

О МЕХАНИЗМЕ ОГРАНИЧЕНИЯ МАКСИМАЛЬНЫХ ТЕМПЕРАТУР В ВОЛНАХ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВ

С. И. Футько

Институт тепло- и массообмена НАН Беларуси, 220072 Минск, Беларусь, foutko@itmo.by

Установлен физический механизм, обуславливающий наблюдаемое в эксперименте сильное замедление роста максимальной температуры каркаса в волне фильтрационного горения газа с ростом расхода. При этом максимальные температуры газа и каркаса сравниваются и сильно сокращается зона тепловой релаксации. Введена классификация режимов на основе критерия температурной гетерогенности φ_1 . Получены явные аналитические решения для волны в случаях $\varphi_1 \ll 1$ и $\varphi_1 \rightarrow 1$. Рассмотрена поправка на обратные реакции в продуктах горения. Путем численных расчетов с детальной кинетической схемой изучено влияние состава на поведение волн. Проведена оценка энергии активации для ультрабогатых и ультрабедных метановоздушных смесей. Сделан вывод о достижении при $\varphi_1 \rightarrow 1$ предельной эффективности теплового рекуперативного цикла в волне, предложены способы ее максимизации.

Ключевые слова: фильтрационное горение, предельная эффективность, цикл рекуперации тепла, сверхадиабатический эффект, влияние состава, детальное моделирование, ультрабогатые смеси.

Возможность достижения аномально высоких температур в процессах дозвукового горения была впервые сформулирована в [1] как концепция сжигания топлива с избытком энthalпии. В этом случае максимальная температура в системе может многократно превышать адиабатическую температуру смеси вследствие рекуперации тепла от продуктов горения к исходным реагентам.

Аналогичная возможность существует и для процессов горения в пористых средах. В частности, в [2] впервые проанализирован способ получения сверхадиабатических температур при фильтрационном горении газов (ФГГ), стабилизированном внутри инертного пористого тела.

При нестабилизированном фильтрационном горении в режиме самоподдерживающейся волны также возможно достижение сверхадиабатических температур [3]. Более того, для волны ФГГ в работе [4] в приближении узкой реакционной зоны получено «резонансное» условие (скорость движения фронта горения приближается к скорости распространения тепла в системе), при достижении которого, в принципе, могут достигаться «бесконечно» высокие температуры. При этом единст-

венным механизмом, ограничивающим максимальные температуры в системе, предполагается предел термостойкости материала стенок реактора и пористой среды.

Несмотря на значительное количество теоретических и экспериментальных работ в этой области (см., например, обзор [3]) вопрос о механизмах, ограничивающих максимальные температуры, реально достижимые в волне ФГГ, остается открытым. В данной работе исследуются физические процессы, снижающие максимальные температуры в сверхадиабатической волне.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Уравнения, описывающие распространение волны ФГГ в инертной пористой среде в пренебрежении диффузией и теплопроводностью в газовой фазе (в системе координат, движущейся вместе с фронтом горения с постоянной скоростью u_w), имеют следующий вид [4–8]:

$$c_{p,g}G \frac{dT_g}{dx} = -\varepsilon \sum_{k=1}^K h_k \dot{\omega}_k W_k + \alpha_V (T_s - T_g), \quad (1)$$

$$-(1 - \varepsilon)c_s \rho_s u_w \frac{dT_s}{dx} = (1 - \varepsilon) \frac{d}{dx} \lambda_s \frac{dT_s}{dx} - \alpha_V (T_s - T_g), \quad (2)$$

Работа выполнена при частичной поддержке Белорусского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98М-139).

$$G \frac{dY_k}{dx} = \varepsilon \dot{\omega}_k W_k. \quad (3)$$

Здесь T — температура; c_p — удельная теплоемкость; G — массовый расход; u_g — скорость фильтрации; u_w — скорость фронта горения; ρ — плотность; ε — пористость; Y_k , W_k — мольная доля и молярная масса k -го компонента; $\dot{\omega}_k$ — скорость образования k -го компонента; h_k — удельная энтальпия k -го компонента; $\lambda_s = \lambda_{s,0} + [32\varepsilon\sigma d/9(1-\varepsilon)]T_s^3$ — теплопроводность каркаса с учетом излучения [7]; $\lambda_{s,0}$ — эффективная теплопроводность пористой среды; σ — постоянная Стефана — Больцмана; d — диаметр зерна запылки; $-\varepsilon \sum_{k=1}^K h_k \dot{\omega}_k W_k = H$ — тепловыделение в системе; $\alpha_V = [\pi \lambda_g/d^2] (2 + 1,1 \text{Re}^{0,6} \text{Pr}^{1/3})$ — коэффициент межфазного теплообмена [9]; $\text{Re} = Gd/\mu$ — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля; μ — динамическая вязкость газа; индексы: g — газ, s — каркас.

При выводе уравнений (1)–(3) использовали условие $u_w \ll u_g$ и стационарное приближение для газовой фазы. Смесь поступает в систему с постоянным массовым расходом $G = \varepsilon \rho_g u_g$.

Полагая, что зона реакции мала по сравнению с зоной предварительного подогрева в волне ФГГ и результирующее тепловыделение происходит «мгновенно» при достижении некоторой температуры иницирования горения $T_{g,i}$ в точке $x = 0$, можно показать, что система (1)–(3) имеет решение в следующем безразмерном виде [8]:

$$\tau = \exp(k_1 \varsigma), \quad \theta = (1 + k_1) \exp(k_1 \varsigma), \quad \varsigma < 0; \quad (4)$$

$$\tau = \frac{k_1(1+k_1)}{k_2(1+k_2)} \exp(k_2 \varsigma) + \frac{(k_2-k_1)(1+k_1)}{k_2}, \quad (5)$$

$$\theta = \frac{k_1(1+k_1)}{k_2} \exp(k_2 \varsigma) + \frac{(k_2-k_1)(1+k_1)}{k_2}, \quad \varsigma > 0,$$

соответствующее граничным условиям [4, 7]

$$\theta_{-\infty} = \tau_{-\infty} = 0, \quad \theta'_{\pm\infty} = \tau'_{\pm\infty} = 0, \quad (6)$$

а также условиям «сшивки» в зоне реакции

$$\tau_{-0} = 1, \quad \tau_{+0} - \tau_{-0} = \varphi_2, \quad (7)$$

$$\theta_{-0} = \theta_{+0}, \quad \theta'_{-0} = \theta'_{+0}. \quad (8)$$

Выше использовались безразмерные переменные и параметры [4]:

$$\varsigma = \frac{x\alpha_V}{c_{p,g}G}, \quad \tau = \frac{T_g - T_0}{\Delta T_{g,i}}, \quad \theta = \frac{T_s - T_0}{\Delta T_{g,i}}, \quad (9)$$

$$u = \frac{u_w}{u_{th}}, \quad a = \frac{(1-\varepsilon)\lambda_s\alpha_V}{(c_{p,g}G)^2}, \quad \varphi_2 = \frac{\Delta T'_{ad}}{\Delta T_{g,i}}. \quad (10)$$

Здесь $u_{th} = c_{p,g}G/(1-\varepsilon)c_s\rho_s$ — скорость тепловой волны; T_{ad} и $\Delta T_{ad} = T_{ad} - T_0$ — адиабатическая температура сгорания и адиабатический разогрев смеси, а $T'_{ad} = T_{ad}(T_{g,i})$ и $\Delta T'_{ad} = T_{ad}(T_{g,i}) - T_0$ — соответствующие величины с учетом предварительного подогрева в зоне реакции волны ФГГ; T_0 — температура окружающей среды; $\Delta T_{g,i} = T_{g,i} - T_0$. Величина $\Delta T'_{ad}$ всегда меньше ΔT_{ad} , что объясняется возрастающим вкладом обратных реакций в продуктах горения с ростом $T_{g,i}$.

Система уравнений (1)–(3) (без источников члена) имеет только два различных корня характеристического полинома:

$$k_j = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{u}{a} \right) \pm \frac{1}{2} \left(\left(1 + \frac{u}{a} \right)^2 + 4 \frac{1-u}{a} \right)^{0,5}, \quad j = 1, 2, \quad (11)$$

где $k_1 > 0$, а $k_2 < 0$.

Подставляя решения для профилей температур (4), (5) во второе условие «сшивки» (7), запишем уравнение, определяющее совместно с (11) безразмерную скорость фронта реакции u :

$$\frac{k_2 - k_1}{1 + k_2} k_1 = \frac{\Delta T'_{ad}}{\Delta T_{g,i}}. \quad (12)$$

Максимальная температура каркаса в волне $T_{s,\max}$ определяется из уравнения баланса энергии [4]:

$$T_{s,\max} = T_0 + \frac{\Delta T'_{ad}}{1-u}. \quad (13)$$

Подставляя решение (5) в условие $\theta_{+\infty} \equiv \Delta T_{s,\max}/\Delta T_{g,i}$, где $\Delta T_{s,\max} = T_{s,\max} - T_0$, получаем следующее соотношение между температурой иницирования горения и максимальной температурой каркаса в волне:

$$\Delta T_{g,i} = \frac{k_2}{(k_2 - k_1)(1 + k_1)} \Delta T_{s,\max}. \quad (14)$$

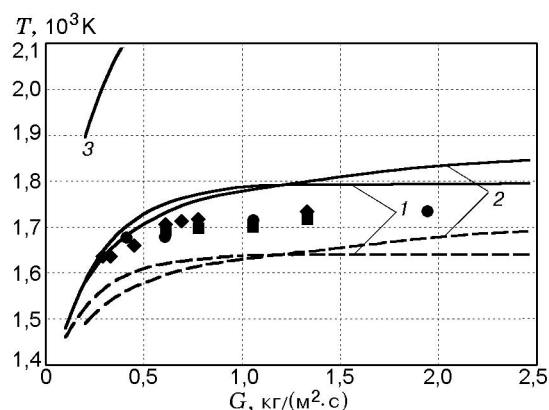


Рис. 1. Зависимость максимальной температуры каркаса от массового расхода смеси ($\Phi = 4,0$): эксперимент [11]: \bullet — $d = 3$ мм, \blacksquare — $d = 6$ мм, \blacklozenge — $\varnothing 5 \times 10$ мм; расчет ($d = 6$ мм): 1 — $\alpha_V = 10^5$ Вт/(м³·К), 2 — $\alpha_V(G)$ по [9], 3 — то же самое, но без учета обратных реакций; сплошные линии — $T_{s,\max}$, штриховые — $T_{g,i}$

В данной работе используется детальная схема окисления метана GRI 3.0 [10], состоящая из 325 обратимых элементарных реакций, 53 компонентов и оптимизированная в различных экспериментальных условиях.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

В работе [11] приведены результаты измерений максимальной температуры каркаса $T_{s,\max}$ в зависимости от массового расхода G в волне ФГГ для метановоздушной смеси с коэффициентом избытка топлива $\Phi = 4,0$. Конструкция установки аналогична описанной в [4, 6, 12]. Использовалась теплоизолированная кварцевая труба длиной 0,66 м, с внутренним диаметром 41 мм, с пористой средой в виде засыпки из частиц сферической (диаметром $d = 3$ или 6 мм) и цилиндрической ($\varnothing 5 \times 10$ мм) формы, изготовленных из высокотемпературной алюмины (Al_2O_3). Измерения проводили в диапазоне расходов газа $G = 0,2 \div 2,0$ кг/(м²·с). В экспериментах зарегистрировано резкое замедление роста максимальной температуры каркаса при $G \geq 1,0 \div 1,2$ кг/(м²·с) для всех вариантов засыпок (рис. 1).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1 представлены расчетные зависимости $T_{s,\max}(G)$ для смеси с $\Phi = 4,0$. Для вычислений использовали следующие значения параметров (в соответствии с [11]): $\varepsilon = 0,49$,

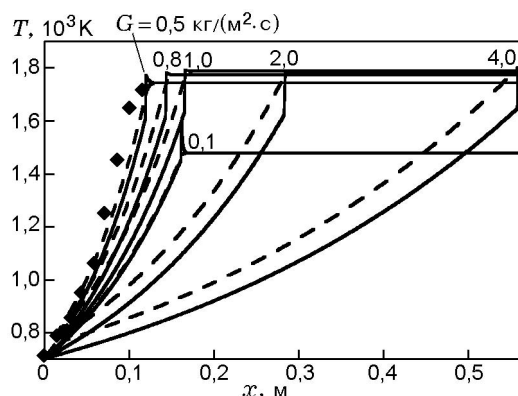


Рис. 2. Профили температур твердой и газовой фаз в волне ФГГ ($\Phi = 4,0$, $\alpha_V = 10^5$ Вт/(м³·К)):

сплошные линии — T_g , штриховые — T_s ; \blacklozenge — экспериментальный профиль $T_s(x)$ для $G = 0,8$ кг/(м²·с) [11]

$c_s = 794$ Дж/(кг·К), $\rho_s = 3,15 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_{p,g} = 1,3 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\lambda_{s,0} = 1,0$ Вт/(м·К), $d = 6$ мм. Отметим хорошее соответствие модели эксперименту. В частности, расчеты подтверждают сильное замедление роста температуры при $G \geq 1,0 \div 1,2$ кг/(м²·с). При дальнейшем увеличении G от 1 до 2,5 кг/(м²·с) температура каркаса растет очень медленно — примерно на 70 ÷ 80 К.

Важно отметить, что пренебрежение поправкой на обратные реакции в продуктах горения (расчет с ΔT_{ad} вместо $\Delta T'_{ad}$) ведет к нереальному завышению максимальных температур каркаса в волне (ср. кривые 3 и 2 на рис. 1).

Не снижая общности полученных результатов, проведем анализ решений в предположении, что коэффициент теплообмена не зависит от расхода. Аппроксимация экспериментальных значений $T_{s,\max} = 1710 \div 1780$ К для $G \geq 1,0 \div 1,2$ кг/(м²·с) достигается с относительной точностью не менее 3 % для значений $\alpha_V = 5 \cdot 10^4 \div 1 \cdot 10^5$ Вт/(м³·К). Из этого диапазона выбрано значение $\alpha_V = 10^5$ Вт/(м³·К) (см. кривую 1 на рис. 1), при котором достигается также хорошее соответствие расчетной длины зоны предварительного подогрева $\Delta x_{g,i}$ с результатами термопарных измерений (рис. 2).

На рис. 2 представлено типичное изменение температур в волне (соответствует кривой 1 на рис. 1) при варьировании расхода газа в диапазоне $G = 0,1 \div 4,0$ кг/(м²·с). Для удобства сравнения распределения температур пока-

заны с некоторым пространственным сдвигом так, чтобы $T_s|_{x=0} \cong 700$ К.

Поскольку температура $T_{s,max}$ определяется нагревом каркаса газом в зоне тепловой релаксации, то характерные изменения длины этой зоны $\Delta x_{t,r}$ и разности температур газа и каркаса $T_{g,max} - T_{s,i} = \Delta T'_{ad} - \Delta T_{s-g,i}$ (где $\Delta T_{s-g,i} = T_{s,i} - T_{g,i}$) при увеличении расхода обуславливают некоторые качественные особенности тепловой структуры волны ФГГ.

Длины зон предварительного подогрева и тепловой релаксации оцениваются из (4):

$$\Delta x_{g,i} = \frac{c_{p,g} G}{\alpha_V k_1}, \quad (15)$$

$$\Delta x_{t,r} = \frac{c_{p,g} G}{\alpha_V |k_2|}. \quad (16)$$

Анализ свойств решений сводится к анализу функций $k_j(a, u)$ по (11).

При «малых» расходах газа, таких, что $a \gg 1$, корни k_1, k_2 имеют следующие пределы:

$$k_1 \cong \frac{1-u}{a}, \quad k_2 \cong -\left(1 + \frac{1}{a}\right). \quad (17)$$

Используя (11), (15)–(17), можно показать, что в этом случае

$$\Delta x_{g,i} \sim \frac{\Delta T_{s,max}}{G}, \quad \Delta x_{t,r} \sim \frac{G}{\alpha}, \quad (18)$$

$$\Delta T_{s-g,i} \sim \frac{\Delta T'_{ad} G^2}{\alpha_V},$$

т. е. зона предварительного подогрева уменьшается как $1/G$, зона тепловой релаксации растет линейно с увеличением расхода, а различие между температурами газа и каркаса незначительное, но быстро нарастает как G^2 . В этих условиях происходит интенсивный нагрев каркаса газом в зоне тепловой релаксации, поэтому в данной области расходов (менее $0,3$ кг/(м²·с) на рис. 1, 2) наблюдается быстрое увеличение $T_{s,max}$ с ростом G .

Квадратичный рост $\Delta T_{s-g,i}$ в зависимости от G приводит к тому, что значения $T_{g,max} - T_{s,i}$ и $\Delta x_{t,r}$ постепенно уменьшаются, замедляя увеличение $T_{s,max}$ с ростом G . Как показывают расчеты, в области расхода \tilde{G} , определяемого из условия

$$a \cong 1, \quad (19)$$

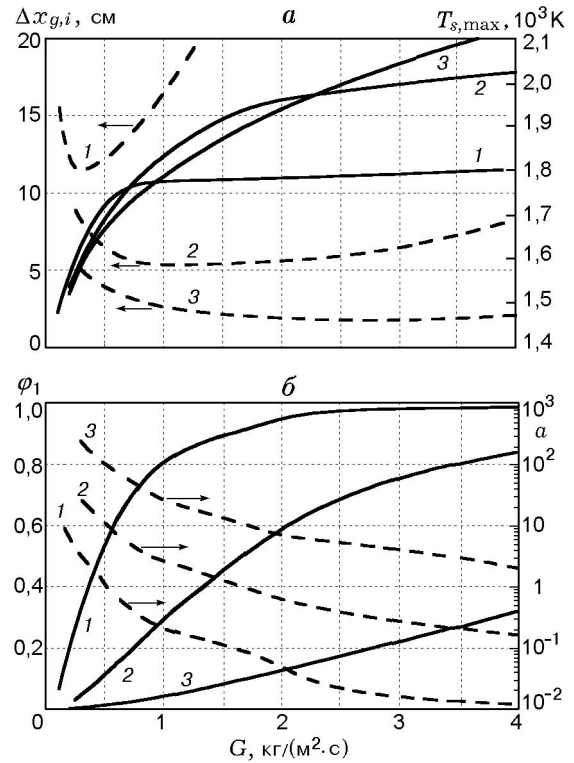


Рис. 3. Зависимости величин $\Delta x_{g,i}, T_{s,max}$ (а) и параметров φ_1, a (б) от расхода газа: $\alpha_V, \text{Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$: 1 — 10^5 , 2 — 10^6 , 3 — 10^7

на зависимости $\Delta x_{g,i}(G)$ имеется точка минимума ($\tilde{G} \cong 0,4$ кг/(м²·с) на рис. 3, а). Наблюдается характерный «реверс» хода михельсоновских профилей: если при $G < \tilde{G}$ зона $\Delta x_{g,i}$ убывает с ростом G , то при $G > \tilde{G}$, наоборот, увеличивается. Соотношение (19) дает зависимость $\tilde{G} \sim \alpha_V^{0,5}$, что подтверждается расчетами (см. таблицу).

При «больших» расходах газа, когда $a \ll 1$, корни k_1, k_2 имеют пределы

$$k_1 \cong \frac{1-u}{u}, \quad k_2 \cong -\frac{u}{a} - \frac{1}{u}. \quad (20)$$

Используя соотношения (11), (15), (16) и (20), можно показать, что

$\alpha_V, \text{Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$	$\tilde{G}, \text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$	
	$\Phi = 4$	$\Phi = 1$
10^5	0,3	0,4
10^6	1,2	1,6
10^7	4,0	—

$$\Delta x_{g,i} \sim \frac{c_{p,g} G}{\alpha_V \Delta T'_{ad}}, \quad \Delta x_{t,r} \sim \frac{1}{G}, \quad (21)$$

$$\Delta T_{s-g,i} \cong \Delta T'_{ad}.$$

В данной области параметров увеличение расхода приводит к тому, что «скачок» температуры газа на величину $\Delta T'_{ad}$ сравнивается с разницей температур $T_{s,i} - T_{g,i}$ в точке инициирования горения. В результате происходят «исчезновение» зоны тепловой релаксации ($\Delta x_{t,r} \rightarrow 0$) и выравнивание максимальных температур газа и каркаса ($T_{g,\max} - T_{s,\max} \rightarrow 0$). Как следствие, блокируется дальнейший нагрев каркаса; в результате резко замедляется рост зависимости $T_{s,\max}(G)$, а зона предварительного подогрева $\Delta x_{g,i}$ в волне значительно растягивается (см. область $G \geq 1,0 \div 1,2$ кг/(м²·с) на рис. 1, 2).

Классификация по параметру φ_1

Особенности тепловой структуры волны в зависимости от расхода газа удобно характеризовать критерием температурной гетерогенности φ_1 :

$$\varphi_1 \equiv \frac{\Delta T_{s-g,i}}{\Delta T'_{ad}}, \quad (22)$$

или согласно (4), (10)

$$\varphi_1 = k_1 \frac{\Delta T_{g,i}}{\Delta T'_{ad}} = \frac{k_1}{\varphi_2}. \quad (23)$$

При $\varphi_1 \rightarrow 0$ и $a \gg 1$ задача является существенно одотемпературной, а при $\varphi_1 \rightarrow 1$ и $a \ll 1$ системе свойственна максимальная температурная гетерогенность.

Естественным образом возникает следующая классификация областей параметров волны (по данным рис. 1, 2) в зависимости от значения φ_1 . «Нормальная» область ($\varphi \leq 0,3$, $\varphi_1 \cong 1/a$, $a \gg 1$) характеризуется быстрым (квадратичным) ростом зависимости $T_{s,\max}(G)$ и уменьшением зоны предварительного подогрева $\Delta x_{g,i}$ с ростом G . «Переходная» область ($0,3 < \varphi_1 < 0,7$, $a \approx 1$) соответствует снижению (слабее, чем $\sim G^2$) приросту температуры $T_{s,\max}$ и увеличению роста зависимости $\Delta x_{g,i}(G)$. «Предельная» область ($0,7 \leq \varphi_1 < 1$, $\varphi_1 \rightarrow 1$, $a \ll 1$) характеризуется резким замедлением роста зависимости $T_{s,\max}(G)$ и сильным увеличением зоны $\Delta x_{g,i}$ с ростом G . Подробное обсуждение физического смысла «предельной» области приведено ниже.

На рис. 3 представлены расчетные зависимости $T_{s,\max}(G)$, $\Delta x_{g,i}(G)$, $\varphi_1(G)$ и $a(G)$ для состава с $\Phi = 4,0$ и коэффициентов межфазного теплообмена $\alpha_V = 10^5$, 10^6 и 10^7 Вт/(м³·К). Из сравнения данных на рис. 3, а и 3, б видно, что критерий гетерогенности φ_1 является удобным «индикатором» состояния системы. Последнее же сильно зависит от значения α_V : например, для $G \cong 2$ кг/(м²·с) система находится в «предельной» области при $\alpha_V = 10^5$ Вт/(м³·К), в «переходной» для $\alpha_V = 10^6$ Вт/(м³·К) и «нормальной» области параметров для $\alpha_V = 10^7$ Вт/(м³·К).

Автомодельность решения для волны ФГГ при $\varphi_1 \rightarrow 1$

В данном случае «исчезновение» зоны тепловой релаксации и выравнивание максимальных температур газа и каркаса в волне приводят к характерной перестройке температурных профилей, которые имеют специфический автомодельный вид. При $\alpha_V \cong \text{const}$ в «предельной» области параметров максимальная температура в волне практически не меняется с ростом расхода: $T_{s,\max}(G) \cong \text{const}$. Из балансового соотношения (13) следует, что и безразмерная скорость фронта будет практически постоянной: $u(G) \cong \text{const}$. Используя (10), (13), (14) и (20), можно показать, что в этом случае в волне имеют место соотношения

$$\Delta T_{g,i} \cong u \Delta T_{s,\max}, \quad u \cong 1/(1 + \varphi_2). \quad (24)$$

Следуя общей процедуре решения системы (1)–(3), перепишем уравнения, определяющие $T_{g,i}$, с учетом (9) в безразмерных пространственных координатах:

$$\frac{dY_k}{d\zeta} = \varepsilon \frac{c_{p,g}}{\alpha} \omega_k(T_g(\zeta), Y_k), \quad (25)$$

где $T_g(\zeta) = T_0 + (T_{01} - T_0) \exp(k_1 \zeta)$, а $T_{01} \leq 700$ К — температура, достаточно низкая для того, чтобы тепловыделением и изменением состава смеси в системе можно было пренебречь. Так как согласно (20) в этом случае $k_1 \cong (1 - u)/u \cong \text{const}$, то уравнения (25) не зависят от G . Обратный переход к пространственной координате x по (9) показывает, что длина зоны предварительного подогрева в волне при этом линейно зависит от расхода газа (см. рис. 2 и формулу (21)).

Отметим, что условие $u \cong \text{const}$ (см. (10)), в «предельной» области приводит также и к

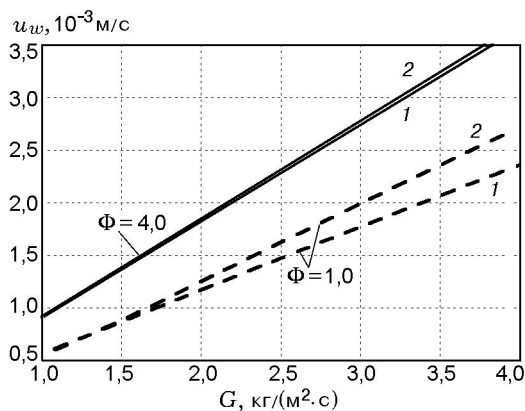


Рис. 4. Зависимость скорости фронта волны от расхода газа:

α_V , Вт/(м³·К): 1 — 10⁵, 2 — 10⁶

линейной зависимости скорости фронта реакции u_w от расхода: $u_w = u \cdot u_{th} \sim G$, что подтверждается результатами численных расчетов (рис. 4). Таким образом, можно ожидать, что характерная для экспериментов с волнами в режиме низких скоростей U-образная зависимость $u_w(G)$ [3] со стороны «больших» расходов будет заканчиваться участком, близким к линейному.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ПРИ $\varphi_1 \ll 1$ И $\varphi_1 \rightarrow 1$

Упростим кинетическую схему переходом в (1) и (3) к одностадийной реакции аррениусовского типа. В этом случае тепловыделение примет вид [4, 7]:

$$H = \varepsilon c_{p,g} \Delta T'_{ad} \rho_g K A \exp\left(-\frac{E}{RT_g}\right). \quad (26)$$

Здесь E — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная, K — предэкспоненциальный множитель, A — безразмерная концентрация лимитирующего реагента.

Будем считать, что горение инициируется в момент, когда ход михельсоновского профиля в газовой фазе начинает заметно искажаться вследствие тепловыделения. Учитывая, что для распределений температуры (4) в зоне предварительного подогрева волны в отсутствие тепловыделения характерно неравенство $dT_g/dx < dT_s/dx$, определим $T_{g,i}$, используя условие

$$\frac{dT_g}{dx} = \frac{dT_s}{dx}. \quad (27)$$

Подставляя (1), (2) с H из (26) в (27) и пренебрегая потреблением лимитирующего компонента, так что $A \cong 1$, получим уравнение для определения $T_{g,i}$:

$$\frac{\Delta T'_{ad}}{\Delta T_{g,i}} \frac{\varepsilon c_{p,g} \rho_g K}{\alpha_V} \exp\left(-\frac{E}{RT_{g,i}}\right) = k_1^2. \quad (28)$$

В общем случае решение для волны горения получается неявно, путем совместного решения нелинейных уравнений (12) и (28). Однако в «нормальной» и «предельной» областях данная система уравнений имеет приближенные аналитические решения в явном виде. Действительно, при $\varphi_1 \ll 1$ и $\varphi_1 \rightarrow 1$ выражение (28) с помощью (20) и уравнения состояния газа $\rho_g T_g = \rho_{g,0} T_0$ приводится к следующим явным решениям:

$$T_{g,i} \cong E/R \ln \frac{\varepsilon c_{p,g} \rho_{g,0} T_0 K a^y}{\alpha_V \Delta T'_{ad}}, \quad (29)$$

где $y = 2$ для «нормальной» и $y = 0$ для «предельной» области.

Максимальная температура каркаса при $\varphi_1 \ll 1$ и $\varphi_1 \rightarrow 1$ определяется с помощью соотношений (14), (17) и (20) соответственно как

$$T_{s,\max} \cong T_{g,i}, \quad T_{s,\max} \cong T_{g,i} + \Delta T'_{ad}. \quad (30)$$

Решения (29), (30) с учетом определения (10), по которому $a \sim \alpha_V$, дают монотонно падающую зависимость $T_{s,\max}(\alpha_V)$ в «нормальной» области в отличие от монотонно растущей зависимости в «предельной» области, что согласуется с численными расчетами (см. рис. 3, а).

ВЛИЯНИЕ СОСТАВА СМЕСИ

Решение исходной системы уравнений (1)–(3) с граничными условиями (6)–(8) и одностадийной кинетикой аррениусовского типа первого порядка зависит только от четырех независимых безразмерных параметров ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 и a , где

$$\psi_1 = \frac{\alpha_V}{\varepsilon c_{p,g} \rho_{g,0} K}, \quad \psi_2 = \frac{E}{RT_0}, \quad \psi_3 = \frac{\Delta T'_{ad}}{T_0}. \quad (31)$$

Безразмерные функции φ_1 , φ_2 выражаются через эти параметры в соответствии с определениями:

$$\varphi_1 = \frac{k_1}{\varphi_2}, \quad \varphi_2 = \frac{\psi_3}{\varphi_3 - 1}, \quad (32)$$

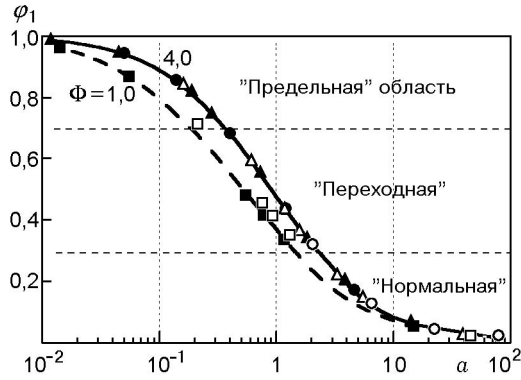


Рис. 5. Зависимость критерия φ_1 от безразмерного параметра a для различных составов смеси:

■, ▲ — $\alpha_V = 10^5$ Вт/(м³·К); □, △ — $\alpha_V = 10^6$ Вт/(м³·К); • — α_V по [9]; ○ — $\alpha_V = 10^7$ Вт/(м³·К)

а функция $\varphi_3 = T_{g,i}/T_0$ — неявно, путем совместного решения уравнений (12) и (28). В частности, решение (29) в безразмерном виде переписывается как

$$\varphi_3 = -\frac{\psi_2}{\ln(\psi_1\psi_3 a^{-y})}. \quad (33)$$

Найдем функциональную связь критерия φ_1 с основными параметрами системы в пределе $\varphi_1 \rightarrow 1$. Используя разложение $k_1 \cong \frac{1-u}{u} - \frac{1-u}{u^3} a + O(a^2)$, из (23), (24) получаем

$$\varphi_1 \cong 1 - \frac{a}{u^2} \quad \text{или (по (24))} \quad \varphi_1 \cong 1 - a(1 + \varphi_2)^2. \quad (34)$$

Соотношение (34) с помощью следующей оценки параметров по порядку величины для метановоздушных составов:

$$a = O(10^{-1} \div 10^{-2}), \quad \psi_1 = O(10^{-3} \div 10^{-4}), \quad (35)$$

$$\psi_2 = O(10^2), \quad \psi_3 = O(1)$$

— дает искомую функциональную зависимость $\varphi_1(a, \psi_1, \psi_2, \psi_3)$ в «пределной» области:

$$\varphi_1 \cong 1 - a \left(1 - \frac{2\psi_3}{\psi_2} \ln(\psi_1\psi_3) \right). \quad (36)$$

На рис. 5 представлена фазовая диаграмма $\varphi_1(a)$, в которую включены результаты расчетов для разных значений α_V (в том числе с нелинейными зависимостями $\alpha_V(G)$ по [9]).

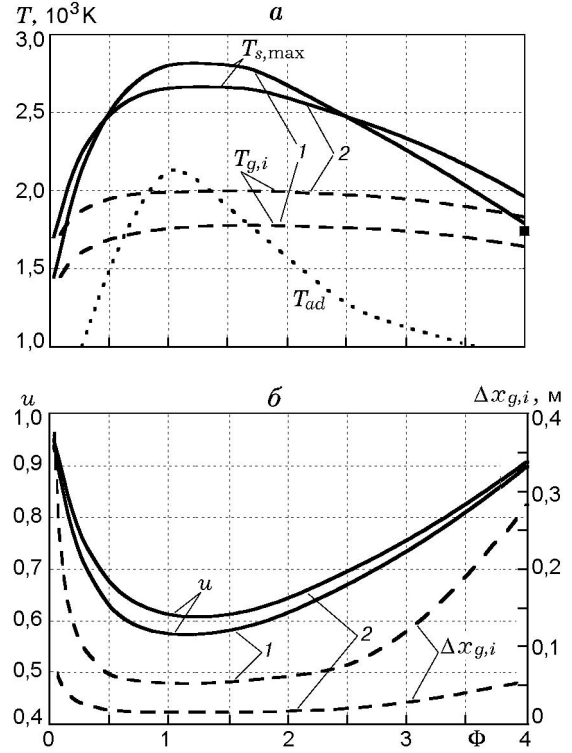


Рис. 6. Зависимости макрохарактеристик волны ФГГ от состава смеси для различных коэффициентов теплообмена:

α_V , Вт/(м³·К): 1 — 10^5 , 2 — 10^6 ; ■ — эксперимент [11]

Данные всех расчетов для состава с $\Phi = 4,0$ с точностью не менее 0,5 % ложатся на кривую

$$\varphi_1(a) \cong 0,5(\exp(-2,2 a) + \exp(-0,15 a)). \quad (37)$$

Для смеси с $\Phi = 1,0$ зависимость $\varphi_1(a)$ аналогичная (по данным с $\alpha_V = 10^5$ Вт/(м³·К)):

$$\varphi_1(a) \cong 0,5(\exp(-4,5 a) + \exp(-0,28 a)). \quad (38)$$

Небольшой разброс точек для $\Phi = 1,0$ обусловлен заметной зависимостью $\lambda_s(T_s)$. Из рис. 5 видно, что расчеты подтверждают сильную зависимость φ_1 от a по (36) и гораздо более слабую — от ψ_i , а также сдвиг кривой $\varphi_1(a)$ влево при увеличении калорийности смеси (параметра ψ_3). При этом кривые для $\Phi = 4,0$ и $1,0$ определяют границы состояний системы в том смысле, что результаты расчетов для всех других значений составов с $\Phi = 0,1 \div 4,0$ не выходят за эти пределы для всех значений α_V . Соответствующие оценки для $\varphi_1(a)$ в зависимости от Φ можно получить интерполяцией функций (37), (38).

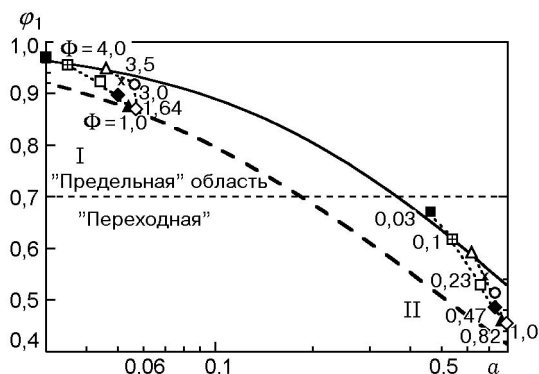


Рис. 7. Зависимость критерия φ_1 от безразмерного параметра a для различных составов смеси: $G = 2 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$; $\alpha_V, \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$: I — 10^5 , II — 10^6

Отметим, что все основные качественные результаты, полученные выше на примере смеси с $\Phi = 4,0$, справедливы и для других составов. Результаты расчетов зависимостей $T_{s,\max}$, $T_{g,i}$, u и $\Delta x_{g,i}$ в волне ФГГ ($G = 2,0 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$) от состава смесей ($\Phi = 0,03 \div 4,0$) приведены на рис. 6. Соответствующая этим данным диаграмма $\varphi_1(a)$ представлена на рис. 7, из которого видно, что результаты для $\alpha_V = 10^5 \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$ соответствуют «предельной» области, а для $\alpha_V = 10^6 \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$ — «переходной». Учитывая термостойкость типичных керамических материалов ($T \leq 2000 \div 2300 \text{ К}$), отметим, что для наблюдения волн ФГГ в «предельной» области необходимы низкокалорийные составы ($\Phi \leq 0,4$ или $\Phi \geq 3,0$, рис. 6, а).

Подчеркнем тот нетривиальный факт, что значение критерия φ_1 изменяется незначительно (рис. 7), в то время как макрохарактеристики волны ФГГ (максимальная температура каркаса и скорость фронта волны) сильно варьируются при увеличении теплосодержания смеси (см. рис. 6). Из соотношений (24) и (32), (33) получаем выражение, определяющее безразмерную скорость фронта u при $\varphi_1 \rightarrow 1$:

$$u \cong 1 + \frac{\psi_3}{\psi_2} \ln(\psi_1 \psi_3). \quad (39)$$

Из (39) следует сильное (более, чем линейное) уменьшение скорости u и (см. формулу (21)) зоны предварительного подогрева $\Delta x_{g,i}$ с ростом $\Delta T'_{ad}$, что согласуется с расчетами (см. рис. 6, б). Из рис. 6, а видно, что в отличие от $T_{s,\max}$ температура $T_{g,i}$ меняется относительно

слабо (логарифмически) при варьировании состава смеси (ср. (29) и (30)).

Сильная зависимость $\varphi_1(a)$ (см. (36)) позволяет переносить результаты параметрического анализа, например, для «предельной» области на другие состояния системы. Из рис. 7 видно, что увеличение α_V от 10^5 до $10^6 \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$ (меняющее значения a в ≈ 10 раз) приводит с небольшими искажениями к параллельному переносу данных по Φ из «предельной» области в «переходную». Данное свойство системы можно использовать для аппроксимации решения в «переходной» области, где прямой анализ нелинейной зависимости $k_1(a, u)$ затруднен, путем интерполяции по φ_1 с

$$y = 2(1 - \varphi_1) \quad (40)$$

явных выражений (29), (30), полученных для «нормальной» и «предельной» областей. Таким образом, формулы (29), (30) (с учетом (40)) и (37), (38) позволяют оценить решение в «переходной» области в явном виде. Точность такой аппроксимации повышается по мере приближения к значению $a \cong 1$, что обусловлено тем, что точка перегиба зависимости $\varphi_1(a)$ находится вблизи данной точки и, таким образом, центральная часть «переходной» области хорошо передается линейной зависимостью $\varphi_1 \sim a$ (см. рис. 5).

Важным результатом проведенного выше анализа является вывод о том, что «состояния» системы, задаваемые критерием φ_1 , очень слабо зависят от кинетических свойств смеси. Следовательно, и эффект резкого замедления роста зависимости $T_{s,\max}(G)$ в «предельной» области имеет существенно термодинамическую природу.

ОЦЕНКА КИНЕТИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Зависимость $\ln(\Delta T'_{ad})$ от $1/T_{g,i}$, построенная по (29), даст эффективное значение энергии активации E . На рис. 8 представлен такой график, где использованы результаты расчетов с $\Phi = 0,03 \div 4,0$ при $\alpha_V = 10^5 \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$ и $G = 2,0 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$. Зависимость имеет характерную «мысообразную» форму с двумя отчетливыми разными наклонами, соответствующими ультрабедным ($\Phi \leq 0,4$) и ультрабогатым ($\Phi \geq 2,0$) составам. Таким образом, для метановоздушных смесей получаются следующие оценки энергии активации:

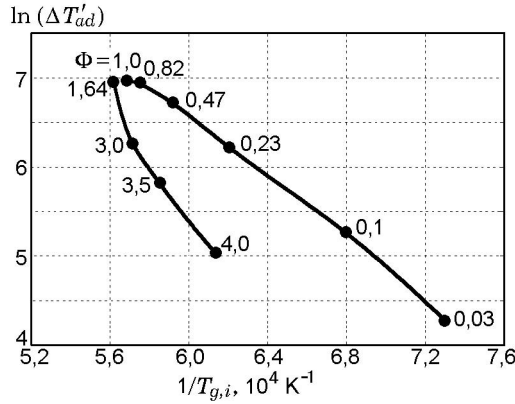


Рис. 8. Зависимость $\ln(\Delta T'_{ad})$ от $1/T_{g,i}$ ($\alpha_V = 10^5 \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$)

$$\begin{aligned} E/R &\cong (1,7 \pm 0,15) \cdot 10^4 \text{ К} \quad (\Phi \leq 0,4), \\ E/R &\cong (2,8 \pm 0,1) \cdot 10^4 \text{ К} \quad (\Phi \geq 2,0). \end{aligned} \quad (41)$$

Наименьшая величина E из (41) для бедных составов близка к оценке в [13], где на основе аппроксимации результатов измерения скорости горения ламинарного метановоздушного пламени ($\Phi = 0,5 \div 1,0$) в свободном пространстве приведены следующие значения кинетических коэффициентов:

$$E/R \cong 1,564 \cdot 10^4 \text{ К}, \quad K \cong 2,6 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}. \quad (42)$$

Аналогичные данные для ультрабогатых составов в литературе отсутствуют.

Для определения предэкспоненциального множителя выбирали наиболее низкие значения E из (41), а величину K оценивали аппроксимацией (с точностью не менее 1 %) расчетных значений $T_{s,\max}$ путем совместного решения уравнений (12), (29), (30). В результате получены следующие значения кинетических коэффициентов:

$$E_l/R \cong 1,564 \cdot 10^4 \text{ К}, \quad K_l \cong 2,0 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \quad (43)$$

для ультрабедных смесей ($0,1 \leq \Phi \leq 0,47$) и

$$E_r/R \cong 2,7 \cdot 10^4 \text{ К}, \quad K_r \cong 5,8 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1} \quad (44)$$

для ультрабогатых ($2,0 \leq \Phi \leq 4,0$).

В [14, 15] показано, что снижение генерации основных радикалов в зоне реакции волны ФГГ ультрабогатых составов обуславливает более высокие значения $T_{s,\max}$ [6] по сравнению с ультрабедными смесями той же калорийности и является причиной того, что всегда выполняется неравенство $E_r > E_l$ (ср. (44) и (43)).

ПРЕДЕЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТЕПЛООВОГО РЕКУПЕРАТИВНОГО ЦИКЛА ВОЛНЫ ФГГ

Выясним физический смысл полученных выше решений. Известно, что «спутные» волны ФГГ характеризуются конвективно-кондуктивным тепловым рекуперативным циклом с конвективным потоком, обусловленным движением твердой фазы относительно реакционного фронта волны [3, 16]. Рассмотрим изменение эффективности рекуперативного цикла в волне по мере увеличения расхода газа. Следуя [16], под эффективностью будем понимать перепад температур:

$$\Delta T \equiv T_{g,\max} - T_{ad}, \quad (45)$$

который, ввиду сильной зависимости скоростей реакций от температуры, определяет «производительность» рекуперативного цикла. Определение (45) можно переписать в эквивалентном виде:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \Delta T_1 - \Delta T_2, \quad \Delta T_1 \equiv \Delta T_{g,i}, \\ \Delta T_2 &\equiv \Delta T_{ad} - \Delta T'_{ad}. \end{aligned} \quad (46)$$

Из (46) видно, что учет обратных реакций в продуктах горения снижает эффективность рекуперативного цикла волны, что в явном виде выражается слагаемым ΔT_2 , а также зависимостью ΔT_1 от $\Delta T'_{ad}$, так как в соответствии с (29)

$$\Delta T_1 = \Delta T_{g,i} \cong E/R \ln \frac{\varepsilon c_{p,g} \rho_{g,0} T_0 K a^y}{\alpha_V \Delta T'_{ad}} - T_0. \quad (47)$$

Из выражения (47) видно, что по мере увеличения расхода i , соответственно, при переходе системы из «нормальной» в «предельную» область эффективность теплового рекуперативного цикла волны монотонно растет, достигая максимального значения ΔT_1^* при $\varphi_1 \rightarrow 1$ ($y = 0$):

$$\Delta T_1^* = E/R \ln \frac{\varepsilon c_{p,g} \rho_{g,0} T_0 K}{\alpha_V \Delta T'_{ad}} - T_0. \quad (48)$$

Зависимость (48) представляет собой функционал, медленно меняющийся с ростом G согласно зависимости $\alpha_V(G) \sim G^m$, где $m \cong 0,4 \div 0,6$ [9, 17]. Действительно, из (48) следует, что прирост эффективности рекуперативного цикла $\delta \Delta T_1 / \delta G$ с ростом G равен

$$\frac{\delta \Delta T_1}{\delta G} = \frac{R \Delta T_1^*}{E} \frac{m}{G} \quad (49)$$

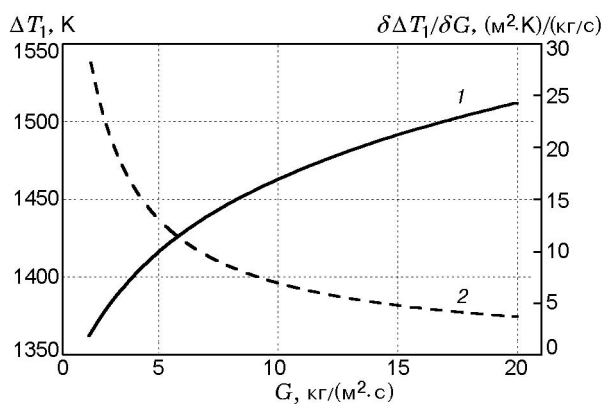


Рис. 9. Зависимость предельной эффективности теплового рекуперативного цикла в волне ФГГ от расхода газа ($\Phi = 4,0$):

1 — ΔT_1 , 2 — $\delta\Delta T_1/\delta G$

и быстро спадает по закону $1/G$ в области «больших» ($a \ll 1$) расходов (рис. 9). Таким образом, функционал (48) описывает максимальное асимптотическое значение ΔT_1^* , к которому стремится эффективность теплового рекуперативного цикла волны ФГГ по мере увеличения расхода газа.

Из выражений (48), (49) следует, что чем меньше коэффициент теплообмена α_V и/или показателя m в зависимости $\alpha_V(G) \sim G^m$, тем для меньших расходов (примерно, как $\sqrt{\alpha_V}$) достигается «предельная» область, и в этой области максимальная температура каркаса ближе к постоянному (независимому от расхода) значению. Одним из способов приближения к таким свойствам системы является, например, формирование пористой среды из каналов-капилляров.

Еще раз подчеркнем, что непосредственной физической причиной («механизмом») существования «предельной» области являются постепенное «исчезновение» зоны тепловой релаксации в волне и выравнивание максимальных температур газа и каркаса в результате перестройки тепловой структуры волны с ростом G , при которой «скачок» температуры в газовой фазе в результате тепловыделения сравнивается с разницей между температурами газа и каркаса в точке инициирования горения (условие $\varphi_1 \rightarrow 1$). В этой ситуации для удержания стабильного горения в возрастающем потоке газа система вынуждена максимально поднимать температуру в зоне предварительного подогрева (по контрасту с быстрым подъемом $T_{g,\max}$ с ростом G в «нормаль-

ной» области), что приводит к сильному пространственному растяжению этой зоны.

Ввиду особой важности для практики режимов с большими массовыми скоростями горения и малой калорийностью (величиной $\Delta T'_{ad}$) смесей, например, в целях очистки отходящих газов от органических примесей [18] или конверсии топлив (производство синтез-газа [11, 12]), рассмотрим способы увеличения производительности таких процессов на основе ФГГ. Есть две основные возможности: обеспечить функционирование системы в «предельной» области (например, увеличив расход газа, см. (47)); увеличить предельную эффективность теплового рекуперативного цикла. В соответствии с (48) последнее достигается (в отсутствие выраженных каталитических эффектов) увеличением коэффициента теплообмена α_V (уменьшая, например, средний размер пор в каркасе [17]), а также таким изменением кинетических свойств смеси, при котором возрастает энергия активации (как, например, при переходе от ультрабедных составов к ультрабогатым) и/или уменьшается предэкспоненциальный множитель.

Возрастание роли каталитических свойств поверхности пористой среды при уменьшении внутрипорового диаметра каркаса может приводить (при прочих равных условиях) к снижению температур $T_{g,i}$ и $T_{s,\max}$ и, соответственно, характеризоваться меньшим значением энергии активации. Из (47), (48) видно, что при этом эффективность рекуперативного цикла в волне ФГГ также снижается.

На практике «сопротивление» системы наращиванию температуры в «предельной» области проявляется и в наклонной неустойчивости фронта, вероятность возникновения которой значительно возрастает в «спутных» режимах волн ФГГ по мере увеличения расхода газа [19].

Рассмотренные выше ограничения эффективности теплового рекуперативного цикла в волне ФГГ имеют место и для «гибридного» (частично каталитического) фильтрационного горения [20], горения с присутствием жидкой фазы в реагентах и т. д. Единственным условием применимости полученных результатов, по-видимому, является требование того, чтобы тепловыделение в системе в основном происходило в газозаменных реакциях.

Подчеркнем актуальность основных выво-

дов и для более широкого класса систем с внешними теплообменниками (типа «swiss-roll» и др. [21]), принимая во внимание прямую аналогию основных протекающих в них процессов (межфазного теплообмена, обратных реакций в продуктах горения и т. п.) с условиями ФГГ, а также ввиду подобию зависимостей $\Phi_{\min}(G)$ для ультраобедненных смесей в этих случаях (ср. [21] и [18]).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Wienberg F. J.** Combustion temperature: The future? // *Nature*. 1971. V. 233. P. 239–241.
2. **Takeno T., Sato K.** An analytical study on excess enthalpy flames // *Combust. Sci. Technol.* 1979. V. 20. P. 73.
3. **Babkin V. S.** Filtrational combustion: present state of affairs and prospects // *Pure Appl. Chem.* 1993. V. 65. P. 335–344.
4. **Zhdanok S. A., Kennedy L. A., Koester G.** Superadiabatic combustion of methane air mixtures under filtration in a packed bed // *Combust. Flame*. 1995. V. 100. P. 221–231.
5. **Hsu P. F., Matthews R. D.** The necessity of using detailed kinetics in models for premixed combustion within porous media // *Combust. Flame*. 1993. V. 93. P. 457–466.
6. **Kennedy L. A., Binqe J. P., Saveliev A. V., et al.** Chemical structures of methane-air filtration combustion waves for fuel-lean and fuel rich conditions // 28th Intern. Symp. on Combustion. Pittsburgh, PA, 2000. P. 26.
7. **Foutko S. I., Shabunya S. I., Zhdanok S. A., Kennedy L. A.** Superadiabatic combustion wave in a diluted methane-air mixture under filtration in a packed bed // 26th (Intern.) Symp. on Combustion. Pittsburgh, PA, 1997. P. 3377–3382.
8. **Бабкин В. С., Дробышев В. И., Лаевский Ю. М., Потытняков С. И.** Фильтрационное горение газов // *Физика горения и взрыва*. 1983. Т. 19, № 2. С. 17–26.
9. **Wakao N., Kagueli S., Funazkri T.** Effect of fluid dispersion coefficients on particle-to-fluid heat transfer coefficients in packed beds. Correlation of Nusselt numbers // *Chem. Eng. Sci.* 1979. V. 34. P. 325–336.
10. **Smith G. P., Golden D. M., Frenklach M., et al.** GRI-Mech 3.0. http://www.me.berkeley.edu/gri_mech/
11. **Гаврилюк В. В., Дмитренко Ю. М., Жданок С. А. и др.** Исследование процесса конверсии метана в водород в режиме одиночной волны фильтрационного горения // IV Минский Междунар. форум. Минск, 2000. Т. 5. С. 43–49.
12. **Kennedy L. A., Fridman A. A., Saveliev A. V.** Superadiabatic combustion in porous media: wave propagation, instabilities, new type of chemical reactor // *Intern. J. Fluid Mech. Res.* 1995. V. 2. P. 1–27.
13. **Yoshizawa Y., Echigo R., Sasaki K.** Analytical study on the structure of radiation controlled flame // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 1988. V. 31. P. 311–319.
14. **Футько С. И.** Химическая структура волн фильтрационного горения газов в инертных пористых средах. Ч. 1. Ультраобедненные метановоздушные составы. Минск, 2002. (Препр. / НАНБ. ИТМО, № 1.)
15. **Футько С. И.** Химическая структура волн фильтрационного горения газов в инертных пористых средах. Ч. 2. Ультраобогащенные метановоздушные составы. Минск, 2002. (Препр. / НАНБ. ИТМО, № 2.)
16. **Лаевский Ю. М., Бабкин В. С.** Фильтрационное горение газов // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 118–120.
17. **Younis L. B., Viskanta R.** Experimental determination of the volumetric heat transfer coefficient between stream of the air and ceramic foam // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 1993. V. 36, N 6. P. 1425–1434.
18. **Hoffman J. G., Echigo R., Yoshida H., Tada S.** Experimental study on combustion in a porous media with a reciprocating flow system // *Combust. Flame*. 1997. V. 111. P. 32–46.
19. **Минаев С. С., Потытняков С. И., Бабкин В. С.** О неустойчивости фронта пламени при фильтрационном горении газов // *Физика горения и взрыва*. 1994. Т. 30, № 3. С. 49–54.
20. **Бабкин В. С., Баранник Г. Б., Измагилов З. Р. и др.** Гибридная волна фильтрационного горения газов // Докл. АН СССР. 1989. Т. 304. С. 630–633.
21. **Advanced Combustion Methods** / F. J. Wienberg (Ed.) London: Academic Press Inc., 1986. P. 183.

Поступила в редакцию 14/VII 2000 г.,
в окончательном варианте — 17/VII 2002 г.