

УДК 539

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В ПОРОДНОМ МАССИВЕ
ВОКРУГ ВЫРАБОТОК ГЛУБОКОГО ЗАЛЕГАНИЯ**

**Ци Чэнчжи¹, Ч. Хаосян², А. И. Чанышев^{3,4},
Ци Цилинь¹, У Вэй⁵**

¹Пекинский университет гражданского проектирования и архитектуры,
E-mail: qichengzhi65@163.com, 100044, г. Пекин, Китай,

²Институт оборонного проектирования, PLA Университет науки и технологий,
210007, г. Нанкин, Китай

³Новосибирский государственный университет экономики и управления
ул. Каменская, 56, 630099, г. Новосибирск, Россия

⁴Институт горного дела им Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: a.i.chanyshev@gmail.com
Красный проспект 54, 630091, г. Новосибирск, Россия

⁵Университет естественных и биологических наук, г. Вена, Австрия

На основе теории непрерывного фазового перехода изучены деформационные волны в породном массиве вокруг выработок глубокого залегания. В качестве регулирующего параметра взята относительная деформация сдвига. Выражение для потенциальной энергии совпадает по виду с расширением свободной энергии Гинзбурга–Ландау. Для получения уравнения движения, приемлемого для моделирования деформационной волны, использован вариационный принцип Гамильтона. Результаты вычислений разных типов волн подтверждают эффективность предложенной имитационной модели.

Деформационная волна, непрерывный фазовый переход, потенциальная энергия Гинзбурга–Ландау, вариационный принцип Гамильтона

DOI: 10.15372/FTPRI20170607

В 70–80 гг. прошлого века появилась публикация о формировании дискретной зоны трещиноватости в породном массиве впереди поверхности груди забоя [1]. Зональную дезинтеграцию в породном массиве вблизи выработок глубокого залегания наблюдали в полевых условиях и подтверждали лабораторно [2]. Картина этого явления связана с наличием трещиноватости в отдельных зонах породного массива, перемежающихся с менее трещиноватыми зонами за контуром выработки, и представлена на рис. 1 (по В. Н. Опарину).

Исследование выполнено при финансовой поддержке Национального фонда естественных наук Китая (NSFC проект № 51478027, 51774018), “973” Генеральной государственной научно-исследовательской программы (проект № 2015CB0578005), Научного фонда творческих научно-исследовательских коллективов Национального фонда естественных наук Китая (NSFC проект № 51021001).

Теоретические и экспериментальные исследования [3–12] предприняты с целью изучения природы данного явления. Существовало мнение, что оно — результат дезинтеграции породного массива в направлении максимального тангенциального компрессионного напряжения при малых значениях бокового сжатия [4, 5]. В процессе трещинообразования при перераспределении напряжений в породном массиве образуются “ложные” контуры. Расщепление продолжается вглубь массива пород до момента, за которым процесс прекращается.

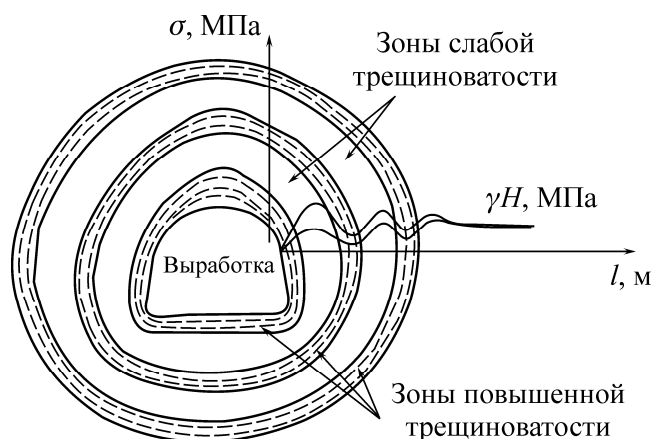


Рис. 1. Зональная дезинтеграция вокруг выработки глубокого залегания (по В. Н. Опарину)

В [8, 9] зональная дезинтеграция изучалась на основе математической модели запредельного деформирования горных пород. Доказано, что когда значение модуля спада приближается к значению упругого объемного модуля породного массива, одна из четырех развивающихся систем скольжения повторяет форму контура выработки и представляет зональную дезинтеграцию. В [10, 11] для моделирования зональной дезинтеграции использован метод неевклидовой геометрии. Здесь на основе теории термодинамики необратимых процессов получено уравнение для параметра несовместности деформации R тензора смещений Римана–Кристоффеля, определены квазипериодические решения для R и напряжения в радиальном направлении вблизи выработки глубокого залегания. Важно отметить, что эта модель — модель упругости с дефектами без учета пластических деформаций.

Авторы данной статьи изучали зональную дезинтеграцию на основе модели непрерывного фазового перехода [12] и с помощью термодинамики необратимых процессов, в которой относительная деформация сдвига уже принималась в качестве управляющего параметра. Получено распределение энергии необратимых деформаций породного массива за контуром горной выработки. Изучен временной процесс локализации деформации (зональной дезинтеграции) в породном массиве вблизи выработки глубокого залегания без моделирования явления деформационной волны. В [13] разработана градиентная деформационная модель для описания зональной дезинтеграции породного массива вблизи глубокозалегавшей горной выработки и установлено влияние на этот процесс исходного гидростатического давления, модуля спада, масштаба длины, градиентозависимого параметра упругости, коэффициента поперечной деформации, отношения коэффициента Пуассона на характеристики зональной дезинтеграции. Однако эта модель является статической и неприемлема для моделирования деформационной волны. Наша цель — описание указанных волн.

Известно, что горные породы обладают реологическими свойствами, т. е. их поведение в напряженном и деформационном состоянии зависит от времени. Реологические свойства горных пород влияют на прочность и деформацию глубоких горных выработок. Под большой

глубиной проходки выработки понимается такая глубина, при которой исходное геостатическое давление сравнимо с прочностью породного массива при одноосном сжатии [2]. В этом случае возможно формирование двух систем плоскостей скольжения с максимальными касательными напряжениями, которые способны разделить породный массив на блоки с образованием таких динамических событий, как горные удары. Наглядным примером может служить деформация и разрушение породного массива вблизи горных выработок на руднике Артем (Дальний Восток, Россия) [14, 15]. Диаметр выработки составляет здесь приблизительно 4.8 м. Породный массив вокруг выработки сложен в основном из аргиллита и угля. Мощность покрывающих пород равна 200–250 м. Прочность при одноосном сжатии — величина порядка 8 МПа для аргиллита и 15 МПа для угля. Отсюда видно, что напряжение вблизи выработки почти совпадает со значением прочности породного массива. Согласно результатам наблюдений [15], выделяются две стадии развития зональной дезинтеграции, а именно: формирование зональной дезинтеграции и волновое распространение деформаций в радиальном направлении.

На первой стадии контракционная зона формируется рядом с контуром выработки, за которой следует кольцевая дилатационная зона. Контракционная и дилатационная зоны продолжают развиваться. Обычно зональная дезинтеграция образуется сразу после выемки, ее рост продолжается приблизительно 2–3 мес. На второй стадии спонтанные деформационные волны распространяются от контракционной зоны вблизи контура выработки вглубь породного массива со скоростью 0.7–1.1 м/сут. По наблюдениям [15] зональная дезинтеграция и деформационная волна непрерывно чередуются в массиве пород.

На рис. 2 показано распространение деформационной волны в течение первых трех дней после выемки [14], где ε_V — объемная деформация, определяемая путем измерения радиального смещения с использованием геометрического уравнения для расчета объемной деформации [16]. Зональная дезинтеграция и распространение деформационной волны перемежаются и продолжают в течение приблизительно 5 лет после выемки. При повторной выемке установлена интенсивная трещиноватость в диапазоне 8 м от выработки.

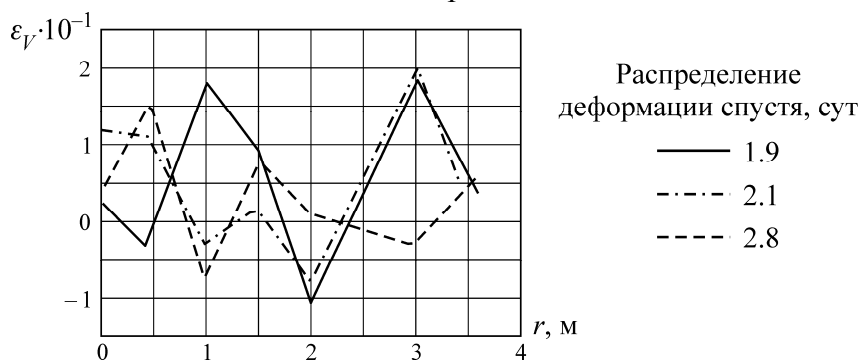


Рис. 2. Распространение деформационной волны в радиальном направлении [15]

Как отмечено в [15], характер локализованных зон зависит от устойчивости горной породы. В крепкой породе формируется кольцевая зональная структура, в слабой породе контракционная и дилатационная зоны перемежаются с сопутствующим распространением фронта волны трещиноватости; в сильно нарушенном горном массиве распространение волны трещинообразования сопровождается выемочной операцией. Скорость волны трещинообразования зависит от свойств горной породы: в устойчивой породе с несколькими трещинами она равна 1.5–2 м/сут, в интенсивно трещиноватом породном массиве может достигнуть 8–10 м/сут.

Медленную деформационную волну наблюдали на никелевом руднике Jinchuan и железорудном руднике Zhangjiawa (Китай) [17]. В периоды 1980–1985 и 1992–1997 гг. коллектив под руководством профессора Zulie Fang измерял механическое поведение породного массива вокруг выработок глубокого залегания на никелевом руднике Jinchuan и железорудном руднике Zhangjiawa [17]. Обычно глубина буровых скважин составляет 12 м, максимум — 21 м. Результаты измерений обнаружили странное явление: деформации растяжения и сжатия перемежались вдоль длины скважины и затухали с ростом глубины (рис. 3). Первая зона растяжения располагалась в интервале 1–2.5 м, вторая — в интервале 6–9 м. Обычно при 21-метровой глубине измерений имеются 3–4 зоны растяжения. В зонах растяжения угол внутреннего трения и сцепление существенно уменьшаются. Помимо этого, как показано на рис. 3, распределение деформации изменяется во времени. Зоны растяжения трансформируются в компрессионные зоны, и наоборот. Следовательно, процесс временной деформации представляет собой медленный волновой процесс. Это явление было зарегистрировано как типичное на более чем 100 скважинах.

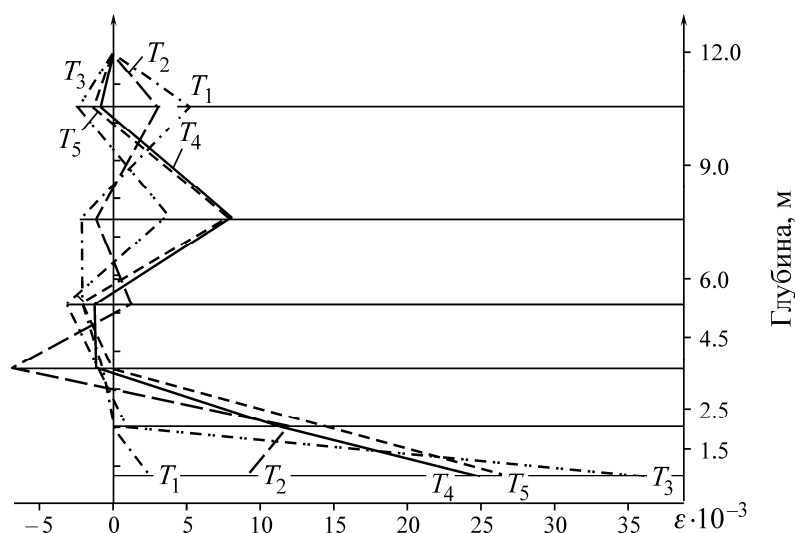


Рис. 3. Изменение деформации горной породы в 12-метровом интервале по глубине относительно времени [17]: $T_1 = 10$ сут, $T_2 = 20$, $T_3 = 30$, $T_4 = 40$, $T_5 = 60$ сут

Лабораторные эксперименты на щелочно-галоидных кристаллах (NaCl, KCl, LiF), мраморе, песчанике, сильвините указывают на наличие медленной деформационной волны [18, 19]. Согласно экспериментам, в стадии деформационного упрочнения скорость распространения деформационной волны пропорциональна модулю упрочнения и составляет приблизительно $(2 \div 9) \cdot 10^{-5}$ м/с, что очень близко к скорости распространения медленных волн в земной коре.

Следует отметить, что распространение медленных деформационных волн — обычное природное явление. К ним относятся волна тектонических напряжений [20, 21], миграция корковой деформации [22], волны маятникового типа [23, 24], сбросовые деформационные волны [25, 26], медленные деформационные волны в породном массиве [27–30], медленные волны вращения в геосреде, состоящей из вращающихся блоков [31, 32]. В [20] уравнением диффузионного типа описано распространение деформации в среде; в [29] модель Эльзассера использована для моделирования миграции деформации и сейсмичности, в [21] модель Эльзассера расширена для случая изгиба и сжатия слоя земли, перемещающегося над астеносферным потоком, и получена строгая математическая теория, согласно которой тектоническое напряжение распространяется в виде единичных волн с энергетической подпиткой от стационарного асте-

носферного потока для компенсации потерь на внутреннее трение. В [24] одномерная блочная цепная модель построена для моделирования волн маятникового типа, в [26] скачкообразная (прерывистая) модель предложена для описания деформационной волны, в [28] в рамках модели Френкеля–Конторовой выполнено моделирование деформационных волн, землетрясений, медленных землетрясений, дополнительных скольжений; в [33] модифицированная модель Burridge–Knopoff использована для описания динамики сбросовых смещений.

В данной работе предложен новый подход к моделированию деформационной волны. Распространение деформационных волн рассмотрено вблизи выработок глубокого залегания на базе модели непрерывного фазового перехода в рамках лагранжева формализма. Относительная деформация сдвига взята в качестве параметра порядка. Потенциальная энергия получена по аналогии с расширением Гинзбурга–Ландау для свободной энергии. Вариационный принцип Гамильтона использован для получения уравнения движения, приемлемого для моделирования нескольких типов деформационных волн. Утверждается, что на основе этого подхода возможно моделировать различные деформационные волны.

ПРИЗНАКИ ДЕФОРМАЦИИ ГОРНЫХ ПОРОД

Трехосные и одноосные испытания породных образцов подтверждают, что горная порода может демонстрировать запредельное деформирование, когда сопротивление падает с ростом деформации за счет ее локализации. Пластическая деформация обычно рассматривается как локализованная деформация, выраженная в виде полос сдвига вблизи направления максимального сдвига. Зависимость максимального напряжения сдвига T от максимальной деформации сдвига Γ содержит базовую информацию о деформации и трещиноватости породного массива.

На рис. 4а показана типичная зависимость между максимальным касательным напряжением T (кривая 1), дилатацией θ (кривая 2) и деформацией максимального сдвига Γ при одноосном сжатии [34]. Стадия упрочнения следует за стадией упругости ($\Gamma < \Gamma_e$, $T < T_e$), а стадия запредельного деформирования начинается в точке $\Gamma = \Gamma_0$, $T = T_0$. Полное разрушение горной породы происходит тогда, когда деформация сдвига доходит до критического значения Γ . Дилатация горной породы сначала снижается до предела упругости, затем начинает расти и становится равной нулю при достижении нагрузкой предела прочности. Абсолютный рост дилатации приходится на диапазон вне предела прочности. На рис. 4б представлен кинетический процесс формирования трещины [34], где N/N_{\max} — отношение образующегося количества трещин к максимальному их количеству при разрушении с ростом относительного сдвига.

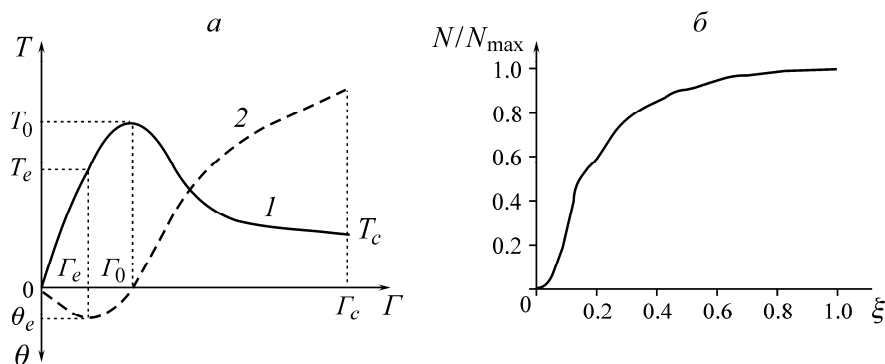


Рис. 4. Кривая напряжение–деформация для горных пород (а) и зависимость N/N_{\max} от $\xi = \Gamma/\Gamma_c$ (б)

Параметр N/N_{\max} можно рассматривать как параметр поврежденности ω . В диапазоне упругости рост ω незначительный, но он быстро увеличивается, когда деформация достигает стадии пластичности. Область пластических деформаций также характеризуется выраженной дилатацией, сопровождаемой разупрочнением и формированием плоскостей трещин. Параметр поврежденности ω резко возрастает вне предела прочности и по значению приближается к 1 при существенной деформации сдвига. На рис. 4а точка минимума кривой объемной деформации указывает на то, что отсюда “стартует” кинетический процесс трещинообразования как непрерывный процесс фазового перехода. Это утверждение позволяет использовать теорию непрерывного фазового перехода для изучения развития зональной дезинтеграции горных пород вблизи глубоких выработок глубокого залегания. Следует подчеркнуть, что в данной работе фазовый переход — это не переход от твердого к жидкому состоянию или из жидкого состояния в газообразное, а непрерывный фазовый переход от ненарушенного состояния в разрушенное — без скачков в непрерывном процессе увеличения трещинообразования горной породы.

Модель непрерывного фазового перехода имеет общие свойства с макроскопической эволюционной системой в нелинейной стадии и не учитывает микроскопические детали эволюционного процесса. В связи со сложностью протекания процесса деформации и разрушения горной породы на нелинейной стадии удобно сначала установить модель непрерывного фазового перехода для описания медленного волнового процесса, а затем разработать его механическую модель.

Необходимо также упомянуть, что тангенциальное напряжение доминирует в породе вблизи свободной стенки выработки, при этом радиальное напряжение низкое. Это напряжение слабо влияет на зависимость “максимальное касательное напряжение – деформация максимального сдвига”. Следовательно, в данном случае применима кривая “напряжение – деформация” на рис. 4а.

ФУНКЦИЯ ЛАГРАНЖА ДЛЯ ГОРНЫХ ПОРОД НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

По аналогии с теорией непрерывного фазового перехода для плоской задачи введем безразмерный параметр ψ для описания необратимой деформации:

$$\psi = \frac{\Gamma - \Gamma_e}{\Gamma_c - \Gamma_e}. \quad (1)$$

Поведение горных пород достаточно сложное на разных уровнях с соответствующими структурными поверхностями. Последние представляют собой участки концентрации деформации и трещинообразования. Они способствуют росту тех и других. Пластическая деформация сопровождается рассеянием энергии и формированием диссипативных структур [35]. Выберем ψ в качестве управляющего параметра [36]. Рассматриваем горную породу как статически консервативную систему, суммарная энергия которой равна ее потенциальной энергии H .

Предположим, что равновесное состояние соответствует минимальному значению H : $\nabla H = 0$, а функция H имеет вид [36]:

$$H = V_0 + V_1\psi + \frac{1}{2}V_2\psi^2 + \frac{1}{4}V_4\psi^4 + \frac{1}{6}V_6\psi^6 + \dots, \quad (2)$$

где $V_0, V_1, V_2, V_4, V_6, \dots$ — коэффициенты.

При $\psi = 0$ система находится в равновесном состоянии, функция (2) должна удовлетворять условию

$$\frac{dH}{d\psi} = [V_1 + V_2\psi + V_4\psi^3 + V_6\psi^5 \dots]_{\psi=0} = 0. \quad (3)$$

Отсюда $V_1 = 0$. Без ущерба универсальности можно допустить, что и $V_0 = 0$.

Тогда потенциальная функция ψ запишется как

$$H = \frac{1}{2}V_2\psi^2 + \frac{1}{4}V_4\psi^4 + \frac{1}{6}V_6\psi^6 + \dots \quad (4)$$

Из (4) находим касательное напряжение $T - T_e$ [37]:

$$T - T_e = \frac{\partial H}{\partial(\Gamma - \Gamma_e)} = \frac{\partial H}{\partial\psi} \frac{\partial\psi}{\partial(\Gamma - \Gamma_e)} = (V_2\psi + V_4\psi^3 + V_6\psi^5 + \dots) \frac{1}{\Gamma_c - \Gamma_e}.$$

Определим относительное напряжение сдвига

$$\tau = \frac{T - T_e}{T_e}, \quad (5)$$

тогда

$$\tau = \frac{T - T_e}{T_e} = \frac{1}{T_e(\Gamma_c - \Gamma_e)}(V_2\psi + V_4\psi^3 + V_6\psi^5 + \dots). \quad (6)$$

Необходимо, чтобы при $\psi = 0$ модуль сдвига представлял собой модуль упругого сдвига G , т. е. $\partial T / \partial \Gamma|_{\psi=0} = G$. При сопоставлении (1) и (5) имеем

$$\left. \frac{\partial\tau}{\partial\psi} \right|_{\psi=0} = \frac{\partial\tau}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial\Gamma} \cdot \left. \frac{\partial\Gamma}{\partial\psi} \right|_{\psi=0} = \frac{1}{T_e} G(\Gamma_c - \Gamma_e). \quad (7)$$

Из (6) также получаем:

$$\left. \frac{\partial\tau}{\partial\psi} \right|_{\psi=0} = V_2 \frac{1}{T_e(\Gamma_c - \Gamma_e)}. \quad (8)$$

Сравнивая (7) и (8), устанавливаем, что

$$V_2 = G(\Gamma_c - \Gamma_e)^2.$$

Ясно, что в начале пластической деформации $\psi = 0$, относительное касательное напряжение $\tau = 0$. При $\psi_0 = (\Gamma_0 - \Gamma_e)/(\Gamma_c - \Gamma_e)$ относительное касательное напряжение $\tau_0 = (T_0 - T_e)/T_e$, при $\psi_c = (\Gamma_c - \Gamma_e)/(\Gamma_c - \Gamma_e)$ относительное касательное напряжение $\tau_c = (T_0 - T_e)/T_e$. Используя эти два условия, находим V_4 и V_6 .

Когда горная порода достигает предельного состояния, диссипация энергии способствует формированию диссипативной структуры с результирующим синергетическим эффектом. По аналогии с расширением Гинсбурга–Ландау [38] в (4) введем градиент:

$$H = \frac{1}{2}V_2\psi^2 + \frac{1}{4}V_4\psi^4 + \frac{1}{6}V_6\psi^6 + \frac{1}{2}C(\nabla\psi)^2, \quad (9)$$

где C — коэффициент, который можно определить экспериментально или полевыми наблюдениями ($C > 0$). Градиент можно рассматривать как выражение слабого нарушения среды.

Для получения уравнений динамики используем формализм Лагранжа из аналитической механики. Функцию плотности Лагранжа берем в виде

$$L = E_k - H = \frac{1}{2}A\dot{\psi}^2 - \frac{1}{2}V_2\psi^2 - \frac{1}{4}V_4\psi^4 - \frac{1}{6}V_6\psi^6 - \frac{1}{2}C(\nabla\psi)^2, \quad (10)$$

где $E_k = \frac{1}{2}A\dot{\psi}^2$ — кинетическая энергия на единицу объема; A — коэффициент.

Что касается влияния эффекта дилатации ε_V горной породы на функцию Лагранжа (6), то возможно принять следующую простую модель дилатации [21]: $\varepsilon_V = \Lambda \psi$, где Λ — коэффициент. Видно, что сюда входит параметр ψ . Влияние дилатации, таким образом, может быть обозначено следующим образом: вид функции Лагранжа не меняется, изменяются только коэффициенты разложения.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ С ДИССИПАЦИЕЙ

Уравнения движения можно получить на основе принципа Гамильтона для аналитической механики [39]. Согласно ему среда характеризуется определенной функцией действия S в определенном временном интервале $[t_1, t_2]$:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \int_V L dV dt, \quad (11)$$

где V — объем среды.

Для обобщенных координат q_i с учетом естественных условий на границе Σ получаем вариационный принцип Гамильтона:

$$\delta S + \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Sigma} \Xi_s d\Sigma dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V L(q_i, \dot{q}_i, q_{i,j}, t) dV dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Sigma} \Xi_s d\Sigma dt = 0, \quad (12)$$

где Ξ_s — плотность поверхностного потенциала. Из (12) находим следующие уравнения движения Эйлера – Лагранжа для среды без диссипации:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial L}{\partial q_{i,j}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (13)$$

при граничных условиях

$$\frac{\partial L}{\partial q_{i,j}} n_j = - \frac{\partial \Xi_s}{\partial q_i} = F_{si},$$

где F_{si} — обобщенные поверхностные силы.

Для модели с энергетической диссипацией уравнения (13) имеют вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial L}{\partial q_{i,j}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i}, \quad (14)$$

где R — функция диссипации. Соответствующие граничные условия при этом

$$\frac{\partial L}{\partial q_{i,j}} n_j = \frac{\partial L}{\partial \psi_{,j}} n_j = C \psi_{,j} n_j = F_{si}.$$

Для движения “мягких” пород, таких как уголь и аргиллит, функция диссипации $R = \eta \dot{\beta}_{ik} \dot{\beta}_{ik}$, где η — коэффициент вязкости.

В нашем случае имеем только одну обобщенную координату $q_1 = \psi$ и уравнение (14) приобретает вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial L}{\partial \psi_{,j}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = - \frac{\partial R}{\partial \dot{\psi}}. \quad (15)$$

Уравнение движения для ψ получаем путем подстановки (10) в (15):

$$A \ddot{\psi} + V_2 \psi + V_4 \psi^3 + V_6 \psi^5 + C \Delta \psi = - \frac{\partial R}{\partial \dot{\psi}}. \quad (16)$$

Для “мягких” горных пород функция диссипации (предположительно) может иметь вид $R = \eta\dot{\psi}\dot{\psi}$. Тогда уравнение (16) переписывается как

$$A\ddot{\psi} + 2\eta\dot{\psi} + C\Delta\psi + V_2\psi + V_4\psi^3 + V_6\psi^5 = 0. \quad (17)$$

В полярных координатах (17) преобразуется в

$$A\ddot{\psi} + 2\eta\dot{\psi} + C\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{\partial\psi}{r\partial r}\right) + V_2\psi + V_4\psi^3 + V_6\psi^5 = 0. \quad (18)$$

Соответствующее граничное условие —

$$(\nabla\psi)\vec{n}|_{r=a} = F_{si}, \quad (19)$$

где a — радиус выработки. Утверждается, что (18) и (19) способны описать “блуждающие” волны.

Без учета эффекта инерции

$$2\eta\dot{\psi} + C\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{\partial\psi}{r\partial r}\right) + V_2\psi + V_4\psi^3 + V_6\psi^5 = 0. \quad (20)$$

Считается, что это уравнение описывает распространение волн диффузионного типа.

Для стационарного состояния имеем уравнение

$$C\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{\partial\psi}{r\partial r}\right) + V_2\psi + V_4\psi^3 + V_6\psi^5 = 0, \quad (21)$$

которое описывает явление зональной дезинтеграции горных пород.

Учитывая, что дилатация пропорциональна деформации сдвига $\psi : \varepsilon_V = \Lambda\psi$, (18) возможно использовать для описания дилатационной волны, показанной на рис. 1 и 2.

ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Рассмотрим несколько случаев решений уравнения (17) с целью демонстрации его эффективности. Имеем круглую выработку радиусом $r = 5$ м и свободную поверхность выработки, на которой $\nabla\psi|_{r=5} = 0$ (уравнение (19)).

Случай I. Пусть величины с $\dot{\psi}$, $\ddot{\psi}$ в (18) отсутствуют. Тогда выполняется (21).

Пусть коэффициенты $C = 1$, $V_2 = 0.4096$, $V_4 = -1.6$, $V_6 = 2.4$. Граничное условие $\nabla\psi|_{r=5} = 0$, условие $\psi(t)|_{r=5} = 1$ означает, что разрушение стенки выработки максимально и стенка выработки находится в критической точке. Распределение параметра ψ в радиальном направлении показано на рис. 5. Распределение квазипериодического характера протекает с угасанием амплитуды и возрастанием периода, что согласуется с натурными наблюдениями. Это решение описывает зональную дезинтеграцию [1–5].

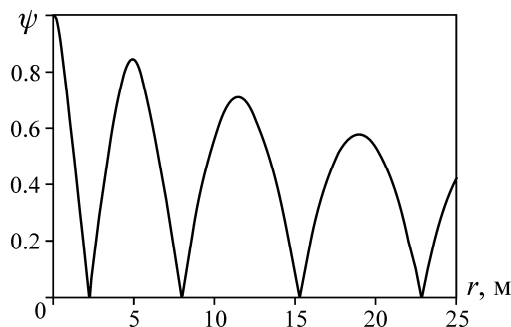


Рис. 5. Распределение параметра порядка в радиальном направлении

Случай II. Пусть $\dot{\psi} = 0$. Тогда выполняется (20).

Найдем его решение. Пусть коэффициенты $\eta = 0.5$, $C = 1$, $V_2 = 1.0$, $V_4 = -15$, $V_6 = 18$. Граничные условия: $\nabla \psi|_{r=5} = 0$, $\psi(t)|_{r=5} = 0.2705$, исходное начальное условие $\psi(r)|_{t=0} = 0.5410/(e^r + e^{-r})$.

Эволюция параметра ψ относительно времени в радиальном направлении показана на рис. 6, где кинк-волны распространяются от стенки выработки вглубь породного массива. Это решение описывает распространение пластической зоны во времени. Кинк-решение также получено в [28] для деформационной волны в рамках модели Френкеля – Конторовой.

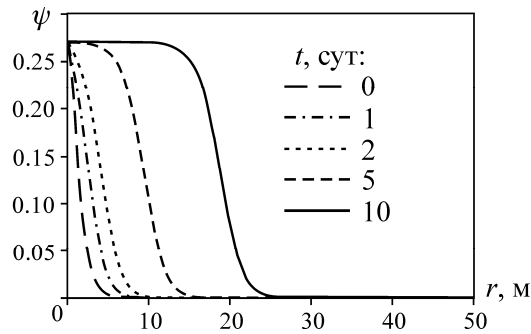


Рис. 6. Положение волнового фронта в различные моменты времени

Случай III. Рассмотрим общий случай — согласно уравнению (18).

Пусть коэффициенты $A = 1$, $\eta = 0.5$, $C = 1$, $V_2 = -0.1$, $V_4 = 1.2$, $V_6 = -1.5$. Граничные условия: $\nabla \psi|_{r=5} = 0$, $\psi(t)|_{r=5} = 0.5410/(e^{10t} + e^{-10t})$, начальное условие $\psi(r)|_{t=0} = 0$.

Граничные условия здесь — это результат проявления трещин на стенке выработки. Перемещение единичной волны показано на рис. 7. Очевидно, что эта волна поддерживает свою форму с затуханием амплитуды при распространении в радиальном направлении. Затухание амплитуды есть результат физического (демпингового) и геометрического затуханий. В [40] моделирование единичных волн на корковом сбросе выполнено на базе полученного “возмущенного” sin-Гордона уравнения с источником.

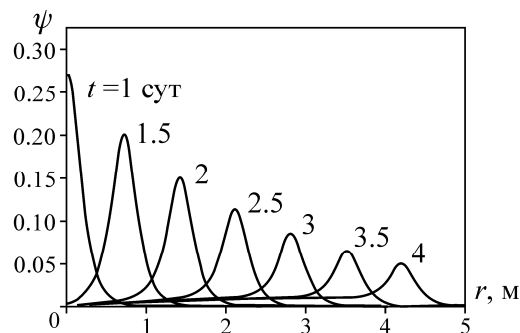


Рис. 7. Перемещение единичной деформационной волны

Лабораторные эксперименты на образцах горных пород показали, что на стадии идеально пластического течения могут распространяться как кинк, так и одиночные волны [32].

Случай IV. Рассмотрим решение для “блуждающей” волны согласно уравнению (18).

Пусть имеем коэффициенты: $A = 1$, $\eta = 0.5$, $C = 1$, $T = 0$, $V_2 = -0.2$, $V_4 = 1.5$, $V_6 = -1.6$. Граничные условия следующие: $\nabla \psi|_{r=5} = 0$, $\psi(t)|_{r=5} = \cos(8t)$, начальное условие $\psi(r)|_{t=0} = 2 \cos(0.6r)/(e^{r/5} + e^{-r/5})$. Граничные условия могут быть результатом периодического процесса аккумуляции и высвобождения энергии при разрушении стенки выработки.

Распространение “блуждающей” волны показано на рис. 8. Данное решение способно описывать “блуждающие” деформационные волны в породном массиве [14, 15]. Лабораторные эксперименты на образцах горных пород подтвердили распространение такой волны в стадии линейного рабочего упрочнения [41].

Приведенные численные результаты подтверждают, что данная модель отражает основные характеристики деформации и разрушения горных пород с учетом пластичности и является эффективной для моделирования деформационных волн. Формирование зональной дезинтеграции и деформационных волн можно рассматривать как результат самоорганизации породного массива в пластической стадии или в режиме диссипации энергии. Градиент ψ в выражении потенциальной энергии отражает взаимодействие между частицами во времени или эффект самоорганизации породного массива.

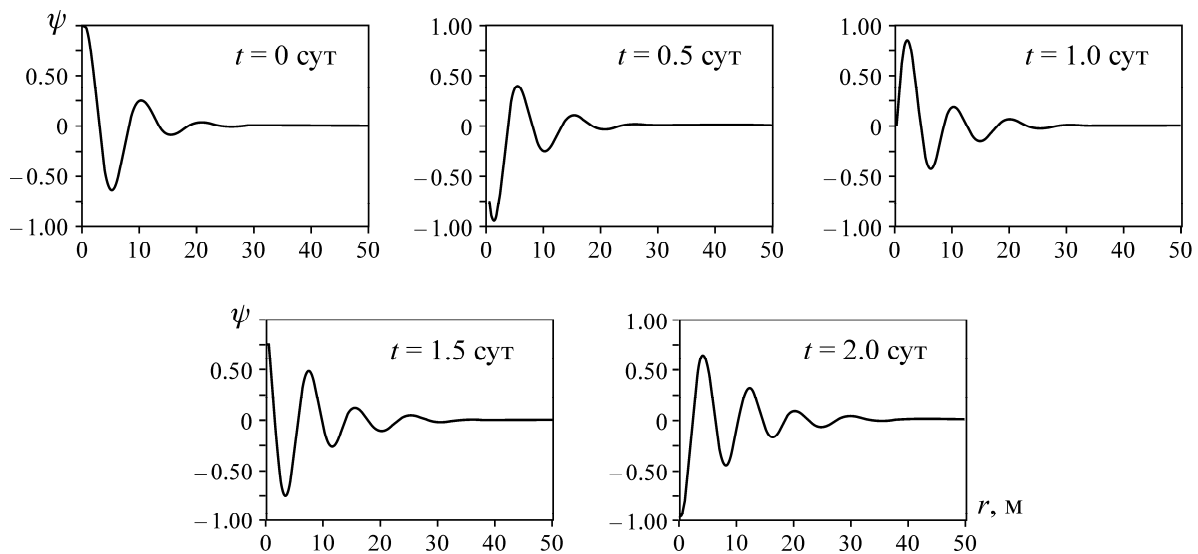


Рис. 8. Распространение “блуждающей” деформационной волны относительно времени

Модель непрерывного фазового перехода охватывает закон общего макроскопического развития системы на нелинейной стадии деформирования и не учитывает микроскопические детали процесса эволюции. Для понимания механики происхождения и распространения деформационной волны предстоит еще разработать более общую модель на основе механики сплошных сред и нелинейной физики.

Следует особо отметить, что энергетический подход к описанию развития нелинейных геомеханико-геофизических процессов в геосредах, в том числе и “самоорганизующихся геосистем”, ныне рассматривается как наиболее перспективный [42].

ВЫВОДЫ

Разработана математическая модель распространения деформационных волн в геосредах. В основе модели лежит разложение потенциальной энергии в ряд по степеням относительной деформации сдвига, введение градиента для описания взаимодействия между частицами, применение вариационного принципа Гамильтона.

Проведено моделирование нескольких типов деформационных волн, включая кинк-волны, единичные и “блуждающие” волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Adams G. R., Jager A. J.** Petroscopic observations of rock fracturing ahead of stop faces in deep-level gold mines, *J. South Africa Inst Mining Metall*, 1980, Vol. 80, No. 6. — P. 204–209.
2. **Shemyakin E. I., Fisenko G. N., Kurlenya M. V., Oparin V. N., et al.** The rock-mass zone disintegration near deep level mining opening. Part I: Data of in situ observations, *J. Mining Sci.*, 1986, Vol. 22, No. 3. — P. 3–13.
3. **Shemyakin E. I., Fisenko G. N., Kurlenya M. V., Oparin V. N., et al.** The rock-mass zone disintegration near deep level mining opening. Part II: The fracture of rock in models from equivalent materials, *J. Mining Sci.*, 1986, Vol. 22, No. 4. — P. 3–15.
4. **Shemyakin E. I., Fisenko G. N., Kurlenya M. V., Oparin V. N., et al.** The rock-mass zone disintegration near deep level mining opening. Part III: Theoretical representation, *J. Mining Sci.*, 1987, Vol. 23, No. 1. — P. 3–8.
5. **Shemyakin E. I., Kurlenya M. V., Oparin V. N., Reva V. N., et al.** The rock-mass zone disintegration near deep level mining opening. Part IV: Practical application, *J. Mining Sci.*, 1989, Vol. 25, No. 4. — P. 3–9.
6. **Gu J. C., Gu L. Y., Chen A. M., et al.** Model test study on mechanism of layered fracture within surrounding rock of tunnels in deep stratum, *Chinese J. Rock Mech. Eng.*, 2008, Vol. 27, No. 5. — P. 433–438.
7. **Zhang Q. Y., Chen X. G., Lin B., et al.** Study of 3D geo-mechanical model test of zonal disintegration of surrounding rock of deep tunnel, *Chinese J. Rock Mech. Eng.*, 2009, Vol. 28, No. 9. — P. 1757–1766.
8. **Chanyshv A. I.** On problem of fracture of deformable media. Part I: Basic equations, *J. Mining Sci.*, 2001, Vol. 37, No. 2. — P. 273–288.
9. **Chanyshv A. I.** On problem of fracture of deformable media. P. II: Discussion of results of analytical solutions, *J. Mining Sci.*, 2001, Vol. 37, No. 3. — P. 392–400.
10. **Guzev M. A., Paroshin A. A.** Non-Euclidian model of rock-mass zone disintegration near underground mining opening, *Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2001, Vol. 42, No. 1. — P. 147–156.
11. **Guzev M. A.** Non-classical solutions of a continuum model for rock descriptions, *J. Rock Mech. Geotech. Eng.*, 2014, Vol. 6. — P. 180–185.
12. **Chengzhi Qi, Mingyang Wang, Qihu Qian.** Evolution of the deformation and fracturing in rock masses near deep-level tunnels, *J. Mining Sci.*, 2009, Vol. 45, No. 2. — P. 112–119.
13. **Chengzhi Qi, Kairui Li, Jiping Bai, Anvar Chanyshv, Peng Liu.** Strain gradient model of zonal disintegration of rock mass near deep level tunnels, *J. Mining Sci.*, 2017, Vol. 53, No. 1. — P. 25–38.
14. **Makarov V. V.** On zonal disintegration of rock mass surrounding single tunnel. In: *Mechanics of underground structures*, TPI, Tula, 1995. — P. 92–96.
15. **Guzev M. A., Makarov V. V.** Deformation and failure of the highly stressed rocks around openings, *Dal'nauka, Vladivostok*, 2007. — 232 p.
16. **Timoshenko S. P., Goodier J. N.** *Theory of elasticity* (third edition), The McGraw-Hill Companies, Inc., New York, 1970.
17. **Fang Zulie.** The maintenance of soft rock tunnels and their control measurements, in: *The supporting theory and practice for soft rock tunnels in coal mines in China*, edited by Manchao He, China University of Mining and Technology, Xuzhou, China, 1996. — P. 64–69.
18. **Barannikova S. A., Nadezhkin M. V., Zuev L. B., Zhigalkin V. M.** On inhomogeneous straining in compressed sylvinitite, *Tech. Phy. Lett.*, 2010, Vol. 36, No. 6. — P. 507–510.
19. **Zuev L. B., Barannikova S. A., Zhigalkin V. M., Nadezhkin M. V.** Laboratory observation of slow movements in rocks, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2012, Vol. 53, No. 3. — P. 467–470.

20. **Elsasser W. M.** Convection and stress propagation in the upper mantle, in: The application of modern physics to the earth and planetary, Wiley, New York, 1969. — P. 223–246.
21. **Nikolaevsky V. N.** Geomechanics and fluidodynamics, Kluwer Academic Publishers, London, 1996.
22. **Kasahara K.** Migration of crustal deformation, Tectonophysics, 1979, Vol. 52, No. 1–4. — P. 329–341.
23. **Kurlenya M. V., Oparin V. N., Vostrikov V. I.** Pendulum-type waves. Part I: State of the problem and measuring instrument and computer complexes, J. Mining Sci., 1996, Vol. 32, No. 3. — P. 159–163.
24. **Kurlenya M. V., Oparin V. N.** Problems of nonlinear geomechanics. Part II, J. Mining Sci., 2000, Vol. 36, No. 4. — P. 305–326.
25. **Bykov V. G.** A model of unsteady-state slip motion on a fault in a rock sample, Phys. Solid. Earth., 2001, Vol. 37, No. 6. — P. 484–488.
26. **Bykov V. G.** Stick-slip and strain waves in the physics of earthquake rupture: experiments and models, Acta Geophysica, 2008, Vol. 56, No. 2. — P. 270–285.
27. **Khachai O. A., Khachai O. Yu., Klimko V. K., et al.** Kinematic and dynamic characteristics of slow deformation wave in rock massif as a response to blast action. In: Geodynamics and the state of stresses of the Earth interior, Proc 20th All-Russian Sci. Conf. Mining Institute, SB RAS, Novosibirsk, 2013. — P. 38–42.
28. **Gershenson N. I., Bykov V. G., Bambakidis G.** Strain waves, earthquakes, slow earthquakes, and afterslip in the framework of Frenkel-Kontorova model, Phys. Rev. E., 2009, Vol. 79. — P. 1–13.
29. **Mukhamediev Sh. A., Grachev A. F., and Yunga S. L.** Nonstationary dynamic control of seismic activity of platform regions by mid-ocean ridges, Phys. Solid. Earth., 2008, Vol. 44, No. 1. — P. 9–17.
30. **Bykov V. G., Trofimenko S. V.** Slow strain waves in blocky geological media from GPS and seismological observations on the Amurian plate, Nonlin Processes Geophys, 2016, Vol. 23. — P. 467–475.
31. **Vikulin A. V.** Geodynamics as wave dynamics of the medium composed of rotating blocks, Geodyn. Tectonophysics, 2015, Vol. 6, No. 3. — P. 345–364.
32. **Vikulin A. V., Makhmudov Kh. F., Ivanchin A. G., Gerus A. I., Dolgaya A. A.** On wave and rheidity properties of the Earth's crust, Phys. Solid. State, 2016, Vol. 58, No. 3. — P. 561–571.
33. **Carlson J. M., Langer J. S.** Properties of earthquakes generated by fault dynamics, Phys. Rev. Lett., 1989, Vol. 62. — P. 2632–2635.
34. **Adigamov N. S., Rudaev Ya. I.** Equation of state with the consideration of softening of material, J. Mining Sci., 1999, Vol. 35, No. 4. — P. 24–32.
35. **Haken H.** Advanced synergetics, Springer-Verlag, Berlin, 1983.
36. **Landau L. D.** On the theory of phase transition, J. Exp. Theor. Phys., 1937, Vol. 7. — P. 627–632.
37. **Gelli M. S., Royer-Carfagni G. F.** Separation of scales in fracture mechanics: from molecular to continuum theory via Γ convergence, J. Eng. Mech., 2004, Vol. 130, No. 2. — P. 204–215.
38. **Ginzburg V. G., Landau L. D.** To the theory of superconductivity, J. Exp. Theo. Phys., 1950, Vol. 20. — P. 1064–1082.
39. **Landau L. D., Lifshitz E. M.** Mechanics, Pergamon, Press, London, 1969.
40. **Bykov V. G.** Solitary waves on a crustal fault, J. Volcan. Seismol., 2001, Vol. 22. — P. 651–661.
41. **Zuev L. B.** Autowave model of plastic flow, Phys. Mesomech., 2011, Vol. 14, No. 3. — P. 85–94.
42. **Адушкин В. В., Опарин В. Н.** От явления знакопеременной реакции горных пород на динамические воздействия — к волнам маятникового типа в напряженных геосредах // ФТПРПИ. — Ч. I. — 2012. — № 2. — С. 3–27; Ч. II. — 2013. — № 2. — С. 3–46; Ч. III. — 2014. — № 4. — С. 10–38; Ч. IV. — 2016. — № 1. — С. 3–49.