

18. Иванов А. Г. Две возможные причины хрупких разрушений // ДАН СССР.— 1988.— Т. 350, № 2.— С. 354—357.
 19. Иванов А. Г., Новиков С. А., Синицын В. А. Масштабный эффект при взрывном разрушении замкнутых стальных сосудов // ФГВ.— 1972.— № 1.— С. 124—129.

г. Арзамас-16

Поступила 18/XI 1992 г.

УДК 539.3

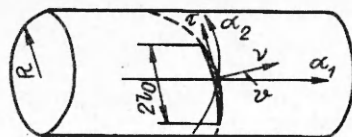
А. В. Абраменко, В. Н. Максименко

ОЦЕНКА ОСТАТОЧНОЙ ПРОЧНОСТИ ОБОЛОЧЕК ИЗ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ С ДЕФЕКТАМИ ТИПА СКВОЗНЫХ РАЗРЕЗОВ

Композитные элементы конструкций оболочечного типа находят все более широкое применение в различных областях современной техники (криволинейные панели обшивки летательных аппаратов, сосуды давления и т. д.). Анализ опыта экспериментальных исследований и эксплуатации конструкций из полимерных композитных материалов (стеклопластики, углепластики, боропластики) показывает, что повреждения в таких конструкциях обусловлены не рабочими нагрузками, а случайными механическими воздействиями (удары при сборке и проведении регламентных работ, соударения с камнями и градинами и т. д.), а рост повреждений при спектре рабочих нагрузок чрезвычайно медленный [1, 2]. Таким образом, в отличие от металлических эксплуатационная живучесть полимерных композитных конструкций в первую очередь определяется их остаточной прочностью. Аналитические и экспериментальные исследования проблемы разрушения оболочек с дефектами типа трещин носят достаточно широкий и полный характер (см., например, обзор в [3]). Изучение этой проблемы для композитных материалов движется сравнительно медленно, что обусловлено недостатком сведений о влиянии на трещиностойкость таких характеристик, как относительные размеры оболочки и трещины, порядок укладки и вид анизотропии монослоев.

В настоящей работе на базе метода граничных интегральных уравнений и деформационного критерия прочности слоистых полимерных композитов предложен замкнутый алгоритм расчета напряженного состояния вблизи дефекта и оценки остаточной прочности для оболочки с системой сквозных разрезов. Приведены численные результаты, иллюстрирующие влияние различных геометрических и физических параметров задачи на величины относительных коэффициентов интенсивности напряжений и критической нагрузки.

1. Рассмотрим бесконечную цилиндрическую оболочку радиуса R , постоянной толщины $2h$, составленную из однородных анизотропных слоев, симметрично расположенных относительно срединной поверхности. Оболочка имеет систему сквозных разрезов длины $2l_0$ ($l_0 \gg h$), направленных под углом ϑ к координатной линии α_2 локальных ортогональных безразмерных координат α_1, α_2 , отнесенных к радиусу оболочки R и связанных с ее срединной поверхностью (рис. 1). Параметрические уравнения разрезов имеют вид



Р и с. 1

$\alpha_1 = \xi_1(\lambda) = -n_2\lambda, \quad \alpha_2 = \xi_2(\lambda) = n_1\lambda, \quad |\lambda| \leq \leq \lambda_0 = R^{-1}l_0 + mT \quad (m = 0, 1, \dots, \mu - 1),$ где $v = (n_1, n_2) = (\cos \vartheta, \sin \vartheta)$ — вектор единичной нормали к левому берегу разреза; $T = 2\pi/\mu$ — период; μ — количество разрезов.

Исходя из соотношений теории пологих анизотропных оболочек с собственными на-

пряжениями [3, 4], представим компоненты тензора малой деформации как

$$e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^0 \quad (i, j = 1, 2).$$

Здесь e_{ij} — компоненты тензора полной деформации; e_{ij}^0 — компоненты тензора свободной от напряжений деформации; e_{ij}^e — компоненты тензора упругой деформации, вызванной действием собственных напряжений σ_{ij} , связь с которыми обеспечивается обобщенным законом Гука для анизотропных тел.

Введем в рассмотрение вместо собственных напряжений σ_{ij} статически эквивалентные им усилия $\mathbf{N} = \{N_1, S, N_2\}^T$ и моменты $\mathbf{M} = \{M_1, H, M_2\}^T$, а вместо компонент тензора малой деформации e_{ij} — компоненты деформации срединной поверхности оболочки $\boldsymbol{\epsilon} = \{\epsilon_{11}, \epsilon_{12}, \epsilon_{22}\}^T$, $\boldsymbol{\kappa} = \{\kappa_{11}, 2\kappa_{12}, \kappa_{22}\}^T$ (т — операция транспонирования), которые в свою очередь связаны известными соотношениями с перемещениями срединной поверхности $u_i = u_i(\alpha_1, \alpha_2)$ ($i = 1, 2$), $w = w(\alpha_1, \alpha_2)$ и с углами поворота $\theta_i = \theta_i(\alpha_1, \alpha_2) = \partial_i w / R$, $\partial_i = \partial / \partial \alpha_i$ ($i = 1, 2$) [3—5].

Исходя из закона Гука и сделанных выше предположений, представим связь усилий и моментов с деформациями срединной поверхности оболочки в матричной форме [4, 5]

$$(1.1) \quad \mathbf{N} = \mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon}^e, \quad \mathbf{M} = \mathbf{D}\boldsymbol{\kappa}^e;$$

$$(1.2) \quad \epsilon_{ij}^e = \epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^0, \quad \kappa_{ij}^e = \kappa_{ij} - \kappa_{ij}^0,$$

$$\epsilon_{ij}^0 = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h e_{ij}^0 d\gamma, \quad \kappa_{ii}^0 = \frac{3}{2h} \int_{-h}^h e_{ii}^0 \gamma d\gamma,$$

$$2\kappa_{12}^0 = \frac{3}{2h} \int_{-h}^h e_{12}^0 \gamma d\gamma,$$

где \mathbf{C} , \mathbf{D} — матрицы жесткости оболочки, компоненты которых связаны с упругими характеристиками слоев.

Уравнение равновесия оболочки с собственными напряжениями без учета поверхностной нагрузки можно записать в операторном виде [4]

$$(1.3) \quad \mathbf{F}_N \mathbf{N} + R^{-1} \mathbf{F}_M \mathbf{M} = 0;$$

$$(1.4) \quad \mathbf{F}_N = \begin{bmatrix} \partial_1 & \partial_2 & 0 \\ 0 & \partial_1 & \partial_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\partial_1^2 & -2\partial_1 \partial_2 & -\partial_2^2 \end{bmatrix}.$$

Вводя обозначение $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, w\}^T$, перепишем (1.1) с учетом (1.2) и (1.4):

$$(1.5) \quad \mathbf{N} = R^{-1} \mathbf{G}_N \mathbf{u} - \mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon}^0, \quad \mathbf{M} = R^{-2} \mathbf{G}_M \mathbf{u} - \mathbf{D}\boldsymbol{\kappa}^0,$$

$$\mathbf{G}_N = \mathbf{C}\mathbf{F}_N^T, \quad \mathbf{G}_M = \mathbf{D}\mathbf{F}_M^T.$$

Подставляя (1.5) в (1.3), получим систему уравнений теории пологих анизотропных оболочек с собственными напряжениями в перемещениях:

$$(1.6) \quad \mathbf{L}\mathbf{u} = \mathbf{R}\mathbf{G}_N^T \boldsymbol{\epsilon}^0 + \mathbf{G}_M^T \boldsymbol{\kappa}^0.$$

Здесь $\mathbf{L} = \mathbf{F}_N \mathbf{C} \mathbf{F}_N^T + R^{-2} \mathbf{F}_M \mathbf{D} \mathbf{F}_M^T$ — симметричный дифференциальный матричный оператор. Частное решение системы (1.6) может быть представлено в виде

$$(1.7) \quad \mathbf{u} = \mathbf{L}_* (\mathbf{R}\mathbf{G}_N^T \boldsymbol{\phi} + \mathbf{G}_M^T \boldsymbol{\psi}),$$

где \mathbf{L}_* — дифференциальный матричный оператор, элементы L_{*ij} которого являются алгебраическими дополнениями элементов L_{ij} симметричной мат-

рицы L , а векторные функции $\varphi = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}^T$ и $\psi = \{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}^T$ удовлетворяют уравнениям

$$(1.8) \quad \Delta\varphi = \epsilon^0, \quad \Delta\psi = \kappa^0, \quad \Delta = \det \|L\|.$$

Дифференциальный оператор восьмого порядка Δ запишем в форме

$$(1.9) \quad \Delta = R^{-2}\Omega\Delta, \quad \Delta = \Delta^8 + R^2\partial_1, \quad \Delta^8 = R_*^4 Q_*^4, \quad \Omega = \det \|C\|.$$

Здесь $R_*^4 = D_{11}\partial_1^4 + 4D_{16}\partial_1^3\partial_2 + 2(D_{12} + 2D_{66})\partial_1^2\partial_2^2 + 4D_{26}\partial_1\partial_2^3 + D_{22}\partial_2^4$; $Q_*^4 = A_{22}\partial_1^4 - 2A_{26}\partial_1^3\partial_2 + (A_{66} + 2A_{12})\partial_1^2\partial_2^2 - 2A_{16}\partial_1\partial_2^3 + A_{11}\partial_2^4$; D_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$) — элементы матрицы D ; A_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$) — элементы матрицы, обратной к C [5].

Очевидно, что напряженное состояние в оболочке с системой разрезов носит T -периодический характер. Не нарушая общности, ограничимся при проведении дальнейших рассуждений случаем единичного разреза: $\alpha_1 = -n_2\lambda$, $\alpha_2 = n_1\lambda$, $|\lambda| \leq \lambda_0$.

Решение уравнения равновесия должно удовлетворять заданному вдоль контура разреза значению граничного вектора обобщенных в смысле Кирхгофа усилий и моментов [4]:

$$(1.10) \quad T = VN + R^{-1}WM;$$

$$(1.11) \quad V = \begin{bmatrix} n_1^2 & 2n_1n_2 & n_2^2 \\ -n_1n_2 & n_1^2 - n_2^2 & n_1n_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$W = \begin{bmatrix} -n_1^2n_2^2 & 2n_1^3n_2 & n_1^2n_2^2 \\ -n_1^3n_2 & 2n_1^4 & n_1^3n_2 \\ n_1^2 & 2n_1n_2 & n_2^2 \\ n_1^2\partial_1' + 2n_1n_2\partial_2' & 2(n_1n_2\partial_1' + (n_1^2 - n_2^2)\partial_2') & n_2^2\partial_1' + 2n_1n_2\partial_2' \end{bmatrix}$$

$$(\partial_1' = n_1\partial_1 + n_2\partial_2, \quad \partial_2' = -n_2\partial_1 + n_1\partial_2).$$

2. Рассмотрим задачу о равновесии цилиндрической оболочки, находящейся под действием заданной внешней нагрузки, к берегам разреза которой приложены равные по значению и противоположно направленные компоненты граничного вектора обобщенных усилий и моментов $T^\pm = T(\xi_1(\lambda) \pm n_1 0, \xi_2(\lambda) \pm n_2 0)$, $|\lambda| \leq \lambda_0 = R^{-1}l_0$. Напряженное состояние в оболочке представим в виде суммы основного напряженного состояния, вызванного действием внешней нагрузки, и возмущенного напряженного состояния, вызванного наличием разреза. Обозначим векторы обобщенных усилий и моментов, возникающих в оболочке с разрезом вследствие действия внешней нагрузки при заданных граничных условиях (на разрезе) через N^1, M^1 , а усилия и моменты в оболочке без разреза (при действии той же самой внешней нагрузки) — через N^2, M^2 . В силу линейности задачи усилия и моменты в оболочке с разрезом представим в виде $N^1 = N^2 + N$, $M^1 = M^2 + M$, где N, M — векторы обобщенных усилий и моментов, обусловленные наличием в оболочке разреза (возмущенное напряженное состояние) [3]. Основное напряженное состояние считаем известным. Кроме того, ограничимся рассмотрением только тех случаев, когда берега разреза в результате деформации оболочки не контактируют между собой.

Таким образом, на линии разреза возмущенное напряженное состояние должно удовлетворять условию

$$(2.1) \quad T^+ = T^- = f(\xi_1(\lambda), \xi_2(\lambda)), \quad |\lambda| \leq \lambda_0 = R^{-1}l_0,$$

где $f = T^1 - T^2$, а знаками $+$ и $-$ отмечены граничные значения на левом и правом берегах разреза.

Поставим в соответствие рассматриваемой оболочке с разрезом идентичную сплошную оболочку с сосредоточенными на линии разреза внут-

ренными источниками напряжений (дислокациями и дисклинациями). При этом потребуем такого распределения плотностей этих источников вдоль линии разреза, чтобы обусловленное ими напряженное состояние тождественно совпадало с напряженным состоянием в оболочке с разрезом. Согласно (2.1), усилия и моменты сохраняют непрерывность в произвольной точке оболочки, а функции, описывающие перемещения u_1, u_2, w и углы поворота θ_1, θ_2 , претерпевают разрывы первого рода при переходе через линию разреза. Дифференцируя их как обобщенные функции на основании (1.2), выразим компоненты деформаций $\epsilon_{ij}^0, \kappa_i^0$ через сосредоточенные на линии разреза функционалы, плотности которых есть комбинации скачков перемещений и углов поворота [3]:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \epsilon_{ii}^0 &= R^{-1} (n_i [u_i], \delta)_L \quad (i = 1, 2), \\ \epsilon_{12}^0 &= R^{-1} ((n_2 [u_1] + n_1 [u_2]), \delta)_L, \\ \kappa_i^0 &= -R^{-1} ((n_i [\theta_i], \delta)_L + R^{-1} (n_i [w], \partial_i \delta)_L) \quad (i = 1, 2), \\ \kappa_{12}^0 &= -R^{-2} ((n_1 \partial_1 + n_2 \partial_2) [w], \delta)_L. \end{aligned}$$

Здесь $\delta = \delta(\alpha_1, \alpha_2) = \delta(\alpha_1) \delta(\alpha_2)$ — дельта-функция; $[f] = f^+ - f^-$ — скачок функции f при переходе через линию разреза; $(f, g)_L = \int f(\xi_1(\lambda), \xi_2(\lambda)) g(\alpha_1 - \xi_1(\lambda), \alpha_2 - \xi_2(\lambda)) d\lambda$ — интеграл свертки функций f и g по линии разреза $|\lambda| \leq \lambda_0$. Таким образом, деформации $\epsilon_{ij}^0, \kappa_i^0$ ($i, j = 1, 2$) соответствуют распределенным вдоль линии разреза в сплошной оболочке сосредоточенным факторам, плотности которых есть комбинации скачков перемещений и углов поворота.

Воспользуемся фундаментальным решением $E(\alpha_1, \alpha_2)$ оператора восьмого порядка Δ из (1.9) [5] и в силу (1.6)—(1.9) запишем разрешающие функции $\Phi(\alpha_1, \alpha_2), \Psi(\alpha_1, \alpha_2)$ в виде

$$\Phi = R^2 \Omega^{-1} (\epsilon^0, E)_L, \quad \Psi = R \Omega^{-1} (\kappa^0, E)_L$$

или с учетом (1.11), (2.2) в виде

$$(2.3) \quad \Phi = R^2 \Omega^{-1} (\Phi, V^T E)_L, \quad \Psi = R \Omega^{-1} (\Phi, W^T E)_L,$$

где $\Phi = \{R^{-1} [u_v], R^{-1} [u_\tau], -[\theta_v], -R^{-1} [w]\}^T$ — вектор скачков обобщенных в смысле Кирхгофа перемещений и углов поворота при переходе через линию разреза (индексами v и τ обозначены нормальные и тангенциальные компоненты).

Используя соотношения (1.5), (1.8), (2.3), получим интегральное представление вектора обобщенных усилий и моментов возмущенного состояния оболочки:

$$(2.4) \quad T = (\Phi, T_* E)_L.$$

Здесь $T_* = [T_{*ij}]$ ($i, j = \overline{1, 4}$) — дифференциальный симметричный матричный оператор с частными производными до восьмого порядка включительно:

$$\begin{aligned} T_* &= \Omega^{-1} (R^2 V N_\varphi V^T + V N_\psi W^T + W M_\varphi V^T + W M_\psi W^T), \\ N_\varphi &= G_N L_* G_N^T - C \Lambda, \quad N_\psi = G_N L_* G_M^T, \\ M_\psi &= R^{-2} G_M L_* G_M^T - D \Lambda, \quad M_\varphi = G_M L_* G_N^T. \end{aligned}$$

3. Подставим интегральное представление усилий и моментов возмущенного напряженного состояния оболочки (2.4) в граничное условие (2.1) и, понижая порядок частных производных оператора T_* таким образом, чтобы в интегральном представлении не присутствовали дифференциалы выше седьмого порядка, построим систему четырех сингулярных интегральных уравнений для определения четырех неизвестных функций φ_i ($i = \overline{1, 4}$):

$$(3.1) \quad \sum_{i=1}^4 \int_{-1}^1 \varphi_i(x) K_{ij}(x-y) dx = F_j(y) \quad (j = \overline{1, 4}).$$

Здесь $\varphi_m(z) = \Phi_m'(\lambda)$; $\varphi_4(z) = \Phi_4''(\lambda)$; $F_m(z) = f_m(\lambda)$; $F_4(z) = \int f_4(\lambda) d\lambda + C_0$ ($m = \overline{1, 3}$); $\lambda = \lambda_0 z$ ($|z| \leq 1$); C_0 — константа интегрирования.

Решение системы (3.1) должно удовлетворять дополнительным ограничениям [3]

$$(3.2) \quad \int_{-1}^1 \varphi_i(x) dx = 0 \quad (i = \overline{1, 4}), \quad \int_{-1}^1 x \varphi_4(x) dx = 0,$$

которые обеспечивают однозначность перемещений и углов поворота в вершинах разреза и служат для определения константы C_0 .

Ядра K_{ij} ($i, j = \overline{1, 4}$) имеют особенность типа Коши, и сингулярные интегралы в (3.1) понимаются в смысле главного значения по Коши. Поведение решений в окрестности особых точек, которыми являются вершины разреза, известно [3, 6], и искомые функции $\varphi_i(x)$ ($i = \overline{1, 4}$) могут быть представлены в виде

$$\varphi_i(x) = (1-x)^{-1/2} \varphi_i^0(x) \quad (i = \overline{1, 4}),$$

где $\varphi_i^0(x)$ — новая неизвестная функция, непрерывная и ограниченная на отрезке $|x| \leq 1$.

Приближенное решение системы (3.1), (3.2) строим с помощью метода механических квадратур, который позволяет свести исходную систему сингулярных интегральных уравнений к системе линейных алгебраических уравнений для определения новых неизвестных функций $\varphi_i^0(x_m)$ ($i = \overline{1, 4}$) в заданных точках разбиения отрезка интегрирования $x_m = \cos((2m-1) \times \pi/2M)$ ($m = \overline{1, M}$), являющихся корнями многочлена Чебышева первого рода $T_M(x) = \cos(M \arccos(x))$ [7]:

$$\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^4 \varphi_i^0(x_m) K_{ij}(x_m - y_r) = (M/\pi) F_j(y_r) \quad (r = \overline{1, M-1}),$$

$$\sum_{m=1}^M \varphi_i^0(x_m) = 0 \quad (i = \overline{1, 4}), \quad \sum_{m=1}^M x_m \varphi_4^0(x_m) = 0.$$

Здесь $y_r = \cos(r\pi/M)$ ($r = \overline{1, M-1}$) — корни многочлена Чебышева второго рода $U_{M-1} = \sin(M \arccos(x)) (1-x^2)^{-1/2}$.

Предельные значения $\varphi_i^0(\pm 1)$ ($i = \overline{1, 4}$) вычисляются с использованием интерполяционных формул Лагранжа по чебышевским узлам:

$$\varphi_i^0(1) = (1/M) \sum_{m=1}^M (-1)^{m+1} \varphi_i^0(x_m) \operatorname{ctg}((2m-1)\pi/4M),$$

$$\varphi_i^0(-1) = (1/M) \sum_{m=1}^M (-1)^{m+M} \varphi_i^0(x_m) \operatorname{tg}((2m-1)\pi/4M).$$

В качестве характеристики напряженно-деформированного состояния оболочки с разрезом рассматриваются коэффициенты интенсивности напряжений [3]:

$$K_i = R^{\delta_i} \lim_{\rho \rightarrow 0} (l_0^{\delta_i} (2\rho/l_0)^{1/2} T_i(\lambda_0 + R^{-1}\rho)) \quad (i = \overline{1, 4})$$

($T_i(\lambda_0 + R^{-1}\rho)$ ($i = \overline{1, 4}$) — компоненты вектора обобщенных усилий и моментов (1.10) на продолжении линии разреза). Их значения в окрестности вершины разреза можно определить, сохраняя лишь главные члены в интегральных представлениях (2.4) путем замены функции Грина $E(\alpha_1, \alpha_2)$ ее главным значением $E_*(\alpha_1, \alpha_2)$: $\Delta^8 E_*(\alpha_1, \alpha_2) = \delta(\alpha_1, \alpha_2)$ (Δ^8 — дифференциальный оператор из (1.9)).

4. Ниже приведены результаты расчетов цилиндрической оболочки, ослабленной окружным разрезом (нормаль к контуру разреза направлена вдоль линии α_1), берега которого свободны от напряжений, а на бесконечности заданы постоянное растягивающее усилие $N_1^\infty = P$ либо постоянное сдвигающее усилие $S^\infty = P$. Берега разреза во время деформирования не должны вступать в контакт, поэтому в процессе решения проверялось выполнение

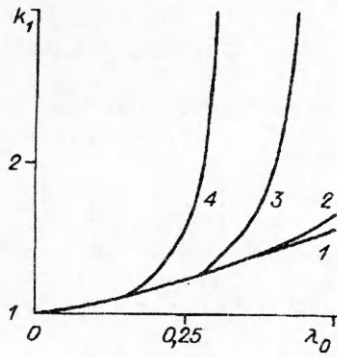


Рис. 2

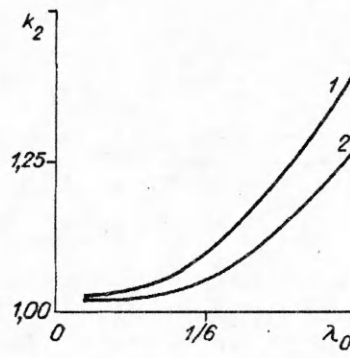


Рис. 3

условия $[u_1(\alpha_2)] \pm h[\theta_1(\alpha_2)] > 0$, $|\alpha_2| < \lambda_0$. Расчеты проводились для оболочки, составленной из ортотропных монослоев, упругие характеристики которых $E_{11} = 145$ ГПа, $E_{22} = 9,5$ ГПа, $G_{12} = 5,2$ ГПа, $\nu_{12} = 0,31$ (материал 1); $E_{11} = 255$ ГПа, $E_{22} = 159$ ГПа, $G_{12} = 50$ ГПа, $\nu_{12} = 0,23$ (материал 2).

На рис. 2 показаны графики относительного коэффициента интенсивности напряжений $k_1 = K_1/P$ для ортотропной оболочки из материала 1, находящейся под действием растягивающего усилия $N_1^{\infty} = P$. Радиус оболочки $R = 1$ м, толщина $h = 0,01$ м. Оболочка имеет периодическую систему $\mu = 1; 5; 7; 10$ окружных разрезов (кривые 1—4 соответственно). При увеличении числа разрезов их взаимодействие оказывает существенное влияние на величину k_1 .

На рис. 3 приведены графики относительного коэффициента интенсивности напряжений $k_2 = K_2/P$ в ортотропной оболочке из материала 2 при действии сдвигающего усилия $S^{\infty} = P$. Расчеты были выполнены для оболочки с относительной толщиной $h/R = 1/60; 1/30$ (кривые 1, 2). Видно, что значение k_2 существенно зависит как от параметра λ_0 , так и от относительной толщины оболочки.

На основе изложенного подхода к исследованию напряженно-деформированного состояния анизотропных слоистых оболочек с разрезом можно провести анализ влияния на остаточную прочность оболочки с разрезом таких параметров задачи, как вид внешней нагрузки, размеры оболочки и разреза, порядок укладки монослоев. В качестве иллюстрации влияния на остаточную прочность длины разреза и толщины оболочки приведены результаты расчетов ортотропной оболочки из материала 1 с окружным разрезом при действии растягивающего усилия $N_1^{\infty} = P$. Расчеты были выполнены с использованием деформационного критерия [8], справедливость которого подтверждается экспериментальными данными для широкого класса слоистых композитных материалов с различными типами укладки слоев. На рис. 4 изображены графики критической нагрузки $\sigma^* = N_1^*/2h$. Главное направление ортотропии совпадает с направлением α_1 , радиус оболочки $R = 1$ м, толщина оболочки

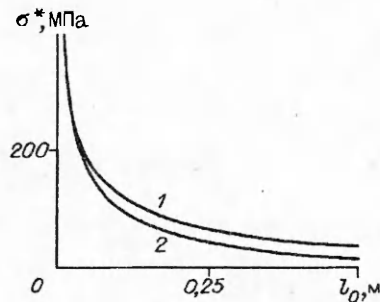


Рис. 4

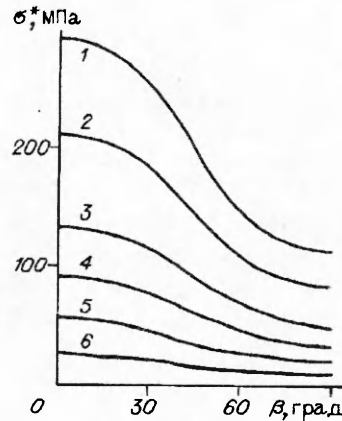


Рис. 5

M	k_1	σ^* , МПа	Вре- мя счета, мин
5	1,5454179694	37,5390134387	5
9	1,5821835276	36,6673077758	15
15	1,5822903898	36,6648330731	45

$2h = 0,02; 0,002$ м (кривые 1, 2). Анализ графиков показывает, что критическая нагрузка заметно падает с увеличением длины разреза и для больших длин разрезов зависит также от толщины оболочки.

На рис. 5 представлены результаты расчетов критической нагрузки σ^* слоистой оболочки с окружным разрезом,

находящейся под действием постоянного растягивающего усилия $N_1^\infty = P$. Расчеты выполнены для различных укладок вида $[0; \pm\beta; 90^\circ]$, с одинаковой толщиной монослоев (внутри квадратных скобок указаны углы между главными направлениями ортотропии монослоев и осью α_1 , индекс s означает симметрию в расположении монослоев относительно срединной поверхности). Упругие характеристики монослоев соответствуют материалу 1. Радиус оболочки $R = 1$ м, толщина $2h = 0,02$ м, длина разреза $l_0 = 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5$ м (кривые 1—6). Результаты расчетов показывают, что с увеличением β и длины разреза критическая нагрузка существенно уменьшается.

В рассмотренных задачах удовлетворительная точность численного решения сингулярных интегральных уравнений достигалась при достаточно грубом разбиении отрезка интегрирования. Все расчеты были выполнены для $M = 5$ чебышевских узлов. В случае необходимости количество узлов интегрирования увеличивалось до $M = 9$. В таблице для $M = 5, 9, 15$ приведены результаты расчетов ортотропной оболочки из материала 1, находящейся под действием растягивающего усилия $N_1^\infty = P$ ($R = 1$ м, $h = 0,01$ м, $l_0 = 0,5$ м). Видно, что увеличение числа узлов интегрирования от $M = 5$ до $M = 9$ дает уточнение результатов порядка 2—3 %, при этом время счета возрастает в 3 раза. При $M = 15$ время счета возрастает еще в 3 раза, однако результаты расчетов при этом уточняются лишь в пятой значащей цифре.

Приведенные выше примеры позволяют сделать вывод об эффективности и простоте предложенного метода расчета напряженного состояния и оценки остаточной прочности полимерных композитных оболочек с разрезами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Селихов А. Ф., Кутыинов В. Ф., Ушаков А. Е. Особенности обеспечения прочности и ресурса авиаконструкций, выполненных из полимерных композитных материалов, с учетом их повреждаемости. I. Основные положения // Механика композит. материалов.— 1990.— № 3.
2. Cang K. Y., Sheng Liu, Chang F. K. Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subjected to tensile loadings // J. Composite Mater.— 1991.— V. 25, N 3.
3. Осадчук В. А. Напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие оболочек с разрезами.— Киев: Наук. думка, 1985.
4. Амбарцумян С. А. Теория анизотропии оболочек.— М.: Физматгиз, 1961.
5. Максименко В. М., Фильштинский Л. А. Упругое поведение анизотропных оболочек под действием нагрузок, сосредоточенных на линиях // Изв. АН СССР. МТТ.— 1974.— № 5.
6. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения.— М.: Физматгиз, 1962.
7. Белоцерковский С. М., Лифанов И. К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях.— М.: Наука, 1985.
8. Poe C. C. A unifying strain criterion for fracture of fibrous composite laminates // Engng Fract. Mech.— 1983.— V. 17, N 2.

г. Новосибирск

Поступила 22/II 1993 г.