

ЗАХВАТ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ ДВИЖУЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В. И. Байков, Э. П. Шульман, К. Энгельгардт
(Минск, Берлин)

Задача увлечения неньютоновских, неллинейно-вязких жидкостей движущейся стенкой рассматривалась в [1—4]. Эти работы базируются на предложенном в [5, 6] подходе, который ограничен требованием малости толщины h_0 увлеченной пленки по сравнению с капиллярной постоянной $(\sigma/\rho g)^{1/2}$ (ρ — плотность, g — ускорение свободного падения, σ — коэффициент поверхностного натяжения).

Экспериментальное изучение захвата жидкости [1, 7] показало, что теоретические зависимости существенно расходятся с экспериментальными данными.

Таким образом, в настоящее время отсутствует теория, которая бы удовлетворительно описывала увлечение неньютоновских текучих сред. В данной работе такая теория развивается для неллинейно-вязких жидкостей.

1. Рассмотрим процесс нанесения жидкости на вертикальную поверхность, движущуюся с постоянной скоростью (фиг. 1). В силу действия силы тяжести извлекаемая пластина уносит с собой лишь часть приводимой ею в движение жидкости. Поэтому на свободной поверхности существует линия застоя (перпендикулярная плоскости чертежа), где скорость равна нулю и происходит разветвление направления течения [8]. Линии тока, проходящие через линию застоя, отделяют пристеночную зону жидкости, уносимой стенкой, от остающейся в ванне.

Примем линию застоя за начало отсчета и направим ось x вертикально вверх вдоль направления движения поверхности, а ось y — перпендикулярно к ней. Область течения, ограниченную снизу плоскостью, перпендикулярной стенке и проходящей через линию застоя, а сверху стремящуюся к постоянной толщине h_0 , назовем зоной динамического мениска. Очевидно, что длина L зоны динамического мениска значительно превышает ее ширину h_0 , тогда естественным образом появляется малый параметр $\epsilon = h_0/L \ll 1$. Следовательно, изменение характеристик вдоль оси x гораздо слабее, чем в поперечном y направлении, т. е. производные по y будут намного больше производных по x . Проводя соответствующие оценки [9] в уравнениях движения и граничных условиях, получим в области динамического мениска

$$(1.1) \quad \partial \tau / \partial y + \rho g - \partial p / \partial x = 0, \quad \partial p / \partial y = 0;$$

$$(1.2) \quad u = U \text{ при } y = 0, \quad \tau = 0 \text{ при } y = h;$$

$$(1.3) \quad p - p_0 = -\sigma d^2 h / dx^2 \text{ при } y = h.$$

Уравнение неразрывности представим в интегральном виде $Q - \int_0^h u dy = \text{const}$. Здесь τ — касательное напряжение трения; h — координата свободной поверхности жидкости; p — давление в жидкости; u — составляющая вектора скорости по оси x ; $p_0 = \text{const}$ — давление в газе; Q — расход жидкости в пленке.

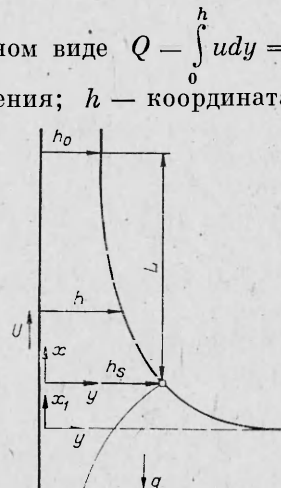
Интегрируя (1.1) по y , с учетом (1.2), (1.3) найдем

$$(1.4) \quad \tau = -(\rho g - \sigma d^3 h / dx^3)(h - y).$$

Возьмем в качестве реологического уравнения состояния широко используемый степенной закон

$$(1.5) \quad \tau = k \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{n-1} \frac{\partial u}{\partial y},$$

где k — коэффициент консистенции; n — параметр неньютоновского поведения. В результате



Ф и г. 1

подстановки (1.4) в (1.5) и интегрирования с применением первого уравнения (1.1) получим

$$(1.6) \quad u = U - \frac{n}{n+1} \left(\frac{\rho g}{k} - \frac{\sigma}{k} \frac{d^3 h}{dx^3} \right)^{1/n} \left[h^{\frac{n+1}{n}} - (h-y)^{\frac{n+1}{n}} \right].$$

Здесь учтено, что в зоне динамического мениска $du/dy < 0$. Выпишем расход

$$(1.7) \quad Q = \int_0^h u dy = U h_0 - \frac{n}{2n+1} h_0^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{\rho g}{k} - \frac{\sigma}{k} \frac{d^3 h}{dx^3} \right)^{1/n}.$$

В области постоянной толщины пленки h_0 все производные по координате x равны нулю, тогда

$$(1.8) \quad Q = U h_0 - \frac{n}{2n+1} \left(\frac{\rho g}{k} h_0^{2n+1} \right)^{1/n}.$$

Подстановка (1.8) в (1.7) и переход к безразмерным переменным и параметрам

$$(1.9) \quad H = \frac{h}{h_0}, \quad z = \frac{x}{h_0}, \quad T = h_0 \left(\frac{\rho g}{k U^n} \right)^{1/n}, \quad \text{Ca} = \frac{k}{\sigma} U^n h_0^{1-n}$$

приводят к обыкновенному нелинейному дифференциальному уравнению для толщины пленки H в зоне динамического мениска:

$$(1.10) \quad \frac{H^{2n+1}}{\text{Ca}} \frac{d^3 H}{dz^3} = T^{n+1} H^{2n+1} - \left[\frac{2n+1}{n} (H-1) + T^{\frac{n+1}{n}} \right]^n.$$

Это уравнение определяет форму поверхности пленки в области изменения h от h_0 до h_s , где h_s — толщина слоя жидкости на линии застоя. При интегрировании (1.10) появляются три произвольные постоянные. Их можно найти из условия поведения решения при $z \rightarrow \infty$:

$$(1.11) \quad H \rightarrow 1, \quad dH/dz \rightarrow 0, \quad d^2 H/dz^2 \rightarrow 0.$$

В уравнении (1.10) фигурирует еще одна неизвестная величина h_0 , связанная с расходом соотношением (1.8). Для ее вычисления определим форму поверхности жидкости ниже линии застоя, а затем сравим ее с формой динамического мениска. Условие срачивания будет тем недостающим условием, которое позволит вычислить h_0 .

Первоначально найдем положение линии застоя. По определению на ней скорость $u|_{y=h}$ поверхности пленки равна нулю, тогда исходя из (1.6)

$$(1.12) \quad 0 = U - \frac{n}{n+1} h_s^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{\rho g}{k} - \frac{\sigma}{k} \frac{d^3 h_s}{dx^3} \right)^{1/n}.$$

С другой стороны, ввиду постоянства расхода Q в каждом поперечном сечении пленки из (1.7), (1.8) следует

$$(1.13) \quad U h_0 - \frac{n}{2n+1} h_0^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{\rho g}{k} \right)^{1/n} = U h_s - \frac{n}{2n+1} h_s^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{\rho g}{k} - \frac{\sigma}{k} \frac{d^3 h_s}{dx^3} \right)^{1/n}.$$

Таким образом, имеем систему двух уравнений (1.12), (1.13) с двумя неизвестными h_s и $\rho g - \sigma d^3 h_s/dx^3$. Решая ее относительно h_s и переходя к безразмерным переменным (1.9), получаем положение линии застоя

$$(1.14) \quad H_s = (2n+1)/n - T^{(n+1)/n},$$

где $H_s = h_s/h_0$.

2. Рассмотрим область течения жидкости, находящейся ниже линии застоя и остающейся в ванне. Здесь пространственные производные скоростей и напряжений значительно меньше, чем в зоне динамического мениска.

ка, и ими в уравнениях движения и краевых условиях можно пренебречь по сравнению с силами тяжести и поверхностного натяжения. Тогда форму поверхности определяют соотношения

$$(2.1) \quad \partial p / \partial x_1 + \rho g = 0, \quad \partial p / \partial y = 0$$

с граничными условиями

$$(2.2) \quad p - p_0 = -\sigma \frac{d^2 h}{dx_1^2} \left[1 + \left(\frac{dh}{dx_1} \right)^2 \right]^{-3/2} \quad \text{при } y = h.$$

Здесь ось x_1 совпадает с осью x , но отсчитывается от горизонтальной поверхности жидкости в ванне (см. фиг. 1). Из (2.1) и (2.2) получаем уравнение

$$(2.3) \quad \frac{d^2 h}{dx_1^2} \left[1 + \left(\frac{dh}{dx_1} \right)^2 \right]^{-3/2} = \frac{\rho g}{\sigma} x_1$$

равновесной формы поверхности жидкости в поле тяжести. Назовем областью статического мениска зону ниже линии застоя.

Для неподвижной стенки уравнение (2.3) следует интегрировать при условиях

$$(2.4) \quad dh/dx_1 \rightarrow -\infty \quad \text{при } x_1 \rightarrow 0$$

(поверхность жидкости вдали от пластины горизонтальна) и

$$(2.5) \quad h = 0 \quad \text{при } x_1 = x_0.$$

Здесь x_0 — высота подъема жидкости по стенке под действием капиллярных сил — для случая полностью смачиваемой твердой стенки находится из

$$(2.6) \quad dh/dx_1 = 0 \quad \text{при } x_1 = x_0.$$

При движении стенки необходимо учитывать влияние извлеченной пленки на форму поверхности в зоне статического мениска. Положим, что статический мениск примыкает не к твердой стенке, а к жидкой пленке с толщиной h_0 . Тогда условия (2.4) и (2.6) остаются неизменными, а (2.5) примет вид

$$(2.7) \quad h = h_0 \quad \text{при } x_1 = x_0.$$

Интегрирование (2.3) с учетом (2.4), (2.6), (2.7) и переход к безразмерным величинам (1.9) позволяют найти

$$(2.8) \quad (Ca T^{n+1})^{1/2} (H - 1) = \sqrt{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} - (4 - Ca T^{n+1} z_1^2)^{1/2} + \\ + \frac{1}{2} \ln \frac{2 + (4 - Ca T^{n+1} z_1^2)^{1/2}}{2 - (4 - Ca T^{n+1} z_1^2)^{1/2}},$$

где $z_1 = x_1/h_0$.

3. Для определения толщины T наносимой пленки жидкости срастим решение (2.6) для зоны статического мениска с решением уравнения (1.10) динамического мениска. Очевидно, что на линии застоя напряжение в жидкости, определяемое со стороны как динамической, так и статической области, должно быть одним и тем же. Тогда, исходя из (1.3), (2.2) и приравняв правые части, получим условие срачивания

$$(3.1) \quad \frac{d^2 h}{dx_1^2} \Big|_{h_s} = \frac{d^2 h}{dx_1^2} \left[1 + \left(\frac{dh}{dx_1} \right)^2 \right]^{-3/2} \Big|_{h_s}$$

которое с учетом (2.3) запишем в безразмерном виде

$$(3.2) \quad \frac{d^2 H}{dz^2} \Big|_{H_s} = Ca T^{n+1} z_1 \Big|_{H_s}.$$

Итак, схема решения задачи такова. Задаем параметр Ca и выбираем некоторое стартовое значение T , по формуле (1.14) получаем H_s , а затем численно (например, методом Рунге — Кутты) интегрируем уравнение (1.10) с условиями (1.11). Для интегрирования необходимо знать асимптотическое поведение решения при $z \rightarrow \infty$. При достаточно больших z можно положить

$$(3.3) \quad H(z) = 1 + \gamma(z),$$

где $\gamma(z)$ — малая величина. Подставляя (3.3) в уравнение (1.10) и сохраняя только члены первого порядка малости по γ , находим

$$d^3\gamma/dz^3 = -(2n + 1)CaT^{(n^2-1)/n}(1 - T^{(n+1)/n})\gamma.$$

Отсюда $\gamma = A \exp(-Bz)$, и, следовательно,

$$(3.4) \quad dH/dz = -B\gamma, \quad d^2H/dz^2 = B^2\gamma,$$

где $B = [(2n + 1)CaT^{(n^2-1)/n}(1 - T^{(n+1)/n})]^{1/3}$. Условия (3.3), (3.4) являются начальными данными для интегрирования (1.10). Вычисляя вторую производную d^2H/dz^2 при $H = H_s$, а затем из (2.8) определяя значение координаты z_1 , при которой $H = H_s$, проверяем выполнение условия сшивки (3.2). Простым итерационным путем находим выполняющее это условие значение T при заданном Ca .

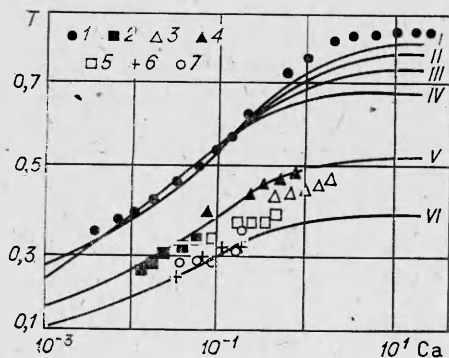
На фиг. 2 приведены результаты вычислений, которые сравниваются с наиболее точными экспериментальными данными, полученными в [7,10]. Теоретические зависимости I—IV соответствуют $n = 1; 0,8; 0,6; 0,4$. Точки 1 ($n = 1$) — данные [9], точки 2—7 соответствуют $n = 0,61; 0,545; 0,575; 0,367; 0,374; 0,393$ — результаты [7].

Для ньютоновской жидкости ($n = 1$) во всем диапазоне скоростей извлечения Ca наблюдается хорошее согласие между экспериментом и теорией. Отметим, что при $Ca > 3$ имеем $T = 0,78$ или $h_0 = 0,78 \times (\mu U / \rho g)^{1/2}$ (μ — динамическая вязкость), т. е. толщина пленки перестает зависеть от поверхностного натяжения. Если $Ca < 3$, то поверхностное натяжение существенно влияет на толщину увлекаемого слоя жидкости T .

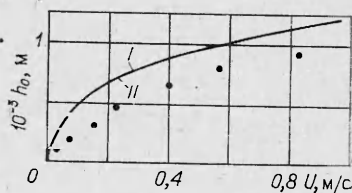
Фиг. 2 показывает, что кривые I—IV для ньютоновской и псевдопластичной жидкостей лежат весьма близко друг от друга в области малых и умеренных ($Ca < 1$) скоростей извлечения и заметно расслаиваются лишь при больших ($Ca > 1$) скоростях извлечения, когда можно пренебречь влиянием поверхностного натяжения. Экспериментальные точки 2—7 для псевдопластичных жидкостей не согласуются с предсказываемыми теорией зависимостями III, IV. Выясним причины расхождения.

4. Как известно, степенной закон (1.5) не описывает реологическое поведение жидкости при малых скоростях сдвига. Эта особенность степенной модели, по мнению авторов [2], может оказаться существенной в

задачах увлечения, где в зоне динамического мениска вблизи свободной поверхности жидкости скорость сдвига весьма мала. Воспользуемся мо-



Ф и г. 2



Ф и г. 3

делью Эллиса

$$(4.1) \quad du/dy = \tau(a + b|\tau|^{\alpha-1})$$

(a, b, α — реологические параметры), которая адекватно описывает вязкие свойства неньютоновских жидкостей в широком диапазоне скоростей сдвига (существенно большем, чем в случае степенного закона) и может быть применена в области малых напряжений сдвига. Основываясь на развитом выше подходе к задачам увлечения и используя модель (4.1), получим

для динамического мениска

$$(4.2) \quad \frac{H^3}{3Ca} \frac{d^3H}{dz^3} - \frac{T_1^{\alpha+1} H^{\alpha+2}}{\alpha+2} \left(1 - \frac{1}{Ca T^2} \frac{d^3H}{dz^3} \right)^\alpha = 1 - H - \frac{T^2}{3} (1 - H^3) - \frac{T_1^{\alpha+1}}{\alpha+2},$$

для линии застоя

$$(\alpha - 1)^\alpha (\alpha + 1) T^{2\alpha} H_s^{2(\alpha-1)} \left[H_s - \frac{3}{\alpha-1} \left(\alpha + 2 - H_s - \frac{\alpha+2}{3} T^2 - T_1^{\alpha+1} \right) \right] = \\ = 6^\alpha T_1^{\alpha+1} \left(\alpha + 2 - H_s - \frac{\alpha+2}{3} T^2 - T_1^{\alpha+1} \right)^\alpha,$$

где $T = h_0 (\rho g / U)^{1/2}$; $T_1 = h_0 [(\rho g)^\alpha b / U]^{\frac{1}{\alpha+1}}$; $Ca = \frac{U}{a\sigma}$; $Ca_1 =$

$$= \left(\frac{U h_0^{\alpha-1}}{b \sigma^\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha}}; Ca T^2 = Ca_1 T_1^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}.$$

На фиг. 3 показаны результаты расчета по уравнениям (2.8), (3.2), (4.2) и экспериментальные точки [1] для 0,16%-ного водного раствора Сагборол, реологическое поведение которого описано [11] степенным законом ($n = 0,56$, $k = 0,6 \text{ Нс}^n \text{ м}^{-2}$) и моделью Эллиса ($\alpha = 2,01$, $a = 0,129 \text{ м}^2 (\text{Нс})^{-1}$, $b = 0,014 \text{ м}^{2\alpha} \text{ Н}^{-\alpha} \text{ с}^{-1}$). Теоретические кривые (I — степенной закон, II — модель Эллиса) для толщины пленки практически полностью совпали и лежат значительно выше экспериментальных данных. Это означает правомочность использования в задачах увлечения более простого степенного закона вместо трехпараметрической модели Эллиса и необходимость искать другую причину расхождения теории и эксперимента.

5. Опыты [12, 13] по гравитационному стеканию по наклонной плоскости пленок растворов полимеров показали, что имеет место пристенный эффект. В непосредственной близости к стенке движущаяся среда расслаивается, образуя весьма тонкий пристенный слой с пониженной концентрацией полимера по сравнению с объемной. По этому тонкому слою вся остальная масса жидкости скользит, как по смазке. В процессе захвата жидкости пленка уносится движущейся поверхностью и одновременно стекает по ней под действием силы тяжести. Поэтому естественно предположить [14] наличие пристенного эффекта при увлечении реологически сложных сред.

Учитывая это обстоятельство, построим количественную теорию захвата жидкости. Полагаем, что скорость эффективного скольжения жидкости на стенке u_c однозначно определяется локальным напряжением сдвига на стенке τ_w [12]. Возьмем простейшее линейное соотношение $u_c = \beta |\tau_w|$, где β (коэффициент скольжения) зависит от вида полимера и его концентрации.

Тогда динамический мениск степенной жидкости описывается уравнениями (4.1)–(4.5), за исключением первого условия (4.2), которое теперь примет вид $u = U - u_c$ при $y = 0$. Проведя выкладки в духе приведенных выше, получим для динамического мениска

$$u = U - u_c - \frac{n}{n+1} \left(\frac{\rho g}{k} - \frac{\sigma}{k} \frac{d^3h}{dx^3} \right)^{1/n} \left[h^{\frac{n+1}{n}} - (h-y)^{\frac{n+1}{n}} \right],$$

$$\tau_w = - \left(\rho g - \sigma \frac{d^3 h}{dx^3} \right) h = -k \left[\frac{2n+1}{nh} \left(1 - \frac{h_0}{h} \right) (U - u_c) + \left(\frac{\rho g}{k} \right)^{\frac{1}{n}} h_0^{\frac{2n+1}{n}} / h^2 \right]^n,$$

$$Q = (U - u_c) h_0 - \frac{n}{2n+1} \left(\frac{\rho g}{k} h_0^{2n+1} \right)^{1/n} = (U - u_c) h -$$

$$- \frac{nh}{2n+1} \frac{2n+1}{k} \left(\frac{\rho g}{k} - \frac{\sigma}{k} \frac{d^3 h}{dx^3} \right)^{1/n},$$

$$h_s = \frac{2n+1}{n} h_0 - \frac{h_0^{(2n+1)/n}}{U - u_c} \left(\frac{\rho g}{k} \right)^{1/n}.$$

После некоторых простых преобразований и перехода к безразмерным величинам (1.9) найдем уравнения соответственно для толщины пленки, скорости скольжения и линии застоя:

$$(5.1) \quad \frac{H^{2n+1}}{\text{Ca}} \frac{d^3 H}{dz^3} = H^{2n+1} T^{n+1} - \left[\frac{2n+1}{n} (1 - v_c) (H - 1) + T^{\frac{n+1}{n}} \right]^n;$$

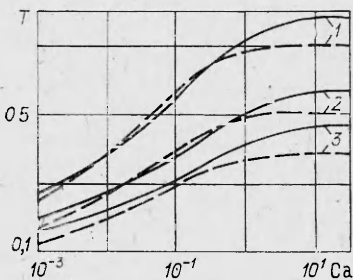
$$(5.2) \quad v_c H^{2n} = F \left[\frac{2n+1}{n} (1 - v_c) (H - 1) + T^{\frac{n+1}{n}} \right]^n, \quad H_s =$$

$$= \frac{2n+1}{n} - T^{\frac{n+1}{n}} / (1 - v_c |_{H_s}).$$

Здесь $v_c = u_c/U$, $F = \frac{\rho g U^{n-1} h_0^{-n}}{k}$ — безразмерные скорость эффективного скольжения и коэффициент скольжения.

Учет пристенного эффекта в отличие от динамического мениска не изменяет ни форму поверхности (2.8) в зоне статического мениска, ни условие срачивания (3.1).

Алгоритм решения задачи остается прежним. Задаем параметры Ca и F и выбираем стартовое значение T . При граничных условиях (1.11) с учетом соотношения (5.2) интегрируем уравнение (5.1) и проверяем выполнение условия сшивки (3.2) с решением (2.8). Путем итераций находим значение T , при котором выполняется условие (3.2). Результаты вычислений приведены на фиг. 2 (кривые $V - n = 0,6$, $F = 1$; $VI - n = 0,4$, $F = 2$) и фиг. 4 (сплошные линии — $n = 1$, штриховые — $n = 0,5$; $1 - F = 0$, $2 - 1$, $3 - 2$). Как видно из фиг. 2, экспериментальные точки для псевдопластичных жидкостей хорошо описываются теоретическими зависимостями, полученными с учетом эффекта пристенного скольжения. Фиг. 4 показывает, что рост коэффициента скольжения понижает толщину увлекаемой пленки. При умеренных скоростях извлечения $10^{-2} < \text{Ca} < 10$ ньютоновская ($n = 1$) и все псевдопластичные ($n < 1$) жидкости имеют близкие зависимости в безразмерных комплексах Ca , T , F . Из формул (5.2) при $n = 1$ следует, что скорость эффективного скольжения $v_c = F[3(H - 1) + T^2][3F(H - 1) + H^2]^{-1}$ изменяется от минимальной величины $v_c = FT^2$ в зоне постоянной толщины пленки ($H = 1$) до максимального значения $H_s = (3 - T^2)/2 + [(3 - T^2)^2/4 - 2FT^2]^{1/2}$ на линии застоя.



Ф и г. 4

ЛИТЕРАТУРА

1. Gutfinger C., Tallmadge J. A. Films of non-Newtonian fluids adhering to flat plates.— A I Ch E J., 1965, v. 11, N 3.
2. Tallmadge J. A. A variable-coefficient plate withdrawal theory for power law fluids.— Chem. Engng Sci., 1969, v. 24, N 3.

3. Tallmadge J. A. A withdrawal theory for Ellis model fluids.— *A I Ch E J.*, 1966, v. 12, N 5.
4. Adachi K., Spiers R. P., Wilkinson W. L. Free coating of viscoelastic and viscoplastic fluids onto a vertical surface.— *J. non-Newtonian Fluid Mech.*, 1978, v. 3, N 3.
5. Ландау Л. Д. Собрание трудов. М.: Наука, 1969, т. 1.
6. Дерягин Б. В. О толщине слоя жидкости, остающегося на стенках сосудов после их опорожнения, и теория нанесения фотоэмульсии при поливе киноплёнки.— *ДАН СССР*, 1943, т. 39, № 1.
7. Spiers R. P., Subbaraman C. V., Wilkinson W. L. Free coating of non-Newtonian liquids onto a vertical surface.— *Chem. Engng Sci.*, 1975, v. 30, N 4.
8. Groenvelde P., van Dortmund R. A. The shape of the air interface during the formation of viscous liquid films by withdrawal.— *Chem. Engng Sci.*, 1970, v. 25, N 10.
9. Шульман З. П., Байков В. И. Реодинамика и тепломассообмен в пленочных течениях. Минск: Наука и техника, 1979.
10. Spiers R. P., Subbaraman C. V., Wilkinson W. L. Free coating of a Newtonian liquid onto a vertical surface.— *Chem. Engng Sci.*, 1974, v. 29, N 3.
11. Hilderbrand R. E., Tallmadge J. A. A test of the withdrawal theory for Ellis fluids.— *Can. J. Chem. Engng*, 1968, v. 46, N 12.
12. Astarita G., Marrucci G., Palumbo G. Non-Newtonian gravity flow along inclined plane surface.— *Ind. Engng Sci. Fund.*, 1964, v. 3, N 4.
13. Carreau P. J., Bui Q. H., Leroux P. Wall effects in polymer flow on inclined plane.— *Rheol. Acta*, 1979, v. 18, N 5.
14. Dutta A., Mashelkar R. A. On slip effect in free coating of non-Newtonian fluids.— *Rheol. Acta*, 1982, v. 21, N 1.

Поступила 4/IV 1984 г.

УДК 532.78+532.542

НАПОРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ, ЗАСТЫВАЮЩЕЙ С ПОВЕРХНОСТИ ТРУБЫ, В УСЛОВИЯХ ДИССИПАТИВНОГО ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ

С. В. Маклаков, А. М. Столин, С. И. Худяев

(Черноголовка)

Известны многие процессы в природе и технике, в которых течение жидкости и газов сопровождается фазовым превращением. Примером таких процессов могут служить аварийное переохлаждение трубопроводов [1], транспорт высокопарафинистых нефтей [2], движение магмы по дайке [3], обтекание тела высокоскоростным потоком газа [4] или имеющий аналогичное математическое описание электрический нагрев проводника в условиях фазового превращения [5]. В [4, 5] показано существенное влияние объемного тепловыделения на фазовый переход. Важная особенность в таких задачах связана с конкурирующим взаимодействием фазового перехода с химическим, джоулевым или диссипативным тепловыделением. Ранее рассматривалось влияние фазового перехода на критические условия теплового взрыва в плоской [6] и цилиндрической [7] области и его гидродинамического аналога при куэттовском течении [8].

В данной работе исследованы особенности фазового перехода в условиях напорного течения вязкой жидкости внутри круглой трубы бесконечной длины как в режиме течения с заданным градиентом давления, так и в режиме с заданным расходом. На стенке трубы задается либо постоянная температура, либо постоянный тепловой поток.

Показано, что во всей области параметров задача допускает стационарное решение. Определены стационарные профили температуры и скорости. В режиме с заданным градиентом давления и температурой на стенке в квазистационарном приближении дана диаграмма областей параметров, отвечающих характерным режимам течения: стационарным режимам с промежуточным положением фазовой границы, режимам закупорки трубы (полного фазового превращения) и режимам гидродинамического теплового взрыва [9]. Показано, что в случае заданного теплового потока на стенке режим с промежуточным положением фазовой границы отсутствует.

Исследованы особенности течения с заданным расходом. В этом случае всегда существует стационарный режим течения с промежуточным положением фазовой границы. При заданном тепловом потоке на стенке трубы возможно течение без твердой фазы. Получена расходно-напорная характеристика и обсуждается влияние на нее фазового перехода

1. Постановка задачи. Рассматривается фазовый переход первого рода в условиях напорного течения вязкой ньютоновской жидкости внутри трубы круглого сечения и бесконечной длины, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре T_0 , меньшей, чем температура фазово-