метод управления параметрами потока.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматуллин Х.А. Газодинамические основы взаимопроникающего движения сжимаемых сред // ПММ. — 1956. — 20, № 2. — С. 164—195.
2. Ивандаев А.И., Кутушев А.Г., Нигматулин Р.И. Ударные и детонационные волны в газозвзвях // Итоги науки и техники. Серия «Механика жидкости и газа». — М., 1981. — 16. — С. 209—274.
3. Ахатов И.Ш., Вайнштейн П.Б. Переход горения в детонацию в пористых системах унитарного топлива // Отчет Института механики МГУ, 1982. — № 2668.

252680, г. Киев  
Институт проблем материаловедения  
и.м. И.Н. Францевича

Поступила в редакцию 27/VII 1992,  
после доработки — 5/V 1993

УДК 531.66:(539.3+532.522)+621.7.044.2

С.А. Кинеловский

### КОНЦЕПЦИЯ УПРУГИХ — НЕУПРУГИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ СТРУЙНЫХ ПОТОКОВ И СОУДАРЕНИЕ СТРУЙ ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В рамках аналогии между соударением тел конечных размеров и бесконечно длинных тел концепция упругих — неупругих взаимодействий распространена на случай соударения «струйных потоков», что позволило без детального рассмотрения протекающих в области

© С.А. Кинеловский, 1994.

взаимодействия процессов провести анализ соударения в целом и возможных режимов взаимодействия. Расширено понятие абсолютно неупругого взаимодействия на случай соударения жидких тел или струй и показано, что модель идеальной несжимаемой жидкости для материала тел или струйных потоков соответствует предельному варианту неупругого взаимодействия, характеризующему отсутствием тепловых потерь. В рамках сделанных приближений получены физически правдоподобные решения двух классических задач гидродинамики: о несимметричном соударении свободных струй идеальной несжимаемой жидкости и о столкновении струй, движущихся вдоль стенок клина.

Понятия упругого и неупругого взаимодействий тел конечных размеров позволяют без детального рассмотрения процессов, протекающих в момент соударения, и безотносительно к материалу тел проводить анализ различных вариантов их взаимодействия, опираясь при этом лишь на законы сохранения. В данной работе предлагается распространить эту концепцию и на случай соударения длинных тел типа пластин, сопутствующий, в частности, таким явлениям, как кумуляция и сварка взрывом [1, 2]. Оставаясь в русле гидродинамической терминологии, будем ниже называть «струей» или «струйным потоком» движение любой конденсированной среды, ограниченное областью типа полосы достаточно произвольной формы.

1. Рассмотрим косое соударение двух плоских, ограниченных по ширине струйных потоков какого-либо материала в предположении, что существует стационарная конфигурация их взаимодействия. Пусть первоначально прямолинейные струи сталкиваются под углом  $\theta_0$ . Вдали от места соударения скорости струйных потоков —  $v_1$  и  $v_3$ , толщины —  $a_1$  и  $a_3$ . Материалы струй полагаем несжимаемыми с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_3$ . На рис. 1 изображена одна из возможных конфигураций взаимодействия, характеризуемая тем, что обмена материалом между струями не происходит и после столкновения остается две струи, скорости и толщины которых —  $v_2$ ,  $v_4$ ,  $a_2$  и  $a_4$  соответственно.

Полагаем, что материал струй есть система материальных точек, внутренние силы взаимодействия между которыми попарно равны и противоположно направлены. В этом случае, согласно известной в гидродинамике теореме Эйлера, закон сохранения импульса сводится к условию сохранения потока импульса через выделенные на достаточно большом от места соударения расстоянии сечения струй. Запишем это условие в проекциях на оси координат (направление оси абсцисс совпадает с первоначальным направлением вектора скорости струи  $a_1$ ):

$$\rho_1 a_1 v_1^2 + \rho_3 a_3 v_3^2 \cos \theta_0 = \rho_1 a_2 v_2^2 \cos \theta_2 + \rho_3 a_4 v_4^2 \cos \theta_4, \quad (1)$$

$$\rho_3 a_3 v_3^2 \sin \theta_0 = \rho_1 a_2 v_2^2 \sin \theta_2 + \rho_3 a_4 v_4^2 \sin \theta_4. \quad (2)$$

Условие сохранения потока массы имеет вид

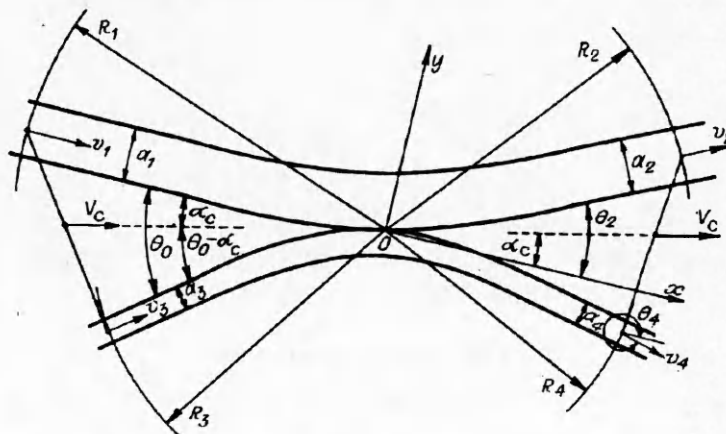


Рис. 1

$$\rho_1 a_1 v_1 + \rho_3 a_3 v_3 = \rho_1 a_2 v_2 + \rho_3 a_4 v_4. \quad (3)$$

Из (1)—(3) видно, что между задачей о соударении конечных масс и рассматриваемой задачей о соударении струй имеется очевидная аналогия: запись уравнений, выражающих законы сохранения, для обеих задач идентична, если везде, где в первой задаче стоят массы тел, для второй подразумевать потоки массы. Помимо этого, аналогично тому, как в первом случае вводится понятие центра масс (центра инерции), во втором можно ввести аналогичное понятие центра потоков массы и скорости его перемещения.

Для соударения струй идеальной несжимаемой жидкости подход, основанный на рассмотрении центра инерции потоков массы, предложен в [3], однако в целом эта идея оказалась плодотворной для исследования более широких классов моделей материала и режимов взаимодействия струйных потоков. Процедура нахождения центра потоков массы аналогична случаю конечных масс. Единственное отличие заключается в том, что если там местоположение центра инерции однозначно определено, то в рассматриваемой задаче оно, естественно, зависит от выбора сечений, для которых строится центр потоков массы. Однако это отличие не принципиально, поскольку величина и направление скорости центра потоков массы определяются однозначно и от выбора сечений, при условии их достаточной удаленности от места соударения струй, не зависят.

С учетом того, что левые части уравнений (1) и (2) дают для соударяющихся струй составляющие потока импульса системы по осям, для скорости центра потоков массы и угла (см. рис. 1) ее наклона к оси абсцисс находим:

$$V_c = \frac{\sqrt{(\rho_1 a_1 v_1^2 + \rho_3 a_3 v_3^2 \cos \theta_0)^2 + (\rho_3 a_3 v_3^2 \sin \theta_0)^2}}{\rho_1 a_1 v_1 + \rho_3 a_3 v_3}, \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_c = \frac{\rho_3 a_3 v_3^2 \sin \theta_0}{\rho_1 a_1 v_1^2 + \rho_3 a_3 v_3^2 \cos \theta_0}. \quad (5)$$

При этом из (1)—(3) следует, что после соударения центр потоков массы движется с той же по величине и направлению скоростью, что и до соударения.

Для достижения полной аналогии с задачей о соударении тел достаточно потребовать, чтобы расстояния до рассматриваемых сечений струй были пропорциональны скоростям струй.

Выделим в соударяющихся струйных потоках два сечения, отстоящие достаточно далеко от места столкновения струй, и рассмотрим в этих сечениях соответствующие потокам массы объемы материала. В системе координат, связанной с центром инерции выделенных масс, любой их элемент имеет скорость, по величине и направлению совпадающую со скоростью центра инерции каждой из масс, а сами массы двигаются навстречу друг другу и обладают равными по величине импульсами. В этой же системе координат рассмотрим движение всех элементов струй, которые находятся на большем расстоянии от места соударения, чем выделенные сечения. Каждый из этих элементов имеет такую же скорость, как и в выделенном сечении. Следовательно, для любого сколь угодно малого элемента одной струи всегда найдется соответствующий ему элемент другой струи, который компенсирует как импульс первого, так и его момент относительно какого-то общего для всех элементов центра. Отсюда следует, что случай столкновения струйных потоков вне зависимости от толщины струй аналогичен соударению точечных масс.

Существование аналогии между задачами о взаимодействии струйных потоков и о соударении тел (точечных масс) делает обоснованной попытку распространения идеологии, основанной на концепции упругих — неупругих взаимодействий, и на случай столкновения струй.

Классическая задача о соударении точечных или конечных размеров масс в самой общей постановке обладала неопределенностью до тех пор, пока

на уровне гипотезы не было введено понятие коэффициента восстановления импульса соударяющихся масс.

Применим концепцию упругих — неупругих взаимодействий к соударению пластин — струйных потоков конденсированной среды и введем коэффициент восстановления импульса  $k$  каждой струи как отношение нормальных к линии соударения составляющих потока импульса после и до соударения. По аналогии со случаем соударения точечных масс за линию соударения логично принять линию перемещения центра потоков массы. Нетрудно показать, что тогда нормальные к линии соударения составляющие потока импульса для сталкивающихся струй равны друг другу:

$$\rho_1 a_1 v_1^2 \sin \alpha_c = \rho_3 a_3 v_3^2 \sin (\theta_0 - \alpha_c).$$

Автоматически эти составляющие равны и для струй после столкновения, что следует из закона сохранения потока импульса, и, следовательно, коэффициент восстановления потока импульса одинаков для обеих струй:

$$k = \frac{a_2 v_2^2 \sin (\theta_2 - \alpha_c)}{a_1 v_1^2 \sin \alpha_c} = \frac{a_4 v_4^2 \sin (2\pi - \theta_4 + \alpha_c)}{a_3 v_3^2 \sin (\theta_0 - \alpha_c)}. \quad (6)$$

Рассмотрим классические для соударения тел режимы взаимодействия струй.

Абсолютно упругое взаимодействие ( $k = 1$ ). Из уравнений (1) — (3) и (6) получаем единственное решение

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1, \quad v_2 = v_1, \quad \theta_2 = 2\alpha_c, \\ a_4 &= a_3, \quad v_4 = v_3, \quad 2\pi - \theta_4 = \theta_0 - \alpha_c. \end{aligned} \quad (7)$$

Этот режим взаимодействия аналогичен упругому удару точечных масс и, в частности, характеризуется тем, что для каждой из сталкивающихся струй угол падения на плоскость соударения равен углу ее отражения от этой плоскости.

Абсолютно неупругое взаимодействие ( $k = 0$ ). В этом случае подразумевается, что струи слипаются и после соударения движутся вместе, сохраняя свою целостность. Решение имеет вид

$$\begin{aligned} \theta_2 &= 2\pi - \theta_4 = \alpha_c, \\ v_2 &= v_4 = V_c = \frac{\rho_1 a_1 v_1^2 \cos \alpha_c + \rho_3 a_3 v_3^2 \cos (\theta_0 - \alpha_c)}{\rho_1 a_1 v_1 + \rho_3 a_3 v_3}, \\ a_2 &= a_1 \frac{v_1}{V_c}, \quad a_4 = a_3 \frac{v_3}{V_c}, \end{aligned} \quad (8)$$

где выражение для  $V_c$  эквивалентно (4). Отсюда видно, что после соударения струи утолщаются, а величина и направление их скорости совпадают с  $V_c$ . Можно определить также изменение потока кинетической энергии при соударении струй. После несложных выкладок с учетом (8) получаем

$$\Delta E = \frac{1}{2} \frac{\mu}{1 + \mu} \rho_1 a_1 v_1 [v_1^2 + v_3^2 - 2v_1 v_3 \cos \theta_0],$$

где  $\mu = \rho_3 a_3 v_3 / (\rho_1 a_1 v_1)$  — отношение потоков массы сталкивающихся струй. Уменьшение потока кинетической энергии системы должно компенсироваться увеличением потока внутренней энергии, т.е. при неупругом взаимодействии материал струй нагревается.

Аналогично можно построить решения и для значений  $k$  из диапазона  $0 < k < 1$ , предполагая, что, как и в случае соударения тел, значение  $k$  зависит от физических свойств материалов струй и скорости их соударения и интегрально характеризует степень проявления упругих или пластических свойств материала струй-пластин. Исходя из физических соображений,

проанализируем, каким образом будет происходить трансформация режима взаимодействия струй в зависимости от условий соударения.

Состояние материала струй в области соударения определяется уровнем развивающихся там напряжений. При относительно низких для данного материала напряжениях деформации не выходят за рамки упругих. При последующей разгрузке материал возвращается практически в исходное состояние и можно говорить об упругом взаимодействии струй-пластин, которому соответствует  $k = 1$ ; результирующее состояние определяется решением (7). С ростом напряжений, например при увеличении скорости струй, материал становится более пластичным и его деформации будут выходить за рамки упругих. Полагая, что после соударения остается две струи, имеем не вполне упругий режим взаимодействия с  $0 < k < 1$ . Если после соударения струи сливаются в одну, то можно говорить об абсолютно неупругом ударе, определяемом решением (8). Эти результаты практически не отличаются от известных для соударения тел конечных размеров, что и объясняет краткость приведенных рассуждений.

Существование описанных режимов взаимодействия струй имеет и экспериментальное подтверждение. В частности, режимы соударения с  $k > 0$  описывают обусловленный упругими свойствами материала отскок металлических пластин после их косоугольного соударения, когда скорость пластин достаточно мала и их сцепления (сварки) не происходит, а режим взаимодействия с  $k = 0$  есть не что иное, как сварка пластин.

Возникает вопрос: каким образом будет происходить дальнейшая трансформация режима взаимодействия струй с ростом напряжений в области взаимодействия или с ростом пластичности материала струй?

Если рост напряжений в области взаимодействия сопровождается увеличением пластичности материала или последняя изначально уже достаточно велика, то из физических соображений логично предположить, что взаимодействие по-прежнему будет характеризоваться значением  $k = 0$ , т.е. оставаться неупругим. Однако реализующаяся при столкновении струй конфигурация может измениться. Например, начиная с некоторого момента напряжения в области соударения могут стать столь велики, что струи-пластины не смогут сохранить свою целостность. Из физических соображений можно предположить, что начальным этапом нарушения конфигурации будет отрыв отдельных частиц материала в область между соударяющимися струями (на рис. 1 — влево от точки 0 контакта струй), так как именно здесь свободная граница материала наиболее близко отстоит от области максимальной нагрузки, т.е. максимальны градиенты напряжений.

Другим фактором, приводящим к изменению конфигурации, может оказаться резкое повышение пластичности материала: при определенном уровне напряжений, не сводящихся к всестороннему сжатию, даже первоначально достаточно твердый материал переходит в текучее состояние [4]. В этом случае в области между соударяющимися струями вместо отдельных частиц материала появится вполне развитое струйное течение — обратная струя. Оба этих варианта видоизменения конфигурации имеют экспериментальное подтверждение. Потоки частиц при соударении пластин фиксировались в экспериментах по сварке взрывом [2], а конфигурация с обратной струей характерна для явления кумуляции. По-видимому, непротиворечиво предположение, что указанные изменения конфигурации должны происходить именно в описанном порядке, хотя последнее вовсе не означает, что обратная струя образуется всегда. Возможность ее возникновения обусловлена рядом физических факторов взаимодействия (в частности, сжимаемостью материала), известных как критерий или условия струеобразования [5—7].

Рассмотрим последствия, к которым приводят описанные выше изменения конфигурации взаимодействия струй. Появление движущихся в обратном направлении потока частиц или струи вызовет реактивное увеличение скорости основного отходящего потока от величины, определяемой (8), что прямо следует из закона сохранения импульса. Причем если для отдельных частиц оно будет микроскопически мало, то в случае обратной струи рост

скорости может быть существенным. При этом увеличится поток кинетической энергии для результирующего движения, т.е. уменьшаются тепловые потери по сравнению с предыдущей конфигурацией. Физически это объясняется тем, что при переходе материала в текучее состояние сдвиговые деформации могут увеличиваться без роста напряжений.

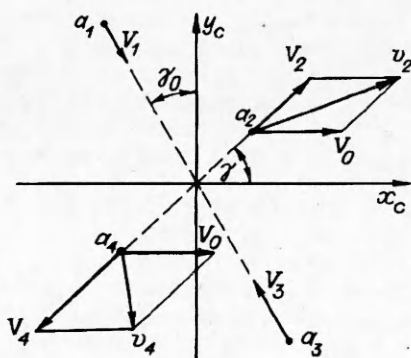
Далее, повышение скорости отходящих потоков не может быть сколь угодно большим, а ограничивается условием выполнения закона сохранения энергии. Отсюда следует, что предельной для рассматриваемой конфигурации взаимодействия является ситуация, когда тепловые потери настолько малы, что ими можно пренебречь. В число обеспечивающих выполнение этого условия попадает и модель идеальной несжимаемой жидкости для материала сталкивающихся потоков, что и объясняет возможность и успешность ее применения для описания косоуго соударения металлических пластин. Однако поскольку соответствующие режиму взаимодействия с обратной струей деформации материала пластин весьма велики, а вязкость деформирующегося материала заведомо не равна нулю, то очевидно, что для металлических пластин процесс взаимодействия всегда будет сопровождаться тепловыми потерями. Следовательно, скорость обратной струи реально всегда будет меньше, чем предсказывает модель идеальной несжимаемой жидкости, причем это отличие будет расти с уменьшением пластичности материала, а при снижении напряжений в области соударения ниже определенного уровня образование обратной струи может вообще прекратиться.

Дальнейшее неограниченное увеличение давлений (напряжений) в области соударения может сопровождаться тем, что при разгрузке конфигурация будет разрушаться в поперечном направлении вплоть до распада струй на отдельные частицы. Предельным вариантом такого разрушения, уже при космических скоростях соударения, является взрыв объема и испарение материала струй. Отметим, что в силу указанной выше аналогии все сделанные выводы в равной мере относятся к соударению как струйных потоков, так и конечных масс.

3. Особый интерес представляет случай соударения тел или струй из очень пластичного материала, в пределе сводящийся к задаче соударения струй идеальной несжимаемой жидкости. Рассмотрим сначала соударение двух идеально жидких масс  $a_1$  и  $a_3$ , соударяющихся под углом  $\theta_0$ . С учетом последующего перехода к задаче о соударении струй идеальной несжимаемой жидкости полагаем, что в лабораторной системе координат, которая ориентирована аналогично рис. 1, скорости и плотности масс одинаковы:  $v_1 = v_3 = v$ ,  $\rho_1 = \rho_3 = 1$ . Перейдем в систему координат, связанную с центром масс соударяющихся тел. Относительно лабораторной эта система повернута на угол  $\alpha_c$  и перемещается вдоль оси абсцисс со скоростью

$$V_c = \frac{\sqrt{a_1^2 + a_3^2 + 2a_1a_3\cos\theta_0}}{a_1 + a_3} \quad (9)$$

В системе центра масс соударение тел показано на рис. 2: две массы  $a_1$  и  $a_3$  движутся навстречу друг другу со скоростями



$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{2a_3}{a_1 + a_3} \sin \frac{\theta_0}{2}, \\ V_3 &= \frac{2a_1}{a_1 + a_3} \sin \frac{\theta_0}{2}, \end{aligned} \quad (10)$$

причем импульсы сталкивающихся масс одинаковы. Линия движения тел отклонена от вертикали на угол  $\gamma_0 = \theta_0/2 - \alpha_c$ . Для величины  $\alpha_c$  из (5) имеем

Рис. 2

$$\operatorname{tg} \alpha_c = \frac{a_3 \sin \theta_0}{a_1 + a_3 \cos \theta_0}. \quad (11)$$

После соударения в системе центра масс тела должны двигаться в противоположных направлениях, что следует из закона сохранения импульса, причем угол наклона линии их движения  $\gamma$  (см. рис. 2) произволен и должен определяться из дополнительных соображений. В частности, для абсолютно упругого удара ( $k = 1$ ) получаем, что  $\gamma = \pi/2 - \gamma_0$ , а при неупругом ударе ( $k = 0$ ) слипшиеся тела будут покоиться в начале координат. Процедура возвращения в лабораторную систему координат очевидна из рис. 2, а получаемые при этом решения эквивалентны (7) и (8).

Предположим теперь, что материал соударяющихся тел — идеальная несжимаемая жидкость. Сверхтекучесть такого материала и возможность развития сколь угодно больших тангенциальных деформаций даже при малых нагрузках приводят к тому, что после абсолютно неупругого удара слившаяся масса не сможет покоиться в начале системы координат, а будет как-то растекаться. Полагая, что она разделится на две части, одна из которых и является аналогом обратной струи, из закона сохранения импульса получаем, что эти части должны двигаться в противоположных направлениях. Угол  $\gamma$  пока остается неопределенным, т.е. все его возможные значения ( $0 \leq \gamma \leq \pi$ ) удовлетворяют законам сохранения массы и импульса.

Для определения  $\gamma$  используем следующие физические соображения. В системе центра масс соударение происходит по одной прямой и с равными импульсами. Поэтому логично предположить, что для идеально жидких масс произойдет такая трансформация системы, что разделившиеся массы будут двигаться в тангенциальном к первоначальному движению направлении, т.е.  $\gamma = \gamma_0$ . Кроме того, лишь в этом случае взаимодействие в системе центра масс будет неупругим в классическом смысле: первоначальное движение каждой из масс полностью ликвидируется. Таким образом, приходим к выводу, что при соударении точечных масс идеальной несжимаемой жидкости линия, относительно которой столкновение будет абсолютно неупругим, наклонена к линии движения центра масс под углом  $\gamma = \gamma_0$  (см. рис. 2). С учетом приведенного выше значения  $\gamma_0$  получаем, что относительно соударяющихся масс наклон этой линии совпадает с наклоном биссектрисы угла соударения.

Хотя направление движения разделившихся масс в системе центра масс и найдено, решение задачи еще остается неопределенным. Действительно, для четырех неизвестных  $a_2$ ,  $a_4$ ,  $V_2$  и  $V_4$  имеется всего два уравнения, выражающие законы сохранения массы и импульса:

$$\begin{aligned} a_2 + a_4 &= a_1 + a_3, \\ a_2 V_2 &= a_4 V_4. \end{aligned} \quad (12)$$

Еще одно уравнение может дать закон сохранения энергии, но и его будет недостаточно. С физической точки зрения это понятно, поскольку процедура разделения слипшейся массы на две части никак не определена. Для идеальной невязкой жидкости, которая деформируется без потери кинетической энергии, дополнительные условия на соударение может дать требование, что скорость разделившихся масс в лабораторной системе координат равна первоначальной (заметим, что в случае соударения струй идеальной несжимаемой жидкости эти условия возникают автоматически). Для нахождения скорости масс в лабораторной системе координат нужно  $V_2$  и  $V_4$  векторно сложить со скоростью центра масс  $V_c$  (см. рис. 2). Дополнительные уравнения следуют тогда из условий  $v_2 = v_4 = 1$  и после некоторых преобразований могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} V_2 &= \sqrt{1 - V_c^2 \sin^2 \gamma_0} - V_c \cos \gamma_0, \\ V_4 &= \sqrt{1 - V_c^2 \sin^2 \gamma_0} + V_c \cos \gamma_0. \end{aligned} \quad (13)$$

Из системы (12), (13) получаем единственное решение рассматриваемой задачи

$$V_2 = (F - 1) \cos \frac{\theta_0}{2}, \quad V_4 = (F + 1) \cos \frac{\theta_0}{2}, \quad (14)$$

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \left(1 + \frac{1}{F}\right), \quad a_4 = \frac{a_1 + a_3}{2} \left(1 - \frac{1}{F}\right), \quad (15)$$

$$\sin(\theta_2 - \alpha_c) = \frac{a_1 - a_3}{a_1 + a_3} \frac{F - 1}{2V_c} \sin \theta_0, \quad (16)$$

$$\sin(\beta - \alpha_c) = \frac{a_1 - a_3}{a_1 + a_3} \frac{F + 1}{2V_c} \sin \theta_0, \quad (17)$$

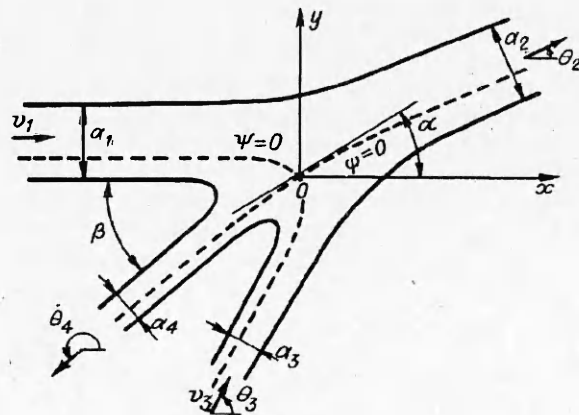
где  $\beta = \theta_3 - \pi$ ,

$$F(a_1, a_3, \theta_0) = \sqrt{1 + \frac{4a_1 a_3}{(a_1 + a_3)^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_0}{2}}.$$

Итак, здесь фактически введено понятие абсолютно неупругого взаимодействия жидких невязких масс, которое несколько отличается от его классического аналога для неделимых масс. Действительно, на первой фазе такого взаимодействия в системе центра масс полностью гасятся нормальные к линии соударения составляющие количества движения масс, что относится к обоим вариантам неупругого взаимодействия. В случае классического неупругого удара на второй фазе взаимодействия происходит некоторая деформация слипшейся массы. Эта деформация сопровождается обусловленным вязкостью нагревом материала, так что диссипировавшая в тепло энергия в точности соответствует потерянной на первой фазе кинетической энергии системы. В результате взаимодействия нагретая масса в системе центра масс находится в покое. В случае идеально жидких масс соответствующая второй фазе взаимодействия деформация проходит без диссипации энергии, и слипшаяся масса будет растекаться вдоль линии, силовое воздействие на которую с обеих сторон одинаково.

Таким образом, по окончании второй фазы взаимодействия две новые точечные массы движутся так, что нормальные к линии соударения составляющие количества движения у каждой из масс в системе центра масс равны нулю (как и в классическом варианте), но сама линия соударения уже параллельна биссектрисе угла соударения и кинетическая энергия при ударе не теряется.

4. Рассмотрим классическую задачу о несимметричном соударении двух плоских струй идеальной несжимаемой жидкости [8—10]. Картина течения при соударении двух струй, имеющих одинаковые скорости  $v = 1$  (в беско-



нечности и на свободных линиях тока) и плотности  $\rho = 1$ , представлена на рис. 3 ( $a_1, a_3$  — ширина сталкивающихся струй,  $\theta_0$  — угол соударения,  $a_2, a_4$  — ширина отходящих струй,  $\theta_2, \theta_4$  — углы их наклона к оси абсцисс; под  $a_k$  и  $\theta_k$  подразумеваются их значения в бесконечно удаленной точке). Из условий сохранения потока массы и проекций на ко-

Р и с. 3



ординатные оси потока импульса следуют три уравнения для четырех неизвестных —  $a_2, a_4, \theta_2$  и  $\theta_4$ . Вместо  $\theta_4$  ниже для упрощения рассматриваем угол  $\beta = \theta_4 - \pi$  (см. рис. 3).

Любое возможное решение задачи можно получить из системы (7), если задавать одну из неизвестных, например угол  $\beta$ , для которого очевиден диапазон возможных значений:  $0 \leq \beta \leq \theta_0$ . Для каждого  $\beta$  имеется полученное методами теории функций комплексного переменного решение для течения жидкости [8—10], и единственным образом могут быть построены все линии тока и найдены любые характеристики течения.

Таким образом, для выбора однозначной конфигурации течения необходимо привлечь какие-то дополнительные соображения. Исходя из изложенных выше результатов, эти соображения заключаются в следующем.

В рамках аналогии между соударением тел и струйных потоков модель идеальной несжимаемой жидкости соответствует предельной стадии неупругого взаимодействия жидких тел и струй. Поскольку для упругого, не вполне упругого и классического неупругого режимов взаимодействия решения для случаев соударения точечных масс и струйных потоков эквивалентны, то можно предположить, что решения задачи о соударении струй и рассмотренной выше задачи о соударении жидких точечных масс также совпадают. С учетом того, что для плотности и скорости сталкивающихся струй приняты единичные значения, искомое решение дается системой (14)—(17). При  $a_1 = a_3$  оно переходит в известное о симметричном соударении струй без предварительного условия о симметричности возникающей конфигурации течения, а при  $\theta_0 \rightarrow \pi$  сходится к известному решению задачи о симметричном столкновении противоположно направленных струй.

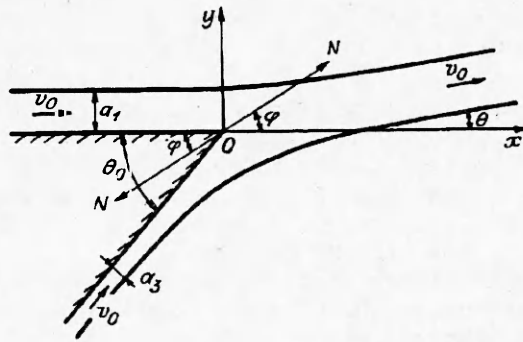
Анализ решения (14)—(17) показывает, что оно совпадает с полученным в [3], где при рассмотрении выделенных в определенных сечениях струй объемов жидкости неявно сделано предположение, что наклон линии, соединяющей центры масс этих объемов в отходящих струях, одинаков для всех случаев и определяется его значением для симметричного соударения. Таким образом, результаты данной работы показывают, что гипотеза [3] справедлива и система уравнений в принципе действительно может быть дополнена уравнением  $\theta_2 + \beta = \theta_0$ .

Отметим следующий из (14)—(17) интересный результат. Как уже говорилось выше, из общего решения, описывающего течение идеальной несжимаемой жидкости в области взаимодействия струй, могут быть определены любые характеристики течения. В частности, найдем наклон разветвляющейся линии тока в точке  $z = 0$  (см. рис. 3). Можно показать, что угол  $\alpha$  наклона линии тока  $\psi = 0$  в указанной точке определяется выражением

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= M \pm \sqrt{M^2 + 1}, \\ M &= \frac{2(a_2 \sin^2 \theta_2 + a_4 \sin^2 \theta_4 - a_3 \sin^2 \theta_0)}{a_2 \sin 2\theta_2 + a_4 \sin 2\theta_4 - a_3 \sin 2\theta_0}. \end{aligned}$$

Знак минус перед корнем относится к соударяющимся, а знак плюс — к расходящимся струям (соответствующие углы отличаются на  $\pi/2$ ). Расчеты по данным формулам показывают, что для решения (14)—(17) наклон линии тока  $\varphi = 0$  в точке  $z = 0$  для расходящихся струй в точности равен наклону биссектрисы угла соударения. Это означает, что вдоль указанной линии тока в окрестности точки  $z = 0$  жидкость в отходящих струях движется в противоположных направлениях вдоль прямой, наклон которой как раз и определяется условием неупругого взаимодействия.

Рассмотрим еще одну струйную задачу, для которой в обычной гидродинамической постановке не имеется однозначного решения: о соударении струй идеальной несжимаемой жидкости внутри или снаружи клина. По своей сути она родственна задаче о соударении свободных струй, поэтому, используя предыдущие результаты, можно получить физически правдоподобное решение и рассматриваемой задачи.



$a_1$  и  $a_3$ . Условие сохранения потока импульса в проекциях на оси координат дает уравнения

$$\begin{aligned} a_1 + a_3 \cos \theta_0 + N \cos \varphi &= (a_1 + a_3) \cos \theta, \\ a_3 \sin \theta_0 + N \sin \varphi &= (a_1 + a_3) \sin \theta, \end{aligned} \quad (18)$$

для неизвестных  $\theta$ ,  $N$  и  $\varphi$ , две последние из которых определяют величину и направление равнодействующей импульса, приложенного к жидкости со стороны клина (на клин со стороны жидкости действует такой же по величине и противоположно направленный импульс).

В рамках гидродинамического подхода других уравнений для определения неизвестных нет, поскольку условия сохранения потоков массы и энергии выполняются автоматически. Что касается условия сохранения момента потока импульса, то, как и в предыдущей задаче, оно выполняется для любой из возможных конфигураций течения. В частном случае  $\theta_0 = \pi$  эта задача переходит в известную и имеет однозначное решение. Действительно, тогда известно направление равнодействующей импульса  $N$  — по нормали к стенке, вдоль которой сталкиваются струи, и решение для  $\theta$  определяется выражением (16), которое после соответствующих преобразований дает

$$\sin \theta = \frac{2\sqrt{a_1 a_3}}{a_1 + a_3}. \quad (19)$$

Этот же результат непосредственно следует из первого уравнения системы (18).

Таким образом, ситуация полностью аналогична предыдущей задаче и может быть разрешена лишь введением какого-то дополнительного условия на процесс взаимодействия струй. Исходя из изложенного ранее, приходим к выводу, что этим условием может быть предположение о неупругом взаимодействии струй, которое в совокупности с решением предыдущей задачи позволяет определить направление импульса, действующего со стороны жидкости на клин.

Рассмотрим более простую задачу, в которой вдоль сторон клина вместо струй движутся две жидкие точечные массы. Так как трение отсутствует, то наличие клина не будет ощущаться вплоть до момента столкновения масс в вершине клина. Перейдем в систему координат, связанную с центром масс соударяющихся тел. Если бы клина не было, то при неупругом соударении жидких масс должны были образоваться две новые точечные массы, одна из которых двигалась бы в обратном направлении, т.е. внутрь угла соударения, причем, как было получено выше, по биссектрисе этого угла. Однако в действительности этого не может произойти из-за наличия клина, и, следовательно, импульс воздействия на клин при соударении будет направлен по биссектрисе угла его раствора. Поскольку силовое воздействие на клин не должно зависеть от системы координат, то оно будет таким же и в лабораторной системе. Полагая по аналогии с предыдущим, что этот вывод сохранится и для равнодействующей импульса в случае соударения струй,

получаем дополнительное условие  $\varphi = \theta_0/2$ , замыкающее систему (18). Решение этой системы можно записать в виде

$$N = (a_1 + a_3) \left[ \sqrt{1 - V_c^2 \sin^2 \left( \frac{\theta_0}{2} - \alpha_c \right)} - V_c \cos \left( \frac{\theta_0}{2} - \alpha_c \right) \right],$$

$$\sin(\theta - \alpha_c) = \left[ \sqrt{1 - V_c^2 \sin^2 \left( \frac{\theta_0}{2} - \alpha_c \right)} - V_c \cos \left( \frac{\theta_0}{2} - \alpha_c \right) \right] \sin \left( \frac{\theta_0}{2} - \alpha_c \right), \quad (20)$$

где  $V_c$  определяется выражением (9), а  $\alpha_c$  — выражением (11).

Аналогичным образом можно получить решение и для струй, сталкивающихся внутри угла, образованного прямолинейными стенками. Применительно к рис. 4, где отходящая струя будет направлена внутрь угла соударения, оно так же будет иметь вид (20), но в квадратных скобках перед вторым членом вместо минуса будет в обоих выражениях стоять знак плюс, что, вообще говоря, прямо следует из (13). При  $a_3 \rightarrow 0$  решение (20) сходится к тривиальному ( $N = \alpha_c = \theta = 0$ ), при  $a_3 = a_1$  реализуется симметричное течение ( $\theta = \alpha_c = \theta_0/2$ ), а при  $\theta_0 = \pi$  оно соответствует известному случаю симметричного столкновения встречных струй и для угла наклона отходящей струи дается формулой (19).

5. В качестве обобщения результатов работы отметим, что приложение концепции упругого — неупругого взаимодействия к соударению струйных потоков позволяет на основе законов сохранения проанализировать различные режимы и соответствующие этим режимам конфигурации взаимодействия рассматриваемых потоков. Из физических соображений удастся построить непротиворечивую последовательность смены одного режима взаимодействия другим в зависимости от условий соударения. Построенная логическая схема во многом подтверждается опытом. В частности, упругий и не вполне упругий режимы соударения описывают отскок металлических пластин при косом соударении, а режим неупругого взаимодействия — сварку взрывом.

Распространение понятия неупругого взаимодействия на соударение тел или струйных потоков, материал которых имеет повышенную пластичность, позволяет описать эффект образования обратной струи, характерный для явления кумуляции. В рамках построенной схемы удастся объяснить, почему при соударении металлических пластин скорость кумулятивной струи бывает существенно меньше, чем предсказывает гидродинамическая теория.

Проведено расширение понятия неупругого взаимодействия для соударения пластичных тел и струйных потоков и показано, что данный режим обладает как одинаковыми, так и отличными от аналогичного классического приближения свойствами. На первой фазе такого взаимодействия гасится соответствующая часть нормальной к линии соударения составляющей количества движения тел или струйных потоков, что характерно и для классического приближения. Однако потерянная на первой фазе кинетическая энергия на второй фазе взаимодействия в случае пластичных материалов может уже не переходить полностью в тепло, а частично восстанавливаться в виде кинетической энергии движения материала вдоль линии соударения.

Таким образом, для пластичных материалов рассматриваемый режим характеризуется меньшим уровнем тепловых потерь, что вполне согласуется с физическими представлениями. При этом оказывается, что модель идеальной несжимаемой жидкости для материала тел или струйных потоков описывает предельную стадию такого взаимодействия, характеризующуюся отсутствием потерь кинетической энергии. По мере приближения к этой стадии происходит изменение наклона линии соударения, относительно которой столкновение тел или струйных потоков является неупругим. Если на стадии классического неупругого взаимодействия эта линия параллельна линии перемещения центра масс (или потоков массы) системы, то в предельной стадии неупругого взаимодействия она параллельна биссектрисе угла

соударения. С помощью этого результата удастся получить физически правдоподобные решения двух классических задач гидродинамики о несимметричном соударении струй идеальной несжимаемой жидкости.

В заключение автор выражает свою благодарность Ю.А. Тришину, Е.И. Биченкову и Л.А. Мержиевскому за полезные обсуждения данной работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. — М.: Наука, 1973. — 416 с.
2. Дерибас А.А. Физика упрочнения и сварки взрывом. — Новосибирск: Наука, 1980. — 221 с.
3. Тришин Ю.А. Несимметричное соударение струй идеальной несжимаемой жидкости // ПМТФ. — 1986. — № 5. — С. 40.
4. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966. — 688 с.
5. Walsh J.M., Shreffler R.G., Willing F.J. Limiting conditions for jet formation in high velocity collisions // J. Appl. Phys. — 1953. — 24, N 3. — P. 349.
6. Chou P.C., Carleone J., Karpp R.R. Criteria for jet formation from impinging shells and plates // J. Appl. Phys. — 1976. — 47, N 7. — P. 2975.
7. Кинеловский С.А., Тришин Ю.А. Физические аспекты кумуляции // ФГВ. — 1980. — 16, № 5. — С. 26.
8. Милн-Томсон А.М. Теоретическая гидродинамика. — М.: Мир, 1964. — 655 с.
9. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. — М.: Наука, 1979. — 536 с.
10. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы, каверны. — М.: Мир, 1964. — 466 с.

630090, г. Новосибирск  
ИГиЛ СО РАН

Поступила в редакцию 26/VI 1993

УДК 622.235.213

*Я.В. Алымова, В.Э. Анников, Н.Ю. Власов,  
Б.Н. Кондриков*

#### ДЕТОНАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭМУЛЬСИОННОГО ВЗРЫВЧАТОГО СОСТАВА

Изучены детонационные свойства водоэмульсионного взрывчатого состава. Определена ударная адиабата эмульсии при плотности  $1,38 \text{ г/см}^3$ . Получена зависимость критического диаметра и скорости детонации от начальной плотности заряда. Расчетным путем определена температура ударного разогрева.

Эмульсионные взрывчатые составы представляют собой обратные эмульсии раствора окислителей в углеводородном горючем. В качестве окислителей используют пересыщенные водные растворы нитратов, чаще всего  $\text{NH}_4\text{NO}_3$  в смеси с  $\text{NaNO}_3$  или  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ . Органическая фаза — продукты нефтепереработки: индустриальное масло, дизельное топливо, мазут и эмульгатор. Размер капель водного раствора окислителей  $\sim 10^{-3}$  мм. Толщина пленки масла, разделяющей капли,  $\sim 10^{-4}$  мм. Основные преимущества эмульсионных составов по сравнению с обычными порошкообразными промышленными ВВ — высокая водоустойчивость, пластичность, низкая горючесть, безопасность при производстве и применении, большой диапазон изменения рабочей плотности, скорости и давления детонации. Детонационные характеристики водоэмульсионных составов, как и всех остальных ВВ, существенно зависят от плотности заряда, которая может изменяться в широких пределах за счет введения пузырьков газа, стеклянных или полимерных микросфер. В данной работе изучаются детонационные свойства состава на основе обратной эмульсии.

© Я.В. Алымова, В.Э. Анников, Н.Ю. Власов, Б.Н. Кондриков, 1994.