

К уравнению (20) применим метод последовательных приближений, полагая

$$\Delta^{(0)}(\xi, \tau) = \Phi(\xi, \tau)$$

Учитывая, что $\Phi(\xi, \tau) \leq 0$ (в физически интересном случае $\theta_c > \theta_0$, когда среда разогревается с течением времени), и повторяя рассуждения, проводившиеся при доказательстве существования и единственности решения краевой задачи (1) — (2), найдем, что $\Delta^{(n)} < 0$ при всех τ и разность $\Delta^{(n)} - \Delta^{(n-1)} \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$.

Поступила 1 VI 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев В. Н. Кинетика химических газовых реакций. Изд. АН СССР, 1958.
2. Франк-Каменецкий Л. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. Изд. АН СССР, 1947.
3. Морс Ф. и Фешбах Г. Методы теоретической физики, ИЛ, т. 1, 1958.
4. Мирнов Н. С. Введение в теорию нелинейных интегральных уравнений. М.—Л., 1936.
5. Сансоне Д. Обыкновенные дифференциальные уравнения, т. 2, М., 1953.

О ТЕПЛОБМЕНЕ В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ ТУПОГО ТЕЛА ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

И. Н. Мурзинов (Москва)

На основании анализа обтекания сфер гиперзвуковым потоком выявлен параметр, определяющий теплообмен в критической точке при малых числах Рейнольдса. Приведены некоторые результаты расчетов, которые аппроксимированы аналитическим выражением в зависимости от этого параметра. Полученная зависимость сравнивается с экспериментальными данными.

Используя основные предположения работы [1], уравнения количества движения и энергии в окрестности критической точки сферы запишем в виде

$$(\rho \mu f')' + 2ff'' - f'^2 + \frac{2b}{\rho} = 0, \quad \left(\frac{\rho \mu}{\sigma} i'\right)' + 2fi' = 0 \quad (1)$$

$$\left(u = xf'(\eta), \quad v = -\frac{2f(\eta)}{\rho \sqrt{R_\infty}}, \quad \eta = \sqrt{R_\infty} \int_0^y \rho dy, \quad R_\infty = \frac{\rho_\infty V_\infty r_0}{\mu_\infty}\right)$$

Здесь xr_0, yr_0 — расстояния вдоль образующей и по нормали к телу, r_0 — радиус сферы, $uV_\infty, vV_\infty, \rho\rho_\infty, \mu\mu_\infty, iV_\infty^2, p\rho_\infty V_\infty^2$ — соответственно составляющие скорости по осям x и y , плотность, вязкость, энтальпия и давление газа, $\rho_\infty, \mu_\infty, V_\infty$ — плотность, вязкость и скорость набегающего потока, σ — число Прандтля, штрих означает дифференцирование по переменной η . Величина b определяет градиент давления в критической точке тела, так что

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -2bx$$

Граничными условиями являются условия на теле и на скачке уплотнения:

$$\begin{aligned} i = i_w, \quad f = f' = 0 \quad \text{при } \eta = 0 \\ i \approx 0,5, \quad f = \frac{\sqrt{R_\infty}}{2}, \quad f' = \frac{1}{r_1} \quad \text{при } \eta = \eta_1 \end{aligned} \quad (2)$$

где $r_0 r_1$ — радиус кривизны скачка уплотнения, η_1 — неизвестная величина, характеризующая положение скачка уплотнения.

При заданных b и r_1 шести условий (2) достаточно для решения системы (1) и определения η_1 .

Полагая распределение давления по сфере ньютоновским, можно получить $b \approx (1 - 1/2k)$, где k — отношение плотностей на прямом скачке уплотнения. Для сферического притупления при низкой температуре стенки толщина вытеснения пограничного слоя мала. Поэтому будем считать, что величина r_1 останется такой же, как и при обтекании сферы невязким газом. В расчетах использовались значения r_1 , определяемые по данным работ [2, 3] в зависимости от k .

Произведение плотности на вязкость при постоянном давлении считалось степенной функцией энтальпии

$$\rho\mu = ci^{-n} \quad (3)$$

Постоянные c и n ($n \sim 0,3$) были определены из результатов работы [4]. Число Прандтля в расчетах полагалось постоянным $\sigma = 0,72$.

Проведенные расчеты показали, что последний член первого уравнения системы (1) слабо влияет на ее решение при $i_w \ll 1$. Так, при изменении величины b в интервале $b = 0,5 \div 1,5$ рассчитанный тепловой поток изменяется всего лишь на $2 \div 3\%$.

Поэтому входящая в последний член первого уравнения плотность была аппроксимирована выражением $\rho = (2ki)^{-1}$. Эта аппроксимация практически точна в невязкой области течения и очень слабо влияет на величину теплового потока.

Уравнения (1) и условия (2) можно преобразовать к виду

$$(i^{-n}\varphi')' + 2\varphi\varphi'' - \varphi'^2 + 4bki = 0 \quad (4)$$

$$\left(\frac{i^{-n}i'}{\sigma}\right)' + 2\varphi i' = 0$$

$$i = i_w, \quad \varphi = \varphi' = 0 \quad \text{при } \zeta = 0 \quad (5)$$

$$i \approx 0,5, \quad \varphi = \frac{\sqrt{R_0\infty}}{2\sqrt{Vc}}, \quad \varphi' = \frac{1}{r_1} \quad \text{при } \zeta = \zeta_1$$

Здесь

$$f = \sqrt{c} \varphi(\zeta), \quad i = i(\zeta), \quad \zeta = \frac{\eta}{Vc}, \quad \zeta_1 = \frac{\eta_1}{Vc}$$

Фиг. 1. 1 — $V_\infty = 11\,000$ м/сек, $k = 0,06$; 2 — $V_\infty = 8000$ м/сек, $k = 0,06$; 3 — $V_\infty = 6000$ м/сек, $k = 0,07$; 4 — $V_\infty = 4000$ м/сек, $k = 0,69$

Учитывая ранее сказанное относительно слабой зависимости теплового потока от члена, связанного с градиентом давления (на это указал Лиз [5]), а также факт, что при гиперзвуковых скоростях $r_1 \approx 1$ и для сильно охлажденной стенки $i_w \ll 1$, из (4) и (5) следует, что единственной величиной, которая определяет влияние малых чисел Рейнольдса на теплообмен, является значение φ при $\zeta = \zeta_1$.

Это значение при помощи (3) легко преобразуем к виду

$$\varphi = \frac{\sqrt{R_0 k^2} \sqrt{(0,5)^{-n}}}{2} \quad \left(R_0 = \frac{\rho_0 \sqrt{2i_0} r_0}{\mu_0} \right) \quad (6)$$

где R_0 — число Рейнольдса, подсчитанное по параметрам торможения за прямым скачком уплотнения.

Таки образом, теплообмен в окрестности критической точки при малых числах Рейнольдса будет определяться параметром $N = R_0 k^2$. Обычно результаты исследований представляют в зависимости от R_0 , числа Маха и отношения удельных теплоемкостей [6-8].

Система уравнений (1) была численно решена методом Рунге—Кутты. Проведенные для сферы расчеты показали, что тепловой поток, нормализованный к его значению без учета взаимодействия с ударной волной, практически зависит лишь от параметра N . Величины тепловых потоков для малых чисел Рейнольдса без учета взаимодействия с ударной волной определялись по результатам расчетов при больших числах Рейнольдса ($R_\infty \sim 10^6$) в предположении, что тепловой поток $q \propto \sqrt{R_\infty}$. Нормализованные таким образом тепловые потоки для разных скоростей движения в зависимости от параметра N приведены на фиг. 1. Результаты расчета можно хорошо аппроксимировать зависимостью

$$Q_1 = 1 + \frac{2,14}{(\lg N + 0,95)^{3,1}} \quad (7)$$

которая также показана на фиг. 1.

Можно ожидать вследствие принятой нормализации результатов расчета, что использование различного рода допущений¹ не сильно скажется на (7).

Сравнение расчетов по зависимости (7) с экспериментальными данными работ [6,7] показано на фиг. 2. Видно, что расчет удовлетворительно согласуется с экспериментом, и параметр N действительно является определяющим параметром задачи.

¹ При $R_\infty \sim 10^6$ результаты расчета согласуются с данными [9] (при числе Льюиса $L = 1$) с отклонением не более 5%.

При исследовании влияния малых чисел Рейнольдса на теплообмен обычно ограничиваются сферой. Представляет интерес выявить влияние малых чисел Рейнольдса на обтекание окрестности точки торможения тел других конфигураций. Будем при этом исходить из предположения, что, так же как и для сферы, для сильно охлажденной стенки на таких телах толщина вытеснения пограничного слоя пренебрежимо мала по сравнению с отходом ударной волны от затупления.

Отмечалось [10, 11], что для безразмерного отхода ударной волны от тела довольно общей формы можно получить

$$\frac{\delta_1}{r_1} = \frac{k}{1 + \sqrt{2k}} \quad (8)$$

В работе [10] указывалось также, что если в качестве характерного размера использовался радиус кривизны ударной волны, то величина b слабо зависит от форм тела. Это означает, что при одном и том же радиусе кривизны ударной волны течение в окрестности критической точки различных тел будет идентичным при одинаковых набегающих параметрах и условиях на теле.



Фиг. 2. 1 — эксперимент [6], $k = 0.167$; 2 — эксперимент [7], $k = 0.07 \div 0.09$

Отсюда вытекает следующий приближенный способ учета влияния малых чисел Рейнольдса на характеристики течения в окрестности точки торможения тупых тел. Определяем отход ударной волны (или ее радиус кривизны на оси) для данного тела в зависимости от величины k . По отходу ударной волны находим радиус сферы r_{0*} , которая формирует ударную волну с тем же отходом и радиусом кривизны. По величине r_{0*} и k вычисляем параметр N и делаем поправку на малые числа Рейнольдса согласно (7).

Таким образом, для расчета теплового потока в критической точке рассматриваемого тела необходимо определить радиус сферы r_{0*} с тем же отходом и радиусом кривизны ударной волны и найти тепловой поток в критической точке сферы. Отходы ударной волны у рассматриваемого тела и сферы с $r_0 = r_{0*}$ равны, поэтому в окрестности критической точки будут равны радиационные тепловые потоки от газового объема, и теплообмен в критической точке сферы с $r_0 = r_{0*}$ будет полностью моделировать теплообмен в критической точке рассматриваемого тела.

Автор благодарит В. В. Лунева за обсуждение работы и замечания и Н. Г. Касьянова, выполнившего расчеты.

Поступила 7 III 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Мурзинов И. Н. О влиянии переменности числа Прандтля на течение в окрестности критической точки тупого тела при малых числах Рейнольдса. ПМТФ, 1962, № 2.
2. Белоцерковский О. М. Расчет обтекания осесимметричных тел с отошедшей ударной волной (расчетные формулы и таблицы полей течений). Вычисл. центр АН СССР, М., 1961.
3. Van Dyke M. D., Gordon H. Supersonic flow past a family of blunt, axisymmetric bodies. NASA Technical Report R-1, 1959.
4. Предводителей А. С. (ред.). Сб. ст. Физическая газодинамика. Изд. АН СССР, 1960.
5. Lees L. Laminar heat transfer over blunt nosed bodies at hypersonic flight speeds. Jet Propulsion, 1956, No. 4.
6. Ferry A., Zakkay V., Ting Lu. Blunt body heat transfer at hypersonic speed and low Reynolds numbers JASS, 1961, No. 12.
7. Neice S. E., Rutowski R. W. and Chan K. K. Stagnation point heat transfer measurements in hypersonic low-density flow. JASS, 1960, No. 5.
8. Ferry A. and Zakkay V. Measurements of stagnation point heat transfer at low Reynolds numbers. JASS, 1962, No. 7.
9. Фэй, Ридделл. Теоретический анализ теплообмена в лобовой точке, омываемой диссоциированным воздухом. Сб. ст. Проблемы движения головной части ракет дальнего действия. ИЛ, 1959.
10. Лунев В. В., Мурзинов И. Н. Влияние излучения на течение в окрестности критической точки тупого тела. ПМТФ, 1961, 2.
11. Лиз Л. Современное состояние аэродинамики гиперзвуковых течений, Сб. ст. Проблемы движения головной части ракет дальнего действия. ИЛ, 1959.