

АДАПТИВНАЯ И ИНТЕГРАЛЬНАЯ ОПТИКА

УДК 535.36, 535.015

## Сравнительные измерения параметров атмосферной турбулентности оптическими методами

П.А. Коняев, В.П. Лукин, В.В. Носов, Е.В. Носов,  
Е.Л. Соин, А.В. Торгаев\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 19.07.2021 г.

Рассмотрены различные способы измерения случайных наклонов волнового фронта. Определены возможности измерений параметра Фрида с использованием дифференциального метода для задач зондирования турбулентности и адаптивной оптики. Выполнены сравнительные измерения уровня турбулентности на горизонтальной трассе двумя оптическими методами: с помощью дифференциального измерителя турбулентности и пассивным методом, основанным на измерении дрожания изображения с использованием высокоскоростной цифровой видеокамеры, которая установлена на малом астрономическом телескопе, и алгоритмов обработки в реальном времени. Обсуждаются возможные различия результатов измерений. На основе численного решения системы уравнений Навье—Стокса получены картины эволюции конвективного движения среды внутри объема в параметрах векторного поля скорости и скалярных полей температуры и давления. Предложены пути развития датчика волнового фронта, способного обеспечить высокоточные фазовые измерения как в колмогоровской, так и в неколмогоровской турбулентности.

*Ключевые слова:* атмосфера, колмогоровская турбулентность, когерентная турбулентность, параметр Фрида, наклон фазового фронта, уравнения Навье—Стокса; *atmosphere, Kolmogorov turbulence, coherent turbulence, Fried parameter, phase front slope, Navier—Stokes equations.*

### Введение

Большинство теоретических расчетов [1–4] флуктуаций оптических волн основано на теории турбулентности Колмогорова—Обухова, которая объясняет множество закономерностей турбулентного движения, а потому является общепринятой и широко распространенной в оптических расчетах и в экспериментальных исследованиях. Ее базовые принципы лежат в основе действия некоторых приборов, используемых для исследования турбулентности. Следующие из указанной теории предположения в подавляющем большинстве случаев хорошо подтверждаются при экспериментальной проверке. Однако известны результаты экспериментальных исследований турбулентности, в которых встречаются отклонения от предсказаний теории Колмогорова—Обухова, например в области спектральных характеристик турбулентности. В таких условиях оптические приборы, используемые для исследования турбулентности, могут выдавать ошибочные данные, что приводит к неверным оценкам и выводам. В связи с этим вопрос пра-

вильности измерений параметров атмосферной турбулентности представляет практический интерес как для создания методов и приборов для измерения турбулентности, так и для определения отклонений данных оптических измерений от колмогоровской модели турбулентности.

### Способы оценки наклона волнового фронта

Прежде всего рассмотрим возможные способы оценки случайных наклонов волнового фронта (ВФ). Это важно с точки зрения измерений уровня турбулентности и для решения задач адаптивной коррекции искажений.

Правильность измерения и оценки наклона ВФ — актуальный вопрос еще с начала 1980-х гг. При этом возникает необходимость поиска наиболее простых алгоритмов определения наклона ВФ [1, 2]. Один из таких способов состоит в измерении смещения центра тяжести изображения, формируемого линзой, отнесенное к ее фокусному расстоянию [3, 4]. Этот способ дает количественную характеристику наклона как вектора поворота фазового фронта  $\rho_F$  по отношению к двум осям  $X$  и  $Y$ :

$$\rho_F = -\frac{F}{k} \iint \nabla_\rho S(x, y) W(x, y) dx dy / \iint dx dy W(x, y), \quad (1)$$

\* Петр Алексеевич Коняев (petrkonyaev@gmail.com); Владимир Петрович Лукин (lukin@iao.ru); Виктор Викторович Носов (nosov@iao.ru); Евгений Викторович Носов (nev@iao.ru); Егор Леонидович Соин (sel@iao.ru); Андрей Витальевич Торгаев (Torgaev@iao.ru).

где  $W(x, y)$  – аналитическая функция, описывающая апертуру приемного устройства;  $F$  – длина фокуса приемного устройства (линзы);  $S(x, y)$  – фазовые флуктуации в оптической волне;  $k$  – волновое число излучения.

Можно воспользоваться еще одной интегральной величиной, связанной с ВФ и с флуктуациями интенсивности в поперечном сечении пучка, которая называется смещением энергетического центра тяжести пучка [5–7]:

$$\rho_c = \iint d^2\rho \rho I(x, y) / \iint dx dy I(x, y), \quad (2)$$

где  $I(x, y)$  – распределение плотности мощности излучения (интенсивности), пришедшего на апертуру. Отношение величины этого смещения (2) к пройденному в среде расстоянию  $X$  также характеризует случайный наклон ВФ. На основе расчета взаимной корреляции  $\langle \rho_c \rho_c \rangle$  в [8] было показано наличие существенной статистической связи определенных (1), (2) случайного наклона ВФ.

Есть еще одно определение наклона ВФ [9, 10], в котором используются разложение фазы оптического источника (пучка) в плоскости приема по полиномам Цернике и выделение из всевозможных aberrаций составляющих, соответствующих углам наклона ВФ как целого:

$$\begin{aligned} \varphi_x &= \iint dx dy x S(x, y) / \iint dx dy S(x, y), \\ \varphi_y &= \iint dx dy y S(x, y) / \iint dx dy S(x, y). \end{aligned} \quad (3)$$

Безусловно, чтобы получить эти составляющие наклона, необходимы данные измерений фазы в пределах всей следящей апертуры. В настоящее время эти данные легко получить, используя датчик ВФ типа Шэка–Гартмана (Ш–Г). Поскольку этому вопросу впервые уделили внимание в 1980-х гг., когда датчики Ш–Г еще не были так распространены, как сейчас, для разработки метода измерений было введено еще одно определение [9] величины наклона ВФ:

$$\frac{\partial}{\partial \beta_i} \iint d^2r W(x, y) [S(x, y) - \beta r] = 0, \quad i = x, y. \quad (4)$$

При этом было показано, что наклон ВФ, согласно (4), представляет собой наилучшее приближение в смысле минимума среднеквадратичного отклонения величины  $\beta r$  от фазы волны  $S(x, y)$  в пределах апертуры, описываемой функцией  $W(x, y)$ . Для симметричной следящей апертуры  $W(x, y)$  определение (4) для вектора угла наклона  $\beta(\beta_x, \beta_y)$  сводится к виду

$$\beta = \iint d^2r r \bar{r} W(x, y) S(x, y) / \iint d^2r r^3 W(x, y), \quad (5)$$

что соответствует представлению составляющих для второй и третьей моды разложения фазы по полиномам Цернике [9].

В монографии [8] (см. параграфы 5.3, 5.4) на основе аналитических расчетов было показано, что оценки наклонов ВФ по формулам (1)–(5) подобны, а рассчитанные по этим формулам соответствующие дисперсии совпадают. Первая работа, в которой упомянута тождественность оценок наклона ВФ методами (1)–(5), была опубликована еще в 1977 г. [4], позже был выполнен эксперимент [11], в котором была проведена коррекция направления распространения лазерного пучка на основе отслеживания случайного углового смещения опорного изображения. При проведении коррекции направления распространения лазерного пучка в атмосфере управляющий сигнал определялся путем минимизации функционала

$$\min \left( \left\langle \left( \frac{\rho_c}{X} - \frac{\alpha(a/2R)^{-1/3}}{F} \rho_F \right)^2 \right\rangle \right), \quad (6)$$

где  $a$  – размер лазерного пучка,  $2R$  – диаметр приемного устройства (линзы),  $\alpha$  – коэффициент оптимальной связи,  $X$  – дистанция распространения лазерного пучка.

В [10] для измерений использовалось оригинальное следящее устройство, построенное на основе оптико-электронного приемника на диссекторе ЛИ-609 [11].

Воспользуемся определениями наклона ВФ вида (1)–(5) и сравним величины соответствующих дисперсий  $\langle \rho_F^2 \rangle$ ,  $\langle \rho_c^2 \rangle$ ,  $\langle \beta^2 \rangle$ . Как показано в ряде работ [5, 8, 10, 12], соответствующим выбором размера апертуры можно обеспечить равенство следующих величин:  $\langle \rho_F^2 \rangle / F^2$ ,  $\langle \rho_c^2 \rangle / X^2$ ,  $\langle \beta^2 \rangle / X^2$ . Отметим, что коэффициент связи  $\alpha$  в (6) подбирается из условия минимума смещения оптического пучка с учетом того, что смещение самого пучка и смещение опорного изображения происходят в противофазе [8, 10, 12].

В настоящее время, если судить по свежим научным публикациям [13–17], проблема практической реализации различных методик оценки наклонов ВФ остается актуальной. Причем появилась даже специальная терминология, были выделены так называемые G-наклоны и Z-наклоны. Z-наклоны соответствуют разложению фазового фронта по полиномам Цернике и характеризуют направление, нормальное к плоскости ВФ. A G-наклоны характеризуют направление, нормальное к среднему от локальных наклонов. Используя эти определения, можно выделить среди всех оптических датчиков, измеряющих наклоны ВФ, те, что измеряют G-наклоны, и те, что измеряют Z-наклоны. В [16] для двух компонент (X и Y) G-наклонов и Z-наклонов было записано выражение для спектральных распределений наклонов ВФ, обусловленных действием турбулентности. При этом автор [16] отмечает важность определения типа наклонов, которые измеряет датчик.

Один из главных выводов заключается в том, что случайные наклоны ВФ, вычисленные на основе определений (1)–(5), имеют для заданной

модели турбулентности одинаковую дисперсию. Это было показано аналитически в [8, 10] и подтверждено в работе [17] на основе численных расчетов.

## Дифференциальный метод оценки параметра Фрида

Данные измерений случайных наклонов ВФ традиционно используют для определения уровня турбулентности. Оценку параметра (радиуса) Фрида  $r_0$ , согласно [18, 19], можно провести на основе измерения квадрата разности локальных наклонов ВФ на двух субапертурах, разнесенных в плоскости входного зрачка телескопа. Применение такого дифференциального метода измерений позволяет уменьшить ошибку определения  $r_0$ , связанную с вибрацией элементов конструкции телескопа. Для вычисления радиуса Фрида используется дисперсия измеренных разностей локальных наклонов ВФ  $\sigma_{\alpha_1-\alpha_2}^2$  на двух субапертурах, усредненная по ансамблю большого количества изображений:

$$r_0 = (\sigma_{\alpha_1-\alpha_2}^2)^{-3/5} 0,528\lambda^{6/5} D^{-1/5} [1 - 0,562(d/D)^{-1/3}]^{3/5}, \quad (7)$$

где  $D$  – диаметр субапертуры;  $d$  – расстояние между центрами субапертур.

Применяемые в ряде работ (см. [20, 21]) формулы для оценки радиуса Фрида соответствуют измерениям G-наклонов. Для реализации дифференциального метода при этом используются измеренные наклоны в двух разнесенных субапертурах датчика Ш–Г. Оценка параметра Фрида производится по данным измерений дисперсии разности смещений изображений в двух разнесенных субапертурах датчика согласно формулам

$$\sigma_{\alpha_1-\alpha_2}^2 = 2\sigma_S^2 \left[ 1 - \frac{5}{9}(d/D)^{-1/3} \right],$$

$$\sigma_S^2 = 0,18 \left( \frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \left( \frac{\lambda}{D} \right)^2. \quad (8)$$

В [21] были выполнены оценки радиуса Фрида по данным измерений наклонов ВФ для трассовых экспериментов в атмосфере. Дифференциальный метод основан на измерении дисперсии дрожания изображения на двух субапертурах; расчетная формула –

$$\sigma_{l,t}^2 = K_{l,t} \lambda^2 D^{-1/3} r_0^{-5/3}, \quad (9)$$

где  $\sigma_{l,t}^2$  – дисперсия дрожания изображения в продольном и поперечном направлениях;  $K_{l,t}$  – коэффициенты, которые зависят от типа измеряемого наклона ВФ;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $r_0$  – параметр Фрида (радиус когерентности для плоской оптической волны), использующийся как величина, характеризующая среднюю оптическую турбулентность по трассе распространения оптического излучения.

В [21] было отмечено, что классический датчик ВФ Ш–Г измеряет G-наклоны. Поэтому в созданном авторами измерителе перпендикулярная и продольная составляющие дрожания определяются как

$$K_l = 0,340(1 - 0,570b^{-1/3} - 0,040b^{-7/3}), \quad (10)$$

$$K_t = 0,340(1 - 0,855b^{-1/3} - 0,030b^{-7/3}), \quad (11)$$

где коэффициент  $b = d/D$ .

Следует особо отметить работу [22], где были получены формулы для расчетов уровня турбулентности с применением различных датчиков, в том числе использующих некогерентные источники. По результатам расчетов [22] можно оценить правильность работы дифференциального измерителя турбулентности, основанного на использовании сигнала от датчика ВФ Ш–Г. Речь идет о корреляционном датчике Ш–Г, когда он работает в режиме дифференциального измерителя. При этом дифференциальную схему образуют несколько пар субапертур датчика Ш–Г с различным разнесением. Работа такого датчика эквивалентна следующей схеме наблюдения: на наклонной астрономической трассе имеется некогерентный протяженный источник излучения с некоторым угловым размером. Такими объектами, например, при наблюдении Солнца могут быть солнечная пара, солнечное пятно или край солнечного диска. Выделим в схеме датчика две взаимно разнесенные субапертуры. Для простоты анализа будем считать, что эти приемные субапертуры имеют гауссову форму, а турбулентность будем описывать колмогоровской моделью.

Известно, что дифференциальный измеритель фактически измеряет средний квадрат разности случайных смещений двух изображений, характеризующихся векторами смещения центра тяжести  $\rho'_1$  и  $\rho'_2$ , т.е. величину структурной функции случайных углов прихода  $D(\rho'_1, \rho'_2) = \langle [\rho'_1 - \rho'_2]^2 \rangle$ . В [22] для дисперсии разности  $\langle [\rho'_1 - \rho'_2]^2 \rangle$  было получено выражение

$$\langle [\rho'_1 - \rho'_2]^2 \rangle = 2^{13/6} A_0 \pi^2 \Gamma(1/6) F^2 \int_0^\infty dx' C_n^2(h_0 + x' \cos \theta) \times$$

$$\times (D^2 + \alpha_0^2 x'^2)^{-1/6} \left[ 1 - {}_1F_1 \left( 1/6, 1; -\frac{d^2}{2(D^2 + \alpha_0^2 x'^2)} \right) \right], \quad (12)$$

где  $A_0 = 0,033$ ;  $C_n^2(h)$  – вертикальный профиль структурного параметра показателя преломления,  $h$  – высота над подстилающей поверхностью;  $\theta$  – зенитный угол наблюдения;  $\alpha_0^2$  – угловой размер некогерентного источника излучения;  ${}_1F_1(1/6, 1; -x)$  – вырожденная гипергеометрическая функция Гаусса;  $\Gamma(1/6)$  – гамма-функция.

Выражение (12) можно проанализировать с точки зрения влияния углового размера некогерентно-

го протяженного источника на данные измерений, получаемые с помощью этого датчика. Чтобы максимально упростить анализ, рассмотрим случай вертикальных трасс ( $\theta = 0^\circ$ ), положим начальную высоту  $h_0 = 0$  и получим

$$\langle [\rho'_1 - \rho'_2]^2 \rangle = 2^{13/6} A_0 \pi^2 \Gamma(1/6) F^2 \int_0^\infty dh C_n^2(h) \times (D^2 + \alpha_0^2 h^2)^{-1/6} \left[ 1 - {}_1F_1 \left( 1/6, 1; -\frac{d^2}{2(D^2 + \alpha_0^2 h^2)} \right) \right]. \quad (13)$$

Для случая точечного опорного источника, когда  $\alpha_0 = 0$ , выражение (13) переходит в

$$\langle [\rho'_1 - \rho'_2]^2 \rangle = 2^{13/6} A_0 \pi^2 \Gamma(1/6) D^{-1/3} F^2 \times \int_0^\infty dh C_n^2(h) \left[ 1 - {}_1F_1 \left( 1/6, 1; -\frac{d^2}{2D^2} \right) \right]. \quad (14)$$

Для наиболее интересного случая, когда разность субапертур  $d > D$ , из (14) получаем

$$\langle [\rho'_1 - \rho'_2]^2 \rangle = 2^{13/6} A_0 \pi^2 \Gamma(1/6) D^{-1/3} \times F^2 \left[ 1 - \frac{2^{1/6}}{\Gamma\left(\frac{5}{6}\right)} \left(\frac{d}{D}\right)^{-1/3} \int_0^\infty dh C_n^2(h) \right]. \quad (15)$$

Выражение (15) практически совпадает с расчетами других авторов [12–19] и дает простую формулу для вычисления радиуса Фрида по данным измерений дрожания изображения на астрономических трассах.

В работе [20] при разработке дифференциального измерителя интегрального значения структурной постоянной показателя преломления при расчете была использована формула

$$\int C_n^2(l) dl = 0,191 \sigma_t^2 S^2, \text{ м}^{1/3}, \quad (16)$$

где  $\sigma_t^2$  – дисперсии разности измеряемых смещений двух изображений в направлении разности входных субапертур;  $S$  – угловой масштаб (размер) пикселя сенсора камеры, рад/пиксел (получается при калибровочных измерениях).

Параметры измерителя – диаметр субапертур и расстояние между их центрами – входят в коэффициент в правой части (16). Выражение (16) получено в предположении, что смещения каждого изображения вызваны средними по входным субапертурам наклонами ВФ падающего излучения, а взаимная корреляция угловых смещений двух изображений выражается через структурную функцию фазы падающего на измеритель излучения

$$D_\phi = 6,88(r/r_0)^{5/3}, \quad (17)$$

где  $r$  – расстояние между центрами входных субапертур.

Исходя из формул (8), (9), (13), (16), согласно [18, 19], для оценки параметра Фрида получим формулу

$$\langle [\rho'_1 - \rho'_2]^2 \rangle / F^2 = D(d)/F^2 \approx 0,36 \lambda^2 r_0^{-5/3} \times D^{-1/3} \left[ 1 - 0,56 \left(\frac{d}{D}\right)^{-1/3} \right], \quad (18)$$

при оценке наклонов G-типа из [21] имеем

$$D(\mathbf{R}, 0, 0)/F^2 \approx 0,34 \lambda^2 r_0^{-5/3} D^{-1/3} \left[ 1 - 0,57 \left(\frac{d}{D}\right)^{-1/3} \right], \quad (19)$$

а по данным [22]:

$$D(d)/F^2 \approx 0,39 \lambda^2 r_0^{-5/3} D^{-1/3} \left[ 1 - 0,63 \left(\frac{d}{D}\right)^{-1/3} \right]. \quad (20)$$

Как видно из сравнения формул (18)–(20), различные способы оценки дают практически одинаковые результаты для дисперсии случайных наклонов ВФ.

## Сопоставительные измерения уровня турбулентности

В настоящее время существует несколько достаточно развитых методов определения уровня турбулентности (структурной характеристики показателя преломления атмосферы  $C_n^2$ ), основанных на технике оптического зондирования (просвечивание атмосферной трассы), и пульсационных, основанных на измерении флуктуаций акустических волн [1–4]. Институт оптики атмосферы СО РАН развивает различные методы и методики определения параметров атмосферной турбулентности, прежде всего, с применением оптических волн.

При использовании различных инструментов всегда возникает вопрос о возможности пересчета одних данных измерений в другие для контроля точности и сопоставления результатов измерений. В этой связи в период весна – осень 2021 г. была одновременно измерена  $C_n^2$  в приземном слое атмосферы на короткой атмосферной трассе двумя различными оптическими измерителями. Один из них – дифференциальный измеритель турбулентности [20], использующий лазерную подсветку, – предназначен для высокоточного измерения уровня турбулентности. Он может применяться как для контроля текущих значений структурного параметра турбулентности атмосферы, так и для оценки влияния турбулентности на работу различных оптических устройств. Этот прибор позволяет определять уровень турбулентности на различных атмосферных трассах, в том числе с целью оценки пригодности атмосферной трассы для проведения оптических наблюдений.

Физические основы оптического метода, применяемого для дифференциального измерения параметров атмосферной турбулентности, подробно

изложены в [19, 20]. Дифференциальный измеритель турбулентности состоит из источника лазерного излучения, который устанавливается в начале атмосферной трассы, и приемного устройства на базе зеркально-линзового телескопа ТАЛ-200К в конце трассы (рис. 1).



Рис. 1. Приемное устройство дифференциального измерителя турбулентности

В качестве оптического приемника используется цифровая видеокамера Prosilica GE680, которая регистрирует распределение освещенности в плоскости изображения с частотой до 200 кадр/с. Оперативные вычисления параметра атмосферной турбулентности производятся на основе измерения угловых смещений центров тяжести каждого из двух изображений и вычисления дисперсии разности угловых смещений этих двух изображений, которые сформированы вертикальной парой входных субапертур. Такой способ позволяет исключить влияние инструментальных дрожаний изображения. Излучение лазерного источника при распространении в турбулентной среде подвергается случайным искажениям. Наклоны ВФ на входных субапертурах приводят к угловым смещениям центров тяжести дифракционных изображений лазерного источника в плоскости наименьшего изображения объектива телескопа. Основная метрологическая характеристика дифференциального измерителя турбулентности – угловой масштаб элемента ПЗС-матрицы видеокамеры, с помощью которой регистрируются угловые смещения изображений. Диапазон измеряемых значений структурной постоянной показателя преломления рассчитывался на основе теории распространения волн в атмосфере [2, 7].

В качестве второго способа применялся пассивный метод определения  $C_n^2$ , основанный на измерении дрожания изображения естественных объектов (или специальных объектов, представляющих собой контрастные двумерные картины) с использованием высокоскоростной цифровой видеокамеры, установленной на малом астрономическом телескопе, и алгоритмов обработки в реальном времени. Этот метод прошел апробацию ранее на трассе базового экспериментального комплекса ИОА СО РАН и показал свою эффективность в сравнении с ак-

тивным оптическим и акустическим методами [23]. Его основные преимущества – мобильность, оперативность в развертывании и проведении измерений. Физический принцип метода основан на зависимости дисперсии флуктуаций углов прихода  $\sigma_\gamma^2$  принимаемого оптического излучения от интенсивности атмосферной турбулентности  $C_n^2$ . Расчеты проводились согласно выражению [2, 7]:

$$C_n^2 = r_0^{-5/3} / (k^2 L) / 0,159, \quad (21)$$

где  $r_0 = (0,1447(2\pi/\lambda)^2 D^{1/3} \sigma_\gamma^2)^{-3/5}$ ;  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны естественного освещения;  $L$  – длина трассы.

Изображения естественных объектов формируются телескопом с входной апертурой диаметром 15 см и фокусным расстоянием 1,5 м. Монохромные кадры оцифровываются видеокамерой Allied GE-680 с частотой до 200 кадр/с. Углы прихода вычислялись по смещению изображения, регистрируемого цифровой камерой, которое измерялось методом корреляционного слежения. Усреднение данных происходит на скользящем интервале длительностью 60 с, шаг по времени – 1 с. Программное обеспечение было реализовано на системе разработки LabVIEW и частично на языке программирования Python 3.X.X.

Измерения выполнялись на горизонтальной однородной атмосферной трассе длиной 110 м, проходящей на высоте ~ 10 м над подстилающей поверхностью. На рис. 2 приведены временные развертки измеренных значений уровня турбулентности двумя методами – активным и пассивным.

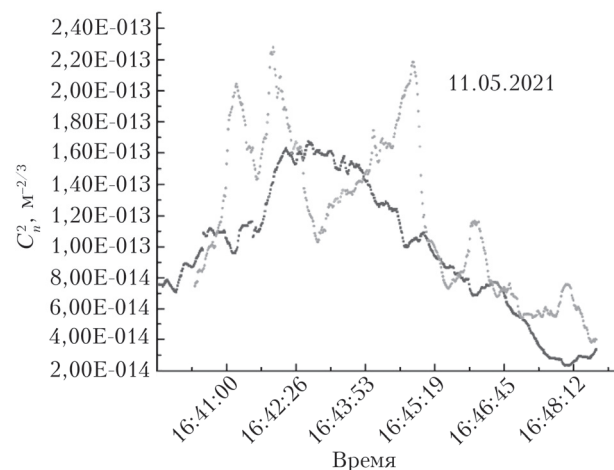


Рис. 2. Уровень турбулентности, одновременно измеренный двумя оптическими методами: 1 – с помощью дифференциального измерителя (черная кривая); 2 – пассивным оптическим методом (серая кривая)

Как показывают результаты [24], взаимная корреляция результатов довольно высока, хотя о полном совпадении говорить нельзя. Кроме того, одновременно двумя измерителями было обнаружено довольно сильное волнообразное изменение уровня турбулентности за короткое время наблюде-

ний (7 мин), обусловленное, возможно, появлением неколмогоровской турбулентности [24–33] в атмосфере.

## Проявление неколмогоровской турбулентности

Как показывают экспериментальные данные [26, 31–33], неколмогоровская турбулентность может появляться в условиях постоянного повторяющихся возмущений термодинамического состояния воздушного потока (или потока вязкой жидкости). Так, в условиях конвективного механизма генерации турбулентности появление неколмогоровской турбулентности может быть обусловлено наличием резкого контраста соседних участков подстилающей поверхности. Такая турбулентность может возникать над равнинами при антициклональной погоде и при слабом ветре. При этом характерно появление всплывающих термиков. Это состояние атмосферы практически постоянно генерирует появление когерентной турбулентности. Резкий, но низкочастотный контраст соседних участков подстилающей поверхности проявляется, например, вблизи крупных озер. Именно поэтому для размещения солнечных телескопов благоприятно соседство крупного озера, как в Саянской солнечной обсерватории СО РАН, где неподалеку находится оз. Хубсугул, или в Байкальской астрофизической обсерватории СО РАН (оз. Байкал) [32].

Для динамического канала генерации турбулентности фактором создания неколмогоровской турбулентности выступают крупные препятствия на пути развития ветрового потока. Поэтому сразу за препятствием всегда обнаруживается когерентная турбулентность [29, 31], в которой существует высокочастотный спад спектра в инерционном интервале масштабов. Возможен также механизм генерации когерентной структуры при наличии большого ветрового сдвига.

## Численное исследование возникновения и развития неколмогоровской турбулентности

Для рассмотрения процессов возникновения и развития неколмогоровской турбулентности на основе решений уравнений Навье–Стокса, т.е. исследования развивающихся в заданном объеме полей скорости, давления и температуры среды, необходимо решение краевых задач уравнений гидродинамики с адекватными физической задаче начальными и граничными условиями. Поскольку когерентная структура соответствует уединенному солитонному решению [30, 31] системы уравнений гидродинамики – уравнений Навье–Стокса, решение краевых задач позволит исследовать возникновение и эволюцию когерентных структур и, следовательно, неколмогоровской когерентной турбулентности. Поля скорости и давления в ламинарном и турбулент-

ном течении могут быть описаны функциями, которые являются решениями уравнений гидродинамики с определенными начальными и граничными условиями.

Практический интерес представляют решения некоторых тестовых краевых задач, иллюстрирующих процессы формирования неколмогоровской турбулентности в замкнутых объемах с нагретыми поверхностями как наиболее часто встречающийся случай возникновения турбулентности в замкнутом объеме. Это приближение к задаче описания конвективной турбулентности, возникающей в атмосфере в условиях антициклона при слабом ветре и при наличии на подстилающей поверхности участков с различными отражательными свойствами. Рассмотрим решения нескольких краевых задач с разнообразными конфигурациями нагрева поверхностей, которые поясняют процессы формирования турбулентности.

В такой постановке была решена первая гидродинамическая задача для замкнутого объема воздуха с одним нагретым пятном постоянной температуры на подстилающей поверхности [32]. При этом была сформулирована и решалась методом динамического моделирования краевая задача на основе граничных условий Дирихле. Решение искали в закрытом кубическом объеме с длиной грани 100 м, внутри которого находилась среда, подобная воздуху. Была задана температура  $T_0$  вдоль всех поверхностей объема. На основании куба имелось контрастное тепловое круглое пятно диаметром 20 м, перегретое на  $50^\circ$  по отношению к температуре всех поверхностей. На нижней поверхности объема было задано условие прилипания (скорости движения равны нулю), на верхней и боковых границах трение отсутствовало.

В результате решения краевой задачи была проанализирована картина движения среды в объеме в параметрах векторного поля скорости и скалярных полей температуры и давления. Как показали численные расчеты решения уравнений Навье–Стокса [31, 32], внутри закрытого кубического объема наблюдается эволюция когерентной структуры, развитие которой ограничено стенками этого объема. Когерентная структура представляет собой тороидальный упорядоченный вихрь. При этом линии тока теплого воздуха выходят вверх из нагретого пятна на поверхности, на некоторой высоте направление движения отклоняется от вертикального, а затем, закручиваясь, изменяется на противоположное, образуя поверхность тора. После полного оборота движение вновь становится вертикальным (линии тока входят в приосевую область тора над нагретым пятном). Сформированный тороидальный вихрь представляет собой некий аналог конвективной ячейки Рэлея–Бенара. На рис. 3 показан рассчитанный временной частотный спектр флуктуаций температуры в рассмотренном кубическом объеме в верхней точке объема. Как видно, теоретический спектр имеет  $8/3$ -степенное убывание в большей части инерционного интервала, что соответствует спектру для когерентной турбулентности.

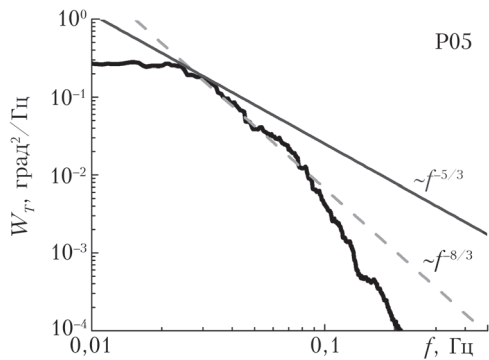


Рис. 3. Временной частотный спектр флуктуаций температуры (моделирование)

Следующим шагом стало решение системы уравнения Навье–Стокса при наличии на подстилающей поверхности радиационной пестроты, т.е. на нижней грани объема задавались множественные тепловые вариации. Моделирование тепловой пестроты было произведено путем разбиения всей подстилающей поверхности на смежные прямоугольные участки разных размеров с различной температурой [31, 32]. Каждый такой участок порождает свойственные ему когерентные структуры с характерными размерами и частотами главных вихрей. В результате численного решения поставленной задачи получена картина движения среды внутри объема. Результаты расчетов [31, 32] показали, что на начальных фазах эволюции движения среды над подстилающей поверхностью с тепловой пестротой возникают спиральные вихри. На последующих фазах происходит интенсивное перемешивание эволюционирующих спиральных вихрей. Наиболее сильное перемешивание наблюдается в верхней части рассматриваемого объема. В [31, 32] также показано, что спиральные линии тока можно рассматривать как линии тока вытянутых вдоль поверхности тороидальных вихрей. Это хорошо заметно из сравнения начальных стадий развития вихрей над поверхностями. В первой задаче наблюдалась структура движения, в которой присутствовали осесимметричные тороидальные вихри. При наличии тепловой пестроты возникали вытянутые тороидальные вихри от вытянутых прямоугольных нагретых участков. Как симметричные, так и вытянутые вдоль поверхности тороидальные вихри образуются под действием локальных термодинамических градиентов между смежными участками поверхности — разной температуры.

Такой набор тепловых неоднородностей, как показано в [30–32], обеспечивает появление в спектрах 5/3-инерционного интервала колмогоровской турбулентности. Спектральные данные наших расчетов подтверждают этот вывод: в спектре наблюдается сравнительно протяженный колмогоровский инерционный интервал с 5/3-степенной зависимостью (рис. 4).

Представленные численные решения краевых задач для уравнений Навье–Стокса демонстрируют переход энергии от малых масштабов (высоких частот) движения к большим масштабам. По срав-

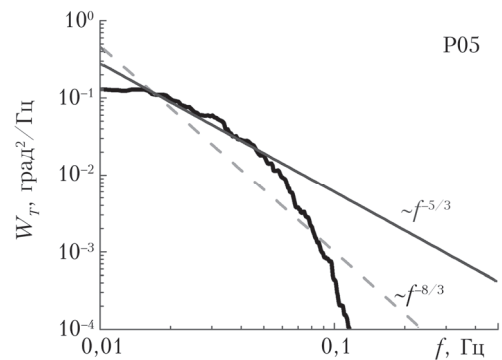


Рис. 4. Временной частотный спектр флуктуаций температуры

нению с колмогоровской для когерентной турбулентности характерен меньший вклад высоких частот в спектре, поэтому можно ожидать ослабления фазовых флуктуаций оптического излучения.

В настоящее время приближенную структуру течений среды внутри одной когерентной структуры можно считать известной [32]. Неизвестно обычно пространственное распределение когерентных структур по размерам в изучаемом географическом регионе. Зная конкретный состав и сочетание размеров когерентных структур, после построения приближенной картины воздушных течений в пограничном слое можно говорить о локальной структуре атмосферной турбулентности в регионе. Наиболее просто картина течений строится при обнаружении области когерентной турбулентности. Тогда учет типа подстилающего рельефа, типа солнечной активности (зависящей от времени суток, типа облачности и других метеопараметров), скорости и направления среднего ветра, а также характерных частот микрометеорологического интервала спектра позволяет установить радиус и направление вращения наиболее крупного энергонесущего вихря в пограничном слое. На основе анализа спектров турбулентности рассчитываются эффективные внешние масштабы турбулентности для каждой из наиболее типичных когерентных структур, наблюдаемых в изучаемом географическом регионе.

## Параметризация неколмогоровских моделей спектра турбулентности

Чтобы грамотно сопоставить результаты измерения уровня турбулентности оптическими измерителями, нужна корректная параметризация моделей спектров турбулентности. В [27, 34] были предложены подходы к этому. Для модели энергетического спектра флуктуаций показателя преломления с произвольным степенным наклоном в области инерционного интервала, т.е. когда внутренний масштаб турбулентности стремится к нулю, а внешний масштаб стремится к бесконечности, можно записать выражение

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{\Gamma(\alpha-1)\cos(\alpha\pi/2)}{4\pi^2} C_n^2(\alpha)\kappa^{-\alpha}, \quad (22)$$

где  $\alpha$  – параметр модели;  $C_n^2(\alpha)$  – структурная постоянная показателя преломления среды, которая имеет размерность  $m^{3-\alpha}$  и представляет собой среднюю разность флуктуаций показателя преломления среды на разное в 1 м.

Спектру (22) соответствует структурная функция показателя преломления, которая вычисляется по формуле

$$D_n(\mathbf{R}) = 2 \iint d^3\kappa \Phi_n(\kappa) [1 - \cos(\kappa\mathbf{R})] = 8\pi \int_0^\infty d\kappa \kappa^2 \Phi_n(\kappa) \left[ 1 - \frac{\sin \kappa R}{\kappa R} \right]. \quad (23)$$

Последнее выражение можно параметризовать, приведя к общему виду

$$D_n(r) = C_n^2(\alpha) r^{\alpha-3}. \quad (24)$$

В (23) использована изотропная модель спектра. Далее сопоставим эти выражения для двух наиболее характерных моделей: для колмогоровской, когда  $\alpha = 11/3$ , и для когерентной, когда  $\alpha = 14/3$ . Это впервые было сделано в наших работах [30, 31, 34], а также в работе Чарноцко-го М.И. [27]:

для колмогоровской модели из (22) и (24) при  $\alpha = 11/3$  имеем

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{\Gamma(5/3) \cos(11\pi/6)}{4\pi^2} C_n^2(11/3) \kappa^{-11/3}, \\ D_n(r) = C_n^2(11/3) r^{2/3};$$

для когерентной турбулентности

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{\Gamma(11/3) \cos(\pi/3)}{4\pi^2} C_n^2(14/3) \kappa^{-14/3}, \\ D_n(r) = C_n^2(14/3) r^{5/3}.$$

В нашей работе [34] была рассчитана связь между величинами  $C_n^2(11/3)$  и  $C_n^2(14/3)$ . Следует отметить, что для этого уже необходимо использовать модель турбулентности, учитывающую конечность внешнего масштаба турбулентности.

Эти особенности спектра когерентной (неколмогоровской) турбулентности по-новому ставят задачу по разработке оптического метода (и соответствующей методики) дистанционного определения наличия в атмосфере когерентной турбулентности. Датчики ВФ должны обеспечивать работу в условиях возможного перехода от колмогоровской к неколмогоровской турбулентности атмосферы.

### Датчик волнового фронта, работающий в условиях переменной турбулентности

С целью дальнейшего развития оптических инструментов, обеспечивающих высокоточные измерения уровня турбулентности в атмосфере, предпола-

гается использовать ранее разработанный [21, 23] датчик ВФ Ш–Г на базе видеокамеры Prosilica GX и набора сменных дифракционных микрорастров. Для обеспечения работы датчика в широком диапазоне уровней турбулентности предусмотрена возможность замены микрорастров с фокусным расстоянием от 5 до 21 мм и переменным числом микролинз  $8 \times 8$ ,  $16 \times 16$ ,  $32 \times 32$ . В результате параметры датчика обеспечивают измерения аберраций ВФ от наилучших ( $r_0 \approx 70$  мм) до наихудших ( $r_0 = 10$ – $15$  мм). Чтобы смена микрорастров могла проходить оперативно, они размещаются в специальных самоцентрируемых цилиндрах-капсулях.

Эта разработка может быть использована для создания дистанционного оптического измерителя, работающего по оптическому сигналу от внеатмосферного источника – звезда, край солнечного диска. Он даст возможность создать измерительную систему, позволяющую в дневных и ночных условиях детектировать наличие турбулентных слоев в атмосфере, а также выявлять неколмогоровскую турбулентность в атмосфере. Для этой цели при реализации программы по обнаружению неколмогоровской турбулентности на атмосферных трассах планируется создание двух одноканальных макетов измерителей дрожания изображения, работающих по сигналам от двух разных оптических источников в схеме с пересекающимися линиями визирования [4, 35]. Это позволит получать данные по турбулентности для наклонных трасс на разных высотах над подстилающей поверхностью. Наличие в атмосфере неколмогоровской турбулентности можно будет определять по особенностям поведения дисперсии дрожания изображения, фиксируемым в каждом из каналов, а используя сигналы по двум каналам, по взаимной корреляции дрожания можно идентифицировать высоту слоя.

### Заключение

Оценка величины наклона волнового фронта светового поля остается актуальной темой современных исследований как в области оптики атмосферы, так и адаптивной оптики. Это связано с тем, что практически любые измерения фазы ВФ в оптике начинаются с измерения наклона ВФ. В работе проанализированы наиболее востребованные методы измерения наклонов ВФ, которые можно разделить на два типа: измерения наклона ВФ как нормали к плоскости анализируемого ВФ и как нормали к среднему значению от всех измеренных локальных градиентов фазы ВФ. Были суммированы результаты измерений среднего по трассе распространения оптической волны уровня турбулентности с использованием различных методик расчета дифференциального сигнала. Разные методы измерения дифференциального угла наклона ВФ дают практически одинаковые значения радиуса Фрида при согласовании параметров датчика, которое выполняется на основе выводов теории распространения волн в случайно-неоднородных средах. Это подтверждено в работе путем



сопоставления результатов синхронных измерений уровня турбулентности на атмосферной трассе длиной 110 м двумя оптическими методами.

Важной проблемой, затронутой в статье, является изучение особенностей работы фазовых систем в условиях проявления неколмогоровской турбулентности. На основе решения системы уравнений Навье—Стокса, описывающих динамику движения вязкой жидкости (или газа), показано возникновение неколмогоровской (когерентной) турбулентности в модельных условиях, соответствующих антициклональной погоде в атмосфере при малых скоростях ветра. Созданный в процессе исследований математический аппарат позволяет рассчитывать временной спектр флуктуаций температуры в различных точках исследуемого объема. Результаты иллюстрируют процесс переноса энергии в потоке от малых неоднородностей к крупным. Именно обратный поток энергии и формирует новые когерентные структуры. Параметризация колмогоровской и неколмогоровской моделей позволяет сопоставить аналитические выражения для измеряемых в экспериментах статистических характеристик оптических волн, распространяющихся в турбулентной атмосфере.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИОА СО РАН и частично поддержана ГК «Росатом» (по НИР «Численное исследование процессов возникновения и развития неколмогоровской турбулентности на основе решений уравнений Навье—Стокса») в рамках научной программы Национального центра физики и математики.

1. Татарский В.И. Адаптивные системы и когерентность // Изв. вузов. Радиофиз. 1981. Т. 24, № 7. С. 861–883.
2. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М: Наука. 1976. 277 с.
3. Гурвич А.С., Калистратова М.А. Экспериментальные исследования флуктуаций углов прихода света в условиях сильных флуктуаций интенсивности // Изв. вузов. Радиофиз. 1968. Т. 11, № 1. С. 66–77.
4. Миронов В.Л., Носов В.В. Случайные смещения изображения в фокусе телескопа при локации в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1977. Т. 20, № 10. С. 1530–1533.
5. Фрид Д. Гетеродинный прием оптического сигнала при атмосферных искажениях волнового фронта // ТИИЭР. 1967. № 1. С. 62–72.
6. Гельфер Э.И., Кон А.И., Черемухин А.Н. Измерение корреляции «блуждания» световых центров тяжести пространственно ограниченных пучков в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1973. Т. 16, № 2. С. 723–731.
7. Кон А.И., Миронов В.Л., Носов В.В. Флуктуации центров тяжести световых пучков в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1974. Т. 17, № 10. С. 1501–1511.
8. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 248 с.
9. Noll R.J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence // J. Opt. Soc. Am. 1976. V. 66, N 3. P. 207–211.
10. Лукин В.П., Емалеев О.Н. Коррекция угловых смещений оптических пучков // Квант. электрон. 1982. Т. 9, № 11. С. 2264–2271.
11. Слободян С.М., Галахов В.Н., Сазанович В.М. Устройство для измерения угловых флуктуаций оптического пучка // ПТЭ. 1980. Т. 27, № 9. С. 192–194.
12. Кравцов Ю.А., Саичев А.И. Эффекты двукратного прохождения волн в случайно-неоднородных средах // Успехи физ. наук. 1982. Т. 137, вып. 3. С. 501–521.
13. LeMaster D.A., Hardie R.C., Gladysz S., Howard M.D., Rucci M.A., Trippel M.E., Power J.D., Karch B.K. Differential tilt variance effects of turbulence in imagery: Comparing simulation with theory // Proc. SPIE. 2016. V. 9846. DOI: 10.1117/12.2223470.
14. Gladysz S., Segel M., Eisele C., Barros R., Sucher E. Estimation of turbulence strength, anisotropy, outer scale and spectral slope from an LED array // Proc. SPIE. 2015. V. 9614. 961402 (4 September 2015). DOI: 10.1117/12.2191287.
15. Power J.D., LeMaster D.A., Droege D.R., Gladysz S., Bose-Pillai S. Simulation of anisoplanatic imaging through optical turbulence using numerical wave propagation with new validation analysis // Opt. Eng. 2017. V. 56, N 7. P. 071502.
16. Gladysz S. Absolute and differential G-tilt in turbulence: Theory and applications // Proc. SPIE. 2016. V. 10002. P. 100020F.
17. Gladysz S., Filimonov G., Kolosov V. Validation of tilt anisoplanatism models through simulation // Imag. Appl. Opt. 2018. DOI: 10.1364/PCAO.2018.PW3H.2.
18. Tokovinin A. From differential image motion to seeing // PASP. 2002. V. 114. P. 1156–1166.
19. Sarazin M., Roddier F. The ESO differential image motion monitor // Astron. Astrophys. 1990. V. 227. P. 294–300.
20. Антошкин Л.В., Ботыгина Н.Н., Емалеев О.Н., Лукин В.П., Лавринова Л.Н. Дифференциальный оптический измеритель параметров атмосферной турбулентности // Оптика атмосфер. и океана. 1998. Т. 11, № 11. С. 1219–1223.
21. Большасова Л.А., Грицута А.Н., Копылов Е.А., Лавринов В.В., Лукин В.П., Селин А.А., Соин Е.Л. Измеритель оптической турбулентности на основе датчика волнового фронта Шэка—Гартмана // Опт. журн. 2019. Т. 86, № 7. С. 42–47.
22. Лукин В.П., Носов В.В. Измерение дрожания изображения протяженного некогерентного источника излучения // Квант. электрон. 2017. Т. 47, № 6. С. 580–588.
23. Коняев П.А., Ботыгина Н.Н., Антошкин Л.В., Емалеев О.Н., Лукин В.П. Об измерении структурной характеристики показателя преломления атмосферы пассивными оптическими методами // Оптика атмосфер. и океана. 2015. Т. 28, № 8. С. 738–741; Konyayev P.A., Botygina N.N., Antoshkin L.V., Emaleev O.N., Lukin V.P. Passive optical methods in measurement of the structure parameter of the air refractive index // Atmos. Ocean. Opt. 2015. V. 28, N 6. P. 522–525.
24. Toselli I., Andrews L.C., Phillips R.L. Free space optical system performance for laser beam propagation through non Kolmogorov turbulence // Proc. SPIE. 2007. V. 6457. DOI: 10.1117/12.698707.
25. Toselli I., Andrews L.C., Phillips R.L., Ferrero V. Angle of arrival fluctuations for free space laser beam propagation in non Kolmogorov turbulence // Proc. SPIE. 2007. V. 6551. DOI: 10.1117/12.719033.
26. Zilberman A., Golbraikh E., Kopeika N.S. Lidar studies of aerosol and non Kolmogorov turbulence in the mediterranean troposphere // Proc. SPIE. 2005. V. 5987. DOI: 10.1117/12.629687.

27. *Charnotskii M.I.* Wave propagation in random media with spectral exponent outside the (3, 4) range // Workshop on Non-Kolmogorov Turbulence and Associated Phenomena Fraunhofer IOSB, Ettlingen, 1–3.07.2019.
28. *Cui L., Xue B., Zhou F.* Generalized anisotropic turbulence spectra and application in the optical waves propagation through anisotropic turbulence // *Opt. Express*. 2015. V. 23. P. 30088–30103.
29. *Korotkova O., Toselli I.* Non-classic atmospheric optical turbulence: Review // *Appl. Sci.* 2021. V. 11. P. 8487.
30. *Lukin V.P., Bol'basova L.A., Nosov V.V.* Comparison of Kolmogorov's and coherent turbulence // *Appl. Opt.* 2014. V. 53. P. B231–B236.
31. *Lukin V.P., Nosov E.V., Nosov V.V., Torgaev A.V.* Causes of non-Kolmogorov turbulence in the atmosphere // *Appl. Opt.* 2016. V. 55. P. B163–B168.
32. *Носов В.В., Лукин В.П., Носов Е.В., Торгаев А.В.* Моделирование когерентных структур (топологических солитонов) в закрытых помещениях путем численного решения уравнений гидродинамики // *Оптика атмосферы и океана*. 2015. Т. 28, № 2. С. 120–133.
33. *Лукин В.П., Ботыгина Н.Н., Емалеев О.Н., Лавринов В.В.* Особенности адаптивной фазовой коррекции искажений оптических волн в условиях проявления «сильных» флуктуаций интенсивности // *Квант. электрон.* 2020. Т. 50, № 9. С. 866–875.
34. *Лукин В.П., Носов В.В., Носов Е.В., Торгаев А.В.* О влиянии масштабов атмосферной турбулентности // *Успехи современного естествознания*. 2015. № 1. Часть 7. С. 1179–1183.
35. *Носов В.В., Лукин В.П., Носов Е.В., Торгаев А.В.* Метод измерений профиля атмосферной турбулентности по наблюдениям лазерных опорных звезд // *Оптика атмосф. и океана*. 2016. Т. 29, № 8. С. 658–665; *Nosov V.V., Lukin V.P., Nosov E.V., Torgaev A.V.* Method for atmospheric turbulence profile measurement from observation of laser guide stars // *Atmos. Ocean. Opt.* 2017. V. 30, N 2. P. 176–183.

*P.A. Konyayev, V.P. Lukin, V.V. Nosov, E.V. Nosov, E.L. Soin, A.V. Torgaev.* **Comparative measurements of atmospheric turbulence parameters by optical methods.**

Different methods for measuring random wavefront tilts are considered. Possibilities of measuring the Fried parameter by the differential method in turbulence sensing and adaptive optics problems are determined. Comparative measurements of the level of turbulence along a horizontal path were carried out by two optical methods: (1) with a differential turbulence meter and (2) a passive method based on image jitter measurements with a high-speed digital video camera mounted at a small astronomical telescope and real-time processing algorithms. Possible differences in the measurement results are discussed. Patterns of the evolution of the convective motion of a medium inside a volume are derived in terms of the velocity field and scalar temperature and pressure fields on the basis of numerical solution of the system of Navier–Stokes equations. Ways of developing a wavefront sensor which ensures high-precision phase measurements in both Kolmogorov and non-Kolmogorov turbulence are suggested.