

**НЕУСТОЙЧИВОСТЬ МОДЕЛИ ГОРЕНИЯ  
С ИСПАРЕНИЕМ НА ПОВЕРХНОСТИ  
И ПЕРЕГРЕВОМ В К-ФАЗЕ**

УДК 536.46

Л. К. Гусаченко, В. Е. Зарко, А. Д. Рычков\*

\* Институт химической кинетики и горения СО РАН, 630090 Новосибирск  
\* Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск

*Численным моделированием обнаружена неустойчивость стационарного режима, полученного ранее аналитически в модели горения вещества с испарением на поверхности и экзотермическими реакциями в конденсированной фазе, достаточно интенсивными для образования максимума температуры вблизи поверхности. Чтобы исключить версию о нефизической (численной) природе неустойчивости, проведено аналитическое исследование устойчивости методом малых возмущений. Показано, что стационарные режимы с максимумом на температурном профиле конденсированной фазы действительно неустойчивы. Для корректного описания зарегистрированных в эксперименте стационарных режимов с ведущей ролью конденсированной фазы предложено учесть в модели конвекцию в жидкой пленке, вызванную движением пузырьков под действием эффекта Марангони.*

**ВВЕДЕНИЕ**

Согласно термопарным измерениям [1] при горении некоторых энергетических веществ (ЭВ) конденсированная фаза (к-фаза) играет ведущую роль при повышенных давлениях (свыше 30 атм). В [2] отмечалось, что при таких значениях параметров гексоген и октоген не получают из газовой фазы тепло в количестве, потребном для испарения неразложившейся части к-фазы. Следовательно, имеет место тепловой поток к поверхности фазового перехода из зоны экзотермических реакций в к-фазе. Если теплопередача происходит по механизму молекуллярной теплопроводности (закон Фурье), то температурный профиль в к-фазе должен иметь максимум вблизи поверхности (рис. 1). В [2] приведена оценка ожидаемой величины перегрева в стационарном режиме.

Обнаруженная качественная особенность температурного профиля (максимум в глубине к-фазы) требует проведения дополнительного анализа. В частности, нужно исследовать на устойчивость стационарные режимы с максимумом температуры в глубине к-фазы. Представим (см. рис. 1), что поверхность фазового перехода случайно передвинулась скачком по к-фазе на малое расстояние (например, за счет выхода на поверхность малой неоднородности). Если температуру поверхности (фазового перехода)  $T_s$  считать при данном давлении  $p$  постоянной и полагать, что за время скачка температура максимума  $T_{\max}$  не успела измениться, то скачок приводит к временному увеличению градиента температуры и, следовательно, теплового потока из к-фазы на поверхность. Если подавляющая

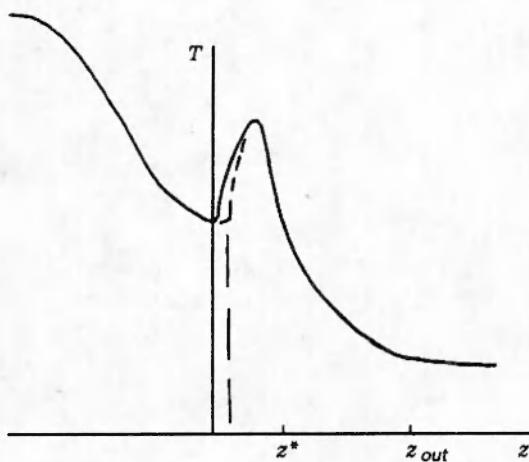


Рис. 1. Температурный профиль в волне горения:  
сплошная линия — в стационарном режиме,  
штриховая — после случайного «скачка» по-  
верхности горения:  $z^* = z_{inn}$ ,  $z_{out}$  — ха-  
рактерные размеры «внутренней» и «внешней»  
областей

часть тепла на поверхность подводилась из к-фазы, описанная ситуация вызовет на короткое время ускоренное (по сравнению с невозмущенным) движение поверхности. Такой отклик системы может приводить к развитию неустойчивости.

Однако этот вывод нельзя считать достаточно обоснованным из-за грубости использованных предположений. В самом деле, возможны слабые изменения  $T_s$  при  $p = \text{const}$  за счет изменения состава газа над поверхностью. Имеет место также стабилизирующее влияние газовой фазы: случайное увеличение или уменьшение скорости газообразования на поверхности соответственно оттесняет или приближает газовое пламя. Можно предположить, что существует область значений параметров, где такой механизм стабилизации не полностью подавлен ведущей ролью к-фазы.

Ниже излагаются результаты исследования устойчивости стационарного режима для модели горения с максимумом температуры в к-фазе и предлагается выход из обнаруженного противоречия.

### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Рассмотрим одномерную нестационарную физическую модель, описывающую распространение поверхности фазового перехода (испарения) по ЭВ. В газовой фазе учитываются теплопроводность, диффузия и экзотермическая реакция первого порядка (разложение поступающего с поверхности пара), в к-фазе — теплопроводность и реакция первого порядка. Зависимость теплофизических свойств от температуры и степени разложения не учитывалась.

Как отмечалось выше, такая модель в случае ведущей роли к-фазы обеспечивает в ней максимум на температурном профиле.

Математическая модель для к-фазы сводится к следующей системе уравнений:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = cm \frac{\partial T}{\partial z} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial^2 z} - Q \frac{\partial y}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial y}{\partial t} = m \frac{\partial y}{\partial z} - \rho y k \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (2)$$

в области  $\Gamma\{0 \leq z \leq \infty, t \geq 0\}$ . Здесь  $T$  — температура;  $R$  — универсальная газовая

постоянная;  $c$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$  — теплоемкость, плотность и теплопроводность ЭВ;  $m$  — его массовая скорость горения;  $Q$  — тепловой эффект разложения единицы массы ЭВ;  $k$ ,  $E$  — кинетические константы реакции;  $y$  — массовая доля исходного ЭВ. Границные условия для (1), (2) имеют вид

$$z \rightarrow \infty : \quad T \rightarrow T_0, \quad y \rightarrow 1; \quad z = 0 : \quad T = \frac{L}{R \ln(A/p_y)}, \quad m L - \lambda \frac{\partial T}{\partial z} = q(t). \quad (3)$$

Здесь  $T_0$  — начальная температура,  $p_y$  — парциальное давление пара над поверхностью,  $A$  — эмпирическая константа,  $L$  — тепловой эффект испарения,  $q$  — тепловой поток на поверхность со стороны газа. Он состоит из потока тепла от зоны газовых реакций и из потока излучения, задаваемого (поджигающим устройством) как функция времени.

Математическое описание газовой фазы здесь не приводим, поскольку рассматриваются режимы, в которых она играет только вспомогательную роль.

Для решения уравнения теплопроводности с конвективным членом была разработана квазимонотонная разностная схема второго порядка точности, эффективно работающая на грубых разностных сетках. Суть ее рассмотрим на примере модельного уравнения

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial^2 x} + \alpha T, \quad (4)$$

где  $u$  — скорость движения среды,  $\alpha$  — коэффициент температуропроводности. Наличие конвективного члена приводит к тому, что применение «стандартных» разностных схем с центральными разностями типа схемы Кранка — Николсона при использовании достаточно грубых сеток приводит к нефизичным осцилляциям численного решения в окрестностях его резкого изменения (для рассматриваемого класса задач обычно это фронт горения, где градиенты температуры достаточно велики). Чтобы их избежать, предлагается использовать разностную схему, основанную на «гиперболической» аппроксимации. Для этого левую часть уравнения (4) запишем вдоль направления  $dx/dt = u$ , которое условно назовем характеристикой, и построим следующую разностную схему:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} = \delta \alpha_i^{n+1} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial^2 x} \right)_i^{n+1} + (1 - \delta) \alpha_*^n \left( \frac{\partial^2 T}{\partial^2 x} \right)_*^n + \delta \alpha_i^{n+1} T_i^{n+1} + (1 - \delta) \alpha_*^n T_*^n, \quad (5)$$

где  $\tau$ ,  $h$  — шаги сетки по пространственной и временной переменным, так что  $t = n\tau$ ,  $x = ih$ ,  $n = 0, \dots, M$ ,  $i = 0, \dots, N$ . Величины с индексом \* вычисляются в точках пересечения характеристики, выходящей из точки  $(n+1, i)$ , с прямыми, образующими разностную сетку (с горизонтальными при  $h/\tau > u$  и вертикальными при  $h/\tau < u$ ), с использованием соответствующих интерполяций. При значении  $\delta = 1/2$  достигается второй порядок точности. В случае переменных коэффициентов уравнения или нелинейности источникового члена следует воспользоваться известным приемом «предиктор — корректор».

В расчетах для к-фазы были использованы следующие базовые значения исходных данных:  $c = 0,3$  кал/г,  $\rho = 1,6$  г/см<sup>3</sup>,  $\lambda = 2 \cdot 10^{-4}$  кал/(см · с · К),  $k = 10^{18,5}$  с<sup>-1</sup>,  $E = 47$  ккал/моль,  $Q = 350$  кал/г.

Для условия теплового баланса на поверхности при  $L = 80$  кал/г параметр  $A$  подбирался так, чтобы получилось правдоподобное значение температуры кипения (например, 340 °C при  $p = 1$  атм).

Поджигающему лучистому потоку (величине  $q$  до зажигания газа) придавали значения от 3 до 30 кал/(см<sup>2</sup> · с).

Расчеты с различными вариациями параметров от базовых значений показали суще-

сгнование стационарных режимов горения с ведущей ролью газовой фазы (после ее зажигания и достаточно плавного снижения до нуля интенсивности потока излучения). При этом выполнялись соотношения  $q > mL$ ,  $1 - y(+0, t) \ll 1$ .

Была предпринята попытка получить режимы с ведущей ролью к-фазы. Для этого задавалось повышенное давление (например, 90 атм) или изменялись кинетические параметры: для к-фазы значения  $k$ ,  $Q$  увеличивали, а  $E$  уменьшали, для газовой фазы те же параметры меняли в другую сторону. Во всех случаях при различных вариациях параметров и для разных видов закона действия поджигающего потока  $q(t)$  температурные профили с максимумом в к-фазе и соответствующая им ситуация с  $q < mL$  были получены только в нестационарных режимах, которые после одной или нескольких вспышек заканчивались погасанием.

Корректность вычислений проверялась уменьшением шага по времени. Тем не менее, аналитическая проверка устойчивости представляется полезной.

### АНАЛИТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА

**Упрощение задачи методом САР.** В приведенных выше рассуждениях даны аргументы в пользу развития неустойчивости при очень быстрых возмущениях (когда под них не успевает подстроиться зона реакций к-фазы). Количественную оценку устойчивости проведем для ситуации, когда зона реакций успевает подстраиваться к внешним возмущениям, а для зоны прогрева требуется учитывать нестационарность.

При исследовании задачи (1), (3) используем вначале метод срациаемых асимптотических разложений (САР) [3], а затем для упрощенной таким образом задачи в окрестности ее стационарного решения проверим его устойчивость методом малых возмущений.

Заметим, что метод САР уже применялся к задаче (1), (3) и дал возможность получить аналитическое решение с максимумом температуры в к-фазе [2] — но только в стационарном режиме.

Типичный для задач горения вариант метода САР использует малость толщины  $z_{inn}$  зоны химических реакций, называемой далее «внутренней», по сравнению с толщиной  $z_{out}$  прогретого слоя, называемого далее «внешним» (см. рис. 1). Известно, что это условие выполняется при

$$\varepsilon \equiv T_{nn}^*/T_{out}^* \equiv (RT_s^2/E)/(T_s - T_0) \ll 1. \quad (6)$$

Здесь  $T^*$  — температурные масштабы зон. Поскольку характерное время зоны пропорционально ее толщине  $t^* = z^*/u$  ( $u = m/\rho$  — линейная скорость движения вещества в зоне), выполняется соотношение  $t_{inn}^*/t_{out}^* \approx \varepsilon \ll 1$ . Следовательно, для нестационарного процесса с характерным временем  $t \sim t_{out}^*$  можно считать квазистационарной зону реакций в к-фазе при выполнении условия (6).

Во «внутренней» задаче квазистационарное решение  $f(T)$  для градиента температуры  $f \equiv dT/dz$ , удовлетворяющее условию  $f(T_{max}) = 0$ , можно взять из [2]:

$$f_{in} = \pm \sqrt{D(T_s) [1 - \exp(-\vartheta)] \exp(\vartheta_s)}. \quad (7)$$

Здесь  $D(T_s) = (2kQ/\lambda)(RT_s^2/E) \cdot \exp(-E/RT_s)$ ,  $\vartheta = (T_{max} - T)E/RT_{max}^2$ , в решении использовано разложение Франк-Каменецкого и предположение  $1 - y \ll 1$ . Время входит в (7) в качестве параметра через величину  $T_{max}(t)$ , подлежащую определению из условия

срашивания с «внешней» задачей.

Решение «внутренней» задачи, содержащее максимум температуры, имеет место при

$$q_1 < l, \quad q_1 \equiv q/\lambda\sqrt{D(T_s)}, \quad l \equiv L/c(T_s - T_0). \quad (8)$$

«Внешняя» задача (в зоне прогрева к-фазы) нестационарна, но в ней можно пренебречь реакциями.

Перепад температуры во «внутренней» области  $z < z_{inn}$  имеет порядок соответствующего масштаба  $T_{nn}^*$ , поэтому для «внешней» задачи вызванное реакциями относительное возмущение температуры на границе  $z = z^*$  имеет порядок  $\epsilon$ . При  $\epsilon \rightarrow 0$  им можно пренебречь, и одно из граничных условий при  $z = z^* \rightarrow 0$  для «внешней» задачи принимает вид  $T(0, t) = T_s = L/R \ln(A/p_y)$ . Если ведущая стадия реализуется в к-фазе, а газовая смесь горит в режиме отрыва, то флюктуации температурного профиля в газовой фазе не доходят до поверхности. В этом случае массовая доля пара над поверхностью совпадает с массовой долей неразложившейся к-фазы и согласно предположению  $1 - y \ll 1$  близка к 1, так что  $p_y \approx \text{const}$ ,  $T_s \approx \text{const}$ .

Формулируя граничное условие «внешней» задачи для градиента температуры, учтем, что «внутренняя» зона (реакций) дает на своей толщине и при  $\epsilon \rightarrow 0$  конечное изменение теплового потока относительно потока, поступающего в к-фазу с поверхности фазового перехода. Поэтому во «внешней» задаче на границе с зоной реакций необходимо, согласно методу САР, использовать процедуру срашивания температурных градиентов, в процессе которой и будет найден градиент в этом месте.

Дополнительное соотношение, необходимое для определения  $m(t)$ , задано выражением для  $q$  из (3).

Таким образом, «внешняя» задача формулируется как

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = cm(i) \frac{\partial T}{\partial z} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial^2 z} \quad (z_{inn} \leq z < \infty, \quad t \geq 0), \quad (9)$$

$$z \rightarrow \infty : \quad T \rightarrow T_0; \quad z = 0 : \quad T = T_s. \quad (10)$$

Здесь согласно (3)  $m(t) = [q(t) + \lambda f_s(t)]/L$  и согласно (7) на поверхности при  $\vartheta = \vartheta_s$  выполняется

$$f_s(t) = +\sqrt{D(T_s)(\exp \vartheta_s(t) - 1)}. \quad (11)$$

Величину  $\vartheta_s(t)$  найдем из условия срашивания градиентов при  $z = z_{inn}$ , для чего согласно методу САР следует потребовать, чтобы внутренний предел решения внешней задачи был равен внешнему пределу решения внутренней задачи, или

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\partial T_{out}}{\partial z}(z_{inn}, t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\partial T_{inn}}{\partial z}(z_{inn}, t). \quad (12)$$

Поскольку при  $\epsilon \rightarrow 0$  выполняется  $z_{inn} \rightarrow 0$ , левую часть (12), неизвестную до решения «внешней» задачи, можно брать в виде  $(\partial T/\partial z)(0, t)$ . Здесь индекс *out* опущен. Правую часть (12) возьмем по (7). Упомянутая выше возможность не учитывать реакции в точке  $z = z_{inn}$  при  $\epsilon \rightarrow 0$  означает, что здесь  $\exp(-\vartheta) \ll 1$ , и тогда согласно (7) соотношение (12) принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial z}(0, t) = -\sqrt{D(T_s) \exp \vartheta_s}. \quad (13)$$

Исключая  $\exp(\vartheta_s)$  из (13), (11), получим

$$Lm(t) = q(t) + \lambda \sqrt{\left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2(0, t) - D(T_s)}. \quad (14)$$

Таким образом, исходная задача (1)–(3) методом САР сводится к более простой (9), (10), (14) или

$$\frac{\partial \tau}{\partial \eta} = \frac{\mu(\eta)}{\mu^0} \frac{\partial \tau}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial \zeta^2}, \quad (15)$$

$$l\mu(\eta) = q_1(\eta) + \sqrt{\left[ \mu^0 \frac{\partial \tau}{\partial \zeta}(0, \eta) \right]^2 - 1}, \quad (16)$$

$\tau(0, \eta) = 1$ ,  $\tau(\infty, \eta) = 0$ . Здесь  $\tau = (T - T_0)/(T_s - T_0)$ ,  $\zeta = z \cdot cm^0/\lambda$ ,  $\eta = t \cdot c(m^0)^2/\lambda\rho$ ,  $\mu = m \cdot c(T_s - T_0)/\lambda\sqrt{D(T_s)}$ , индекс нуль относится к стационарному режиму. Приведем стационарное решение:

$$\tau^0 = \exp(-\zeta), \quad \mu^0 = \frac{1 + (q_1^0)^2}{lq_1^0 + \sqrt{1 + (q_1^0)^2 - l^2}}. \quad (17)$$

Из (8), (17) следует, что стационарное решение с максимумом температуры в к-фазе для исследуемой модели существует при

$$(q_1^0)^2 < l^2 < 1 + (q_1^0)^2. \quad (18)$$

При нарушении левого неравенства (18) решение не имеет максимума, при нарушении правого неравенства перегрев неограниченно возрастает (разумеется, в реальной ситуации его ограничивает не учтенное в рассмотренном приближении выгорание).

**Исследование устойчивости методом малых возмущений в окрестности стационарного режима.** Полагаем

$$\tau = \exp(-\zeta) + \delta\tau(\zeta) \exp(\omega\eta), \quad \frac{\delta q_1}{q_1} = -\varphi \frac{\delta\mu}{\mu}, \quad \frac{\mu}{\mu^0} = 1 + \frac{\delta\mu}{\mu} \exp(\omega\eta). \quad (19)$$

Константа  $\varphi$  в нестационарном режиме приближенно учитывает переменность теплового потока из газовой фазы, не рассматриваемой во всей полноте. Полагаем  $\varphi$  не зависящей от  $\omega$ , что соответствует квазистационарности газовой фазы.

После подстановки (19) в (15), (16) и линеаризации получаем

$$\omega\delta\tau = -\frac{\delta\mu}{\mu} \exp(-\zeta) + \frac{d\delta\tau}{d\zeta} + \frac{d^2\delta\tau}{d\zeta^2}, \quad \delta\tau(0) = \delta\tau(\infty) = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\delta\mu}{\mu} = -\frac{d\delta\tau}{d\zeta}(0) \frac{\mu}{(l + \varphi q_1/\mu)\sqrt{\mu^2 - 1}}. \quad (21)$$

Решение (20) имеет вид

$$\delta\tau(\zeta) = \frac{\delta\mu}{\omega\mu} \left( \exp(-r\zeta) - \exp(-\zeta) \right), \quad r = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \omega}. \quad (22)$$

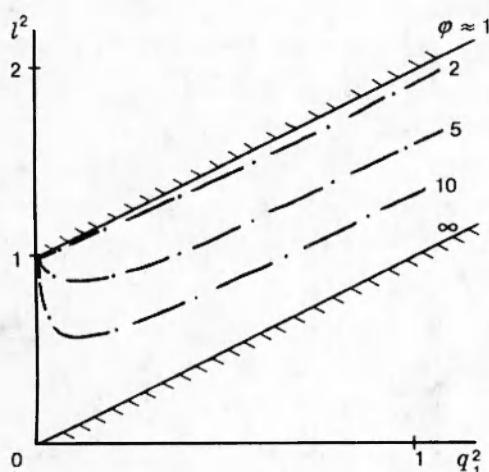


Рис. 2. Область устойчивости стационарных режимов:

заштрихована область, где стационарное решение с перегревом не существует; область устойчивости — выше кривой  $\varphi = \text{const}$

Из (21), (22) получаем условие для частоты  $\omega$ :

$$\frac{\mu}{(l + \varphi q_1 / \mu) \sqrt{\mu^2 - 1}} = \frac{\omega}{r - 1} \equiv \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \omega}. \quad (23)$$

Из вида (23) следует, что величина  $\omega$  вещественная, так что согласно (19) имеет место апериодическая устойчивость или неустойчивость в зависимости от знака  $\omega$ . Устойчивость реализуется при  $\omega < 0$ , для чего должно быть

$$\frac{\mu}{(l + \varphi q_1 / \mu) \sqrt{\mu^2 - 1}} < 1. \quad (24)$$

Здесь  $\mu$  следует брать по (17) (верхний индекс нуль опущен).

Анализ (24), (17) с учетом (18) показывает (рис. 2), что при  $q = \text{const}$  ( $\varphi = 0$ ) для любых  $q_1$ ,  $l$  имеет место неустойчивость. При  $\varphi > 0$  начиная с  $\varphi \approx 0,5$  появляется узкая область устойчивости, при  $\varphi \rightarrow \infty$  она заполняет всю область существования стационарных режимов. Однако следует иметь в виду, что согласно (8) масштаб потока тепла  $q_1$  из газовой фазы имеет порядок теплового потока на поверхность из зоны реакций к-фазы. Поэтому для процессов с ярко выраженной ведущей ролью к-фазы  $q_1 \ll 1$ . Из рис. 2 видно, что при этом устойчивость можно получить только при  $\varphi \gg 1$ , что маловероятно.

Таким образом, можно сделать вывод, что обнаруженная при численном счете неустойчивость режимов с перегревом к-фазы — свойство самой модели, а не следствие недостатков схемы расчета.

## ПРОТИВОРЕЧИЕ И ВОЗМОЖНЫЙ ВЫХОД

Полученный результат противоречит экспериментальным данным [1].

В самом деле, тонкие термопарные измерения [1] показали как стационарный характер процесса, так и переход к ведущей роли к-фазы октогена и гексогена при увеличении давления до 90 атм. Например, в случае гексогена при 90 атм из газовой фазы поступает 27 кал/г, а суммарный тепловой эффект реакций в к-фазе и испарения равен 140 кал/г.

Очевидно, что количественные значения тепловых потоков определяются термопарными измерениями при повышенных давлениях со значительной погрешностью (в част-

ности, в [1] приведены лишь «усредненные» профили температуры). Тем не менее будем полагать, что качественные заключения о ведущей роли к-фазы при высоких давлениях верны и требуется указать путь для корректировки использованной нами математической модели, чтобы избежать противоречия с экспериментом. Для веществ, требующих существенных затрат тепла для фазового перехода на поверхности горения и при этом имеющих ведущую стадию в к-фазе, необходимо адекватно описать теплопередачу из зоны реакций к-фазы на поверхность — таким образом, чтобы не было вызывающего неустойчивость максимума температуры в к-фазе. Существование упомянутого максимума в этих условиях есть неизбежное следствие закона Фурье, описывающего молекулярную теплопроводность.

Известно, что в экспериментах [4, 5] наблюдалась интенсивная конвекция в жидкой фазе горящего ЭВ (дины, гексогена, октогена) при атмосферном давлении. Есть основания полагать, что при повышенных давлениях эта картина тоже имеет место и главная причина конвекции — движение под действием эффекта Марангони пузырьков с газообразными продуктами реакции [6]. Учет конвекции радикально изменит модель и, возможно, снимет описанное противоречие.

Подчеркнем еще раз, что сама проблема возникает в случае относительно слабого теплоподвода из газовой фазы. В случае достаточно сильного притока тепла из газа максимум температуры в глубине к-фазы не реализуется и, следовательно, проблема не возникает.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Zenin A. HMX and RDX: combustion mechanism and influence on modern double-base propellant combustion // J. Propulsion and Power. 1995. V. 11, N 4. P. 752–758.
2. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е. Перегрев в поверхностном слое при горении плавящихся энергетических веществ // XXI Междунар. пиротехнический семинар. М.: ИХФ РАН, 1995. С. 298–311.
3. Найфе А. Х. Методы возмущений. М.: Мир, 1976.
4. Александров В. В., Болдырева А. В., Болдырев В. В., Тухтаев Р. К. Горение дины при атмосферном давлении // Физика горения и взрыва. 1973. Т. 9, № 1. С. 140–142.
5. Анников В. Э., Кондриков Б. Н. О влиянии диаметра заряда на скорость горения взрывчатых веществ // Физика горения и взрыва. 1968. Т. 4, № 3. С. 350–357.
6. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е. Эффект Марангони при горении энергетических материалов с жидким слоем на поверхности // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 2. С. 141–142.

*Поступила в редакцию 5/II 1996 г.,  
в окончательном варианте — 28/VIII 1996 г.*