

АТМОСФЕРНАЯ РАДИАЦИЯ, ОПТИЧЕСКАЯ ПОГОДА И КЛИМАТ

УДК 551.510

**Оптимальное управление процессом  
применения искусственных сульфатных аэрозолей  
для смягчения глобального потепления**

**С.А. Солдатенко, Р.М. Юсупов\***

*Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН  
199178, г. Санкт-Петербург, 14-я линия В.О., 39*

Поступила в редакцию 23.07.2018 г.

Рассмотрена задача оптимального управления процессом преднамеренного воздействия на климатическую систему Земли с целью стабилизации глобальной приповерхностной температуры. Преднамеренное воздействие на климатическую систему осуществляется посредством управляемого радиационного возмущения, создаваемого искусственным аэрозолем, инжектируемым в стратосферу. Объект управления описывается двухкомпонентной энергобалансовой моделью, подверженной радиационному воздействию, которое обусловлено увеличением концентрации парниковых газов в атмосфере. Антропогенное воздействие на климатическую систему задается в соответствии со сценариями семейства RCP, а также со сценарием, соответствующим увеличению содержания парниковых газов на 1% в год. Управляющей переменной служит альbedo искусственно создаваемого аэрозольного слоя. Оптимальное управление и соответствующая ему фазовая траектория системы получены аналитически с использованием принципа максимума Понтрягина. Рассмотренный подход может служить основой для разработки сценариев воздействия на климатическую систему с использованием различных методов геоинженерии.

*Ключевые слова:* оптимальное управление, геофизическая кибернетика, климатический инжиниринг, модификация погоды, глобальное потепление; *optimal control, geophysical cybernetics, climate engineering, weather modification, global warming.*

**Введение**

Непрерывный рост концентрации парниковых газов (ПГ) в атмосфере, обусловленный антропогенной деятельностью, а также изменение свойств подстилающей поверхности как результат освоения новых земель воздействуют на радиационный баланс Земли и, таким образом, служат одной из важнейших причин глобальных изменений, происходящих в земной климатической системе (ЗКС) [1]. Согласно имеющимся оценкам [2] в 2017 г. среднеглобальная приповерхностная температура  $T_{\text{сfc}}$  превысила доиндустриальный уровень примерно на 1,1 °С. Парижское соглашение по климату 2015 г. выдвигает амбициозную цель: удерживать прирост средней температуры на планете в пределах заведомо ниже 2 °С, а по возможности не выше 1,5 °С по сравнению с доиндустриальным периодом [3]. Достижение этой цели предполагается обеспечить за счет перехода к низкоуглеродному развитию. Принимаемые меры по снижению выбросов ПГ вряд ли дадут желаемый эффект в краткосрочной перспективе [4–8], и, вероятнее всего, нагрев нашей планеты продолжится в текущем столетии [9, 10]. Ряд исследователей и политиков в качестве дополнительной меры смягчения негативных последствий

изменения климата рассматривают возможность реализации проектов планетарного масштаба, направленных на активное вмешательство в климатические процессы посредством управления потоком солнечного излучения, поступающего на верхнюю границу земной атмосферы (ВГА). Серьезность намерений реализовать проекты данного типа подтверждают официальное заявление Американского геофизического союза относительно необходимости расширения исследований геоинженерных методов стабилизации климата, включая физические, климатические, социальные, этические и политические аспекты [11], а также «Белая книга» [12], посвященная данной проблематике.

Управление потоком солнечного излучения может быть обеспечено за счет контролируемого введения в стратосферу газов-предшественников сульфатных аэрозолей (например, двуокиси серы  $\text{SO}_2$  или сероводорода  $\text{H}_2\text{S}$ ), которые вследствие фотохимических реакций продуцируют образование мелкодисперсных частиц сульфатного аэрозоля (растворов серной кислоты) [13–15]. Сульфатный аэрозоль, как известно [16], является средой, слабо поглощающей солнечное излучение в ИК-спектре и чисто рассеивающей в видимом диапазоне. Целе-направленное введение искусственных сульфатных аэрозолей в стратосферу приводит к увеличению планетарного альbedo Земли  $\alpha_0$ , а значит, к изменению радиационного баланса на ВГА. Отметим, что возрастание  $\alpha_0$  на 1% уменьшает поток солнечного

\* Сергей Анатольевич Солдатенко (prof.soldatenko@yandex.ru); Рафаэль Мидхатович Юсупов (yusupov@iias.spb.su).

излучения, приходящий на ВГА, на  $\sim 3,4 \text{ Вт/м}^2$ , что сопоставимо с радиационным эффектом удвоения концентрации атмосферного углекислого газа ( $\sim 4 \text{ Вт/м}^2$ ).

Обсуждение геонженерных проектов с использованием искусственных стратосферных аэрозолей отражено в многочисленных публикациях (см., например, [17–25] и ссылки в этих работах). На данный момент основным методом оценки эффективности применения искусственных аэрозолей для стабилизации климата Земли остается численное моделирование, основанное на моделях разной степени сложности, поведение которых изучается, как правило, при заданных сценариях увеличения концентрации ПГ в атмосфере (см., например, [26–32]). В качестве таких сценариев могут быть использованы «Репрезентативные траектории концентраций» (RCP-сценарии) [33], одобренные Межправительственной группой экспертов по изменению климата (МГЭИК) [1].

Сценарии преднамеренного воздействия на ЗКС носят более субъективный характер, поскольку геонженерные проекты рассматриваются, как правило, вне рамок теории экстремальных задач без строгой формулировки целей и методов их достижения. Соответственно, ожидаемые конечные результаты таких проектов выглядят довольно аморфными и трудно реализуемыми. Вследствие этого может возникнуть потребность в оценке эффективности достаточно большого количества вариантов воздействия на ЗКС, что при использовании глобальных моделей климата в качестве инструмента исследования становится технически трудно реализуемой задачей. Исключить перебор возможных вариантов (сценариев) преднамеренного воздействия на ЗКС позволяет метод проектирования систем климатического инжиниринга, основанный на общей теории управления (см., например, [30, 34–38]). В рамках данного подхода удается построить итерационную процедуру, с помощью которой можно вычислить генерируемый искусственным аэрозолем негативный радиационный форсинг, способный частично или полностью компенсировать положительный радиационный форсинг, обусловленный наличием в атмосфере углекислого газа и других ПГ.

Однако при таком подходе желательный результат геонженерных проектов формулируется вне рамок оптимизационной задачи, поэтому совсем не очевидно, что получаемое решение является в некотором смысле оптимальным. К тому же реализация геонженерных проектов предполагает наличие различного рода ресурсов, которые в реальности могут быть ограниченными. Ограничения на ресурсы в ранее выполненных работах математически не формализуются, что может вызвать ряд вопросов относительно возможности технически реализовать проект. Если анализировать ЗКС как (замкнутую) систему управления, то проблему геонжиниринга можно свести к экстремальной задаче, цель которой сводится к отысканию экстремума некоторого функционала, формально описывающего цель управления при наличии ограничений, накладываемых на фазовые координаты и функции управления [39, 40]. Тогда оптимальный для заданного функционала закон управления и соответствующая ему фазовая траектория системы могут быть найдены в результате решения экстремальной задачи.

В данной работе рассмотрен процесс применения сульфатных аэрозолей для смягчения глобального потепления, обусловленного антропогенным воздействием, с позиций теории оптимального управления (ОУ) с использованием двухкомпонентной энергобалансовой модели климатической системы (ЭБМ) [41–43]. Оптимальный закон управления (изменение во времени альbedo искусственного аэрозольного слоя) для показателя качества, характеризующего массовый расход аэрозоля, и соответствующая ему оптимальная фазовая траектория управляемого объекта получены аналитически. Предложенный метод может служить основой для разработки сценариев управления ЗКС, эффективность которых в дальнейшем целесообразно оценить с помощью глобальных моделей климата.

## Материалы и методы

Постановка задачи ОУ предусматривает задание математической модели управляемого объекта, описывающей эволюцию ЗКС под влиянием целенаправленных управляющих воздействий и внешних возмущений, а также формулировку цели управления, краевых условий и ограничений на управляющие переменные и траекторию климатической системы.

Моделью управляемого объекта служит глобально усредненная ЭБМ [41–43], состоящая из двух взаимодействующих подсистем — «быстрой» (атмосфера и верхний перемешанный слой океана) и «медленной» (глубинные слои океана). Будем полагать, что радиационный баланс ЗКС подвержен радиационному воздействию  $\Delta R_{GHG}$ , обусловленному увеличением концентрации ПГ в атмосфере, и радиационному воздействию  $\Delta R_A$ , вызванному искусственным стратосферным аэрозолем. Уравнения ЭБМ, описывающие эволюцию аномалий средней глобальной приповерхностной температуры  $T$  и температуры глубинных слоев океана  $T_D$  под влиянием радиационных воздействий  $\Delta R_{GHG}$  и  $\Delta R_A$ , запишем в следующем виде:

$$C \frac{dT}{dt} = -\lambda T - \gamma(T - T_D) + \Delta R_{GHG} + (1 - \alpha_0)\Delta R_A, \quad (1)$$

$$C_D \frac{dT_D}{dt} = \gamma(T - T_D), \quad (2)$$

где  $C$  и  $C_D$  — эффективные теплоемкости «быстрой» и «медленной» подсистем;  $\lambda$  — параметр обратной связи;  $\gamma$  — параметр, описывающий взаимодействие между подсистемами;  $\alpha_0 \approx 0,3$  — планетарное альbedo Земли. Величины  $C$  и  $C_D$  характеризуют тепловую инерцию «быстрой» и «медленной» подсистем, при этом  $C \ll C_D$ . Радиационный форсинг  $\Delta R_{GHG}$  описывается линейной функцией времени:  $\Delta R_{GHG} = \eta t$ , где параметр  $\eta$  характеризует скорость роста радиационного воздействия  $\Delta R_{GHG}$  (табл. 1).

Таблица 1

Годовая скорость увеличения радиационного возмущения  $\eta$  для различных сценариев концентраций ПГ

Сценарий	RCP8.5	1pctCO <sub>2</sub>	RCP6	RCP4.5
$\eta$ , Вт/м <sup>2</sup> · год	$7,14 \cdot 10^{-2}$	$5,29 \cdot 10^{-2}$	$3,814 \cdot 10^{-2}$	$2,17 \cdot 10^{-2}$

Примечание. Сценарий 1pctCO<sub>2</sub> соответствует увеличению содержания CO<sub>2</sub> на 1% в год.

При расчетах используются следующие значения параметров модели:  $C = 7,43$  Вт · год/(м<sup>2</sup> · К);  $C_D = 105,5$  Вт · год/(м<sup>2</sup> · К);  $\lambda = 1,13$  Вт/(м<sup>2</sup> · К);  $\gamma = 0,7$  Вт/(м<sup>2</sup> · К). Эти значения были получены в [44] с помощью специально разработанной процедуры калибровки двухкомпонентной ЭБМ, примененной к результатам глобального моделирования в рамках проекта по взаимному сравнению совместных моделей (Coupled Model Intercomparison Project Phase 5 – CMIP5) [45].

*Модель управления.* В рассматриваемой задаче преднамеренное воздействие на ЗКС осуществляется посредством управляемого радиационного возмущения  $\Delta R_A$ , создаваемого сульфатным аэрозолем, искусственно введенным в стратосферу. Для расчета радиационных аэрозольных эффектов используется схема [46], позволяющая получить следующее выражение для мгновенного радиационного форсинга  $\Delta R_A$ :

$$\Delta R_A = -\alpha_A Q_0. \quad (3)$$

Здесь  $\alpha_A \ll 1$  – альbedo аэрозольного слоя;  $Q_0 = I_0/4$  – средняя по земному шару инсоляция,  $I_0 = 1368$  Вт · м<sup>-2</sup> – солнечная постоянная.

В нашей задаче радиационное воздействие аэрозоля на ЗКС описывается слагаемым  $-(1 - \alpha_0)\alpha_A Q_0$  уравнения (1), поэтому в качестве управляющей переменной целесообразно выбрать альbedo аэрозольного слоя  $\alpha_A$ . Однако в реальности управление осуществляется скоростью эмиссии аэрозольных частиц  $E_A$ . Для ее определения по известному  $\alpha_A$  используется уравнение баланса массы аэрозоля

$$\frac{dM_A}{dt} = E_A - \frac{M_A}{\tau_A}, \quad (4)$$

где  $M_A$  – масса аэрозольных частиц;  $\tau_A$  – время их жизни в стратосфере ( $\tau_A \approx 2$  года [14, 47, 48]).

Можно показать [46, 49], что масса аэрозольных частиц  $M_A$  и альbedo аэрозольного слоя  $\alpha_A$  связаны линейным соотношением

$$M_A = \alpha_A (Q_0 S_e / \beta_A k_A), \quad (5)$$

где  $\beta_A = 24$  Вт/м<sup>2</sup> – эмпирический коэффициент [50, 51];  $k_A$  – массовый коэффициент экстинкции аэрозоля;  $S_e = 4\pi R_e^2$  – площадь поверхности земного шара,  $R_e = 6371$  км – земной радиус.

Таким образом, если массовый коэффициент экстинкции аэрозоля  $k_A$  и альbedo аэрозольного слоя  $\alpha_A$  известны, то масса  $M_A$  определяется с помощью соотношения (5). При выполнении расчетов  $k_A$  принимался равным  $7,6$  м<sup>2</sup>/г [21, 46].

В рамках геоинженерных проектов в стратосферу планируется инжестировать не частицы сульфатного аэрозоля, а газы-предшественники, поэтому в расчетах масса сульфатных аэрозолей и скорость их эмиссии выражаются обычно в единицах серы и обозначаются соответственно  $E_S$  (ТгS/год) и  $M_S$  (ТгS), принимая во внимание тот факт, что 1 Тг серы эквивалентен  $\sim 4$  Тг аэрозольных частиц [49]. С учетом (5) уравнение (4) переписывается в виде

$$\frac{d\alpha_A}{dt} = \chi^{-1} E_S - \frac{\alpha_A}{\tau_A}, \quad (6)$$

где  $\chi = Q_0 S_e / (4\beta_A k_A) \approx 2,39 \cdot 10^2$  ТгS.

Таким образом, если оптимальное управление  $\alpha_A^*(t)$  известно, то оптимальная скорость эмиссии сульфатных аэрозолей  $E_S^*(t)$ , обеспечивающая формирование аэрозольного слоя массы  $M_S^*(t)$ , вычисляется с помощью уравнения (6).

*Постановка задачи оптимального управления.* Задачу ОУ ЗКС будем рассматривать на конечном отрезке времени  $t = [t_0, t_f]$ , на котором поведение объекта управления описывается уравнениями (1) и (2) с заданными краевыми условиями

$$T(t_0) = 0, \quad T_D(t_0) = 0, \quad T(t_f) = T^f. \quad (7)$$

Так, в задаче левый конец фазовой траектории закреплен (т.е. фазовые переменные  $T$  и  $T_D$  при  $t_0$  определены). Правый конец для переменной  $T$  также закреплен, а для переменной  $T_D$  – свободен. Краевые условия (7) сформулированы с учетом того, что нас в первую очередь интересует изменение аномалии  $T$  под влиянием управляющих воздействий, тогда как поведение аномалии  $T_D$  имеет для нас вторичное значение.

Формулировка задачи ОУ предполагает определение области допустимых управлений. Принимая во внимание возможные физические ограничения, связанные с массой аэрозоля, которая может быть доставлена в стратосферу имеющимися техническими средствами, будем полагать, что область допустимых управлений представляет собой интервал  $[0, U]$ , где  $U$  – максимальное значение альbedo стратосферного аэрозольного слоя. Напомним, что альbedo и масса аэрозольного слоя линейно связаны друг с другом.

Задача ОУ формулируется следующим образом: *найти управляющую функцию  $\alpha_A(t)$  из класса допустимых, чтобы при выполнении наложенных на систему динамических ограничений (1) и (2), а также краевых условий (7) заданный функционал, характеризующий массовый расход аэрозоля*

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \alpha_A^2(t) dt, \quad (8)$$

*достиг минимального значения.*

В данной задаче краевое условие  $T(t_f) = T^f$  интерпретируется как допустимый прирост средней

приповерхностной температуры на планете на момент времени  $t = t_f$ .

*Метод решения задачи оптимального управления.* Для решения сформулированной задачи ОУ применим принцип максимума Понтрягина (ПМП) [52]. При отсутствии фазовых ограничений и ограничений на управление функция Гамильтона–Понтрягина имеет вид

$$H = -\frac{1}{2}\alpha_A^2 + \psi_1(-aT + bT_D + ct - q\alpha_A) + \psi_2(pT - pT_D), \quad (9)$$

где

$$a = (\lambda + \gamma)/C; \quad b = \gamma/C; \quad c = \eta/C; \\ q = (1 - \alpha_0)Q_0/C; \quad p = \gamma/C_D;$$

$\psi_1$  и  $\psi_2$  – множители Лагранжа, удовлетворяющие сопряженной системе уравнений

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial T} = a\psi_1 - p\psi_2, \quad (10)$$

$$\frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial T_D} = -b\psi_1 + p\psi_2. \quad (11)$$

Оптимальное управление, согласно ПМП, доставляет максимум функции (12) в любой фиксированный момент времени  $t \in [0, t_f]$ :

$$\alpha_A^* = \operatorname{argmax}_{\alpha_A \in [0, U]} H(u). \quad (12)$$

Соответствующее условие стационарности функции  $H$  записывается в виде

$$\frac{\partial H}{\partial \alpha_A} = -\alpha_A - q\psi_1 = 0. \quad (13)$$

Таким образом, для нахождения оптимального управления и порождаемой им оптимальной фазовой траектории ЗКС требуется решить систему четырех обыкновенных дифференциальных уравнений (1), (2), (10) и (11) с четырьмя неизвестными  $T$ ,  $T_D$ ,  $\psi_1$  и  $\psi_2$ . Три краевых условия (10) необходимо дополнить условием трансверсальности  $\psi_2(t_f) = 0$ , поскольку на правом конце (при  $t = t_f$ ) граничное условие для функции  $T_D$  не определено [53]. Приведем конечные выражения для оптимального альбедо аэрозольного слоя и соответствующей ему оптимальной аномалии приповерхностной температуры, полученные нами аналитически:

$$\alpha_A^*(t) = -C_1 q [v_{11} e^{\lambda_1 t} + v_{21} e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t_f} e^{\lambda_2 t}], \quad (14)$$

$$T^*(t) = C_1 (\alpha_1 e^{\lambda_1 t} - \alpha_2 e^{\lambda_2 t}) + C_3 e^{-\lambda_1 t} + C_4 e^{-\lambda_2 t} + w_1 t + w_2. \quad (15)$$

Здесь  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – собственные числа, а  $v_{11}$  и  $v_{21}$  – компоненты собственных векторов матрицы коэффициентов системы сопряженных уравнений (10)–(11);  $C_1$ ,  $C_3$  и  $C_4$  – произвольные постоянные, при этом произвольная постоянная  $C_2 = -C_1 e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t_f}$ ;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $w_1$  и  $w_2$  – известные функции собственных чисел  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , компонентов собственных векторов  $v_{11}$  и  $v_{21}$  и параметров  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $p$  и  $q$  (ввиду громоздкости мы эти функции не выписываем).

Если на аномалию приповерхностной температуры накладывается ограничение  $T \leq C_T$ , где константа  $C_T$  характеризует допустимый рост  $T$  на временном интервале  $t \in [t_0, t_f]$ , то задача ОУ существенно усложняется [53]. В этом случае для получения оптимального решения требуется учесть условие дополняющей нежесткости

$$\mu(t)S(T, t) = 0, \quad \mu(t) \geq 0, \quad (16)$$

где  $S(T, t) = C_T - T(t)$ ,  $\mu(t)$  – множитель Лагранжа.

## Результаты и их обсуждение

Расчеты выполнены для периода с 2020 по 2100 г. с использованием четырех сценариев увеличения концентраций ПГ: три сценария семейства RCP (RCP8.5, RCP6.0 и RCP4.5) и сценарий 1pctCO<sub>2</sub>. Будем полагать, что аномалии  $T$  и  $T_D$  вычисляются относительно 2020 г. Это означает, что  $T_{2020} = T_{D, 2020} = 0$ , где нижний индекс означает год, для которого определяется температурная аномалия.

Допустимое к 2100 г. увеличение  $T_{\text{sfc}}$ , обусловленное антропогенной деятельностью, определим в соответствии с Парижским соглашением, т.е. будем считать, что в 2100 г.  $T_{\text{sfc}}$  превысит доиндустриальный уровень на величину  $\Delta T_{2100} = 1,5$  °C. Тогда допустимая температурная аномалия  $T_{2100}$  в 2100 г. относительно 2020 г. составит  $T_{2100} = \Delta T_{2100} - \Delta T_{2020} = 0,4$  °C. Эта величина принимается за целевое значение аномалии приповерхностной температуры в 2100 г. и используется в качестве краевого условия для переменной  $T$  на правом конце фазовой траектории. Введем ограничение на увеличение  $T_{\text{sfc}}$  с 2020 по 2100 г. Если считать, что в течение этого периода рост глобальной температуры не должен превысить 2 °C (как того требует Парижское соглашение), то тогда  $C_T = 2$  °C –  $\Delta T_{2020} = 0,9$  °C.

В табл. 2 приведены результаты расчетов аномалий  $T$  и  $T_D$  в 2100 г., полученные на основе рассмотренной выше ЭБМ для различных сценариев изменения климата в предположении, что геонинженерные мероприятия не проводятся. По данным МГЭИК [1], к 2100 г. глобальная температура может подняться на 3,2–5,4 °C выше доиндустриального уровня, если мировая экономика будет развиваться в обычном режиме (business as usual), что соответствует сценарию RCP8.5. Для данного сценария рассчитанное с помощью ЭБМ увеличение  $T_{\text{sfc}}$  относительно доиндустриального уровня составляет 4,3 °C. Более того, анализ табл. 2 показывает, что не только для сценария RCP8.5, но и для всех остальных сценариев увеличения концентрации ПГ, рассматриваемых в настоящей статье, рассчитанная  $T_{\text{sfc}}$  превышает доиндустриальный уровень более чем на 2 °C. Следовательно, геонинженерные проекты могут рассматриваться в качестве одной из радикальных мер стабилизации среднеглобальной приповерхностной температуры и достижения целей Парижского соглашения.

Таблица 2

Аномалии  $T$  и  $T_D$  в 2100 г., вычисленные относительно 2020 г. В скобках приведены аномалии приповерхностной температуры, вычисленные относительно доиндустриального уровня

Сценарий	RCP8.5	1pctCO <sub>2</sub>	RCP6	RCP4.5
$T$ , К	3,2 (4,3)	2,3 (3,4)	1,7 (2,8)	1,0 (2,1)
$T_D$ , К	0,7	0,5	0,4	0,2

При отсутствии ограничений на управление и фазовую координату  $T$  полученное оптимальное альbedo аэрозольного слоя  $\alpha_A^*(t)$  обеспечивает достижение цели управления в 2100 г., определяемого краевым условием  $T_{2100} = 0,4$  °C. При этом, однако, для всех сценариев, за исключением RCP4.5, вычисленная температурная аномалия внутри рассматриваемого временного интервала превышает допустимый уровень, определяемый ограничением  $C_T$ . Таким образом, имеет место некоторый недопустимый «перегрев» (overshooting). В табл. 3 приведены максимальные значения аномалий  $T$  (т.е. величины «перегрева»), вычисленные на временном интервале с 2020 по 2100 г. для различных сценариев увеличения концентрации ПГ при отсутствии ограничений на альbedo аэрозольного слоя и аномалию  $T$ .

Таблица 3

Максимальные значения аномалий  $T$  в интервале с 2020 по 2100 г., вычисленные для различных сценариев при отсутствии фазового ограничения

Сценарий	RCP8.5	1pctCO <sub>2</sub>	RCP6	RCP4.5
$T$ , К	2,5	1,8	1,3	0,8

Суммарные массы аэрозоля  $M_{S,tot}$ , инжектированного в стратосферу с 2020 по 2100 г., обеспечивающие формирование аэрозольного слоя с оптимальным альbedo  $\alpha_A^*(t)$  при отсутствии ограничений на управление и фазовую координату  $T$ , приведены в табл. 4.

Таблица 4

Суммарная масса аэрозоля  $M_{S,tot}$  (Тг), инжектированного в стратосферу в период с 2020 по 2100 г.

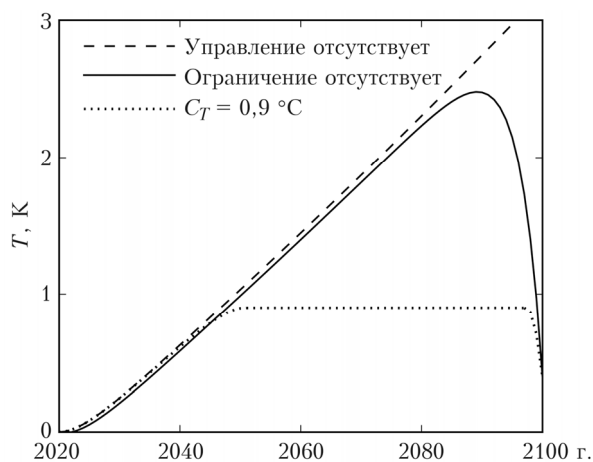
Сценарий	RCP8.5	1pctCO <sub>2</sub>	RCP6	RCP4.5
$M_{S,tot}$ (фазовое ограничение отсутствует)	36,5	25,6	17,0	7,7
$M_{S,tot}$ ( $C_T = 0,9$ °C)	73,6	44,5	23,3	—

Представленные в этой таблице значения  $M_{S,tot}$  можно рассматривать в качестве нижней оценки оптимального количества сульфатного аэрозоля, необходимого для достижения в 2100 г. поставленной цели  $T_{2100} = 0,4$  °C. Однако указанных в табл. 4 значений массы аэрозоля недостаточно для устранения нежелательного «перегрева», поскольку введение ограничения на рост температурной аномалии  $T$  с целью устранения в рассматриваемый промежуток времени «перегрева» потребует дополнительного расхода аэрозоля. Именно поэто-

му данные табл. 4 рассматриваются как «нижняя оценка» количества аэрозоля, необходимого для обеспечения процесса управления приповерхностной глобальной температурой.

Учет фазового ограничения, определяемого величиной  $C_T$ , позволяет получить оптимальное альbedo  $\alpha_A^*(t)$ , обеспечивающее выполнение целевого значения температурной аномалии  $T_{2100} = 0,4$  °C при одновременном ограничении роста  $T$  в течение анализируемого периода времени.

В качестве примера рассмотрим более подробно результаты расчетов для RCP8.5, являющегося наиболее консервативным сценарием увеличения содержания ПГ. На рис. 1 показаны температурные аномалии  $T$ , вычисленные без учета и с учетом управляемого аэрозольного воздействия на ЗКС. При отсутствии аэрозольного воздействия аномалия  $T$  увеличивается со временем практически линейно, достигая в 2100 г. значения 3,2 °C, что соответствует 4,3 °C относительно доиндустриального уровня. Оптимальное альbedo  $\alpha_A^*(t)$  при отсутствии ограничения на рост  $T$  обеспечивает соблюдение краевого условия на правом конце фазовой траектории системы или, иными словами, целевого значения температурной аномалии в 2100 г. Однако с 2020 по 2085 г. наблюдается, как уже отмечалось выше, нежелательный рост  $T$ , достигающий максимального значения в 2085 г.:  $T_{2085} \approx 2,5$  °C, что соответствует 3,6 °C относительно доиндустриального уровня.

Рис. 1. Аномалия приповерхностной температуры  $T$ , рассчитанная для сценария RCP8.5

Решением задачи ОУ с ограничением на рост аномалии  $T$  (т.е. с фазовым ограничением) является оптимальное альbedo  $\alpha_A^*(t)$ , обеспечивающее стабилизацию приповерхностной температуры на заданном уровне, определяемом величиной  $C_T$ . Однако массовый расход аэрозоля при этом увеличивается примерно в 2 раза по сравнению со случаем, когда фазовое ограничение не рассматривается (табл. 4). Графики оптимального альbedo, рассчитанного с учетом и без учета ограничения на увеличение  $T$ , приведены на рис. 2.

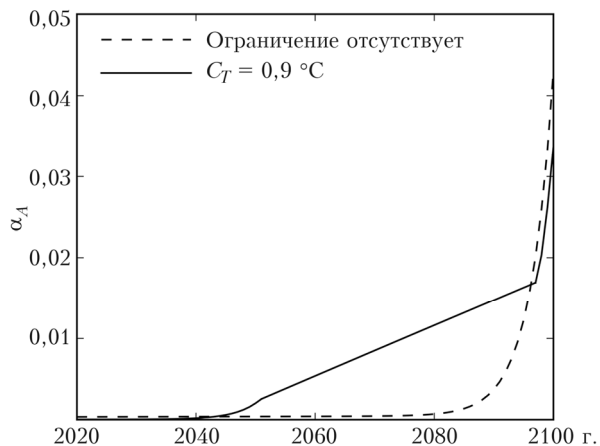


Рис. 2. Альбедо аэрозольного слоя  $\alpha_A$ , рассчитанное для сценария RCP8.5

Поскольку радиационное возмущение, обусловленное увеличением содержания ПГ, в рассматриваемой модели растет со временем, то оптимальные альбедо, обеспечивающие выполнение целевого значения температурной аномалии в 2100 г. как при наличии, так и при отсутствии фазового ограничения, достигают максимальных значений на правом конце фазовой траектории системы (т.е. в 2100 г.): 0,034 и 0,043 соответственно.

В рассматриваемой задаче оптимальная масса аэрозольного слоя  $M_S^*(t)$  является линейной функцией альбедо  $\alpha_A^*(t)$ . Графики  $M_S^*(t)$ , рассчитанных с учетом и без учета фазового ограничения, показаны на рис. 3.

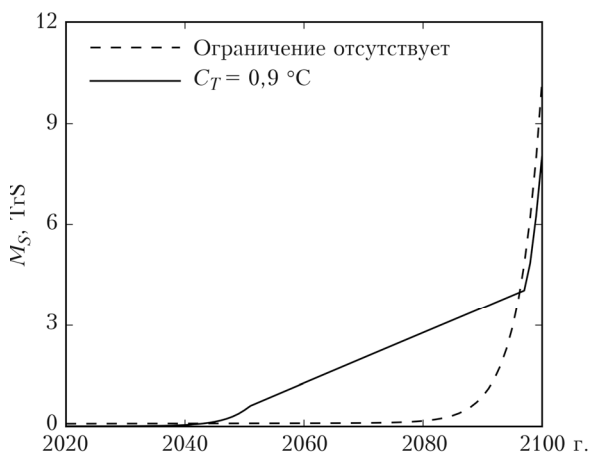


Рис. 3. Масса аэрозольного слоя  $M_S$ , рассчитанная для сценария RCP8.5

При отсутствии фазового ограничения (т.е. при отсутствии ограничения на рост аномалии  $T$ ) для того чтобы обеспечить соблюдение целевого значения температурной аномалии в 2100 г., необходим экспоненциальный рост массы аэрозоля, которая достигает своего максимального значения 10,3 TrS в 2100 г. При наличии фазового ограничения максимальное значение массы аэрозоля также достигается на правом конце траектории и составляет 8,0 TrS. При этом траекторию оптимальной массы

аэрозоля можно условно разделить на три участка: на начальном (2020–2030 гг.) и конечном (2095–2100 гг.) этапах масса аэрозоля экспоненциально увеличивается, с 2030 по 2095 г. — линейно растет. Требуемая динамика массы аэрозольного слоя обеспечивается управляемой эмиссией аэрозольных частиц (а точнее, газов-предшественников) в стратосферу. Оптимальные скорости эмиссии аэрозоля  $E_S^*(t)$ , рассчитанные с учетом и без учета фазового ограничения, показаны на рис. 4. Их максимальные значения, относящиеся к 2100 г., составляют 5,8 и 7,4 TrS/год соответственно.

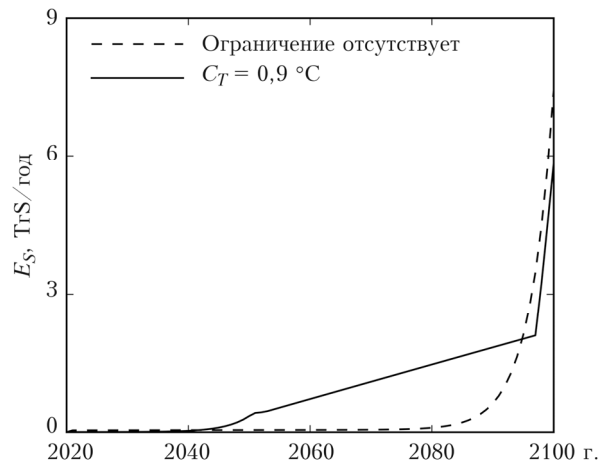


Рис. 4. Скорость эмиссии аэрозолей  $E_S$ , рассчитанная для сценария RCP8.5

Если задача ОУ рассматривается с учетом ограничения на управление  $\alpha_A \in [0, U]$ , то целевое значение температурной аномалии в 2100 г. может быть достигнуто не всегда. Если, например,  $U = 0,02$ , что эквивалентно массе аэрозольного слоя  $M_S = 4,8$  TrS, то для сценария RCP8.5 рассчитанная аномалия  $T_{2100}$  превосходит целевое значение примерно на 0,3 °C, что эквивалентно превышению доиндустриального уровня на 1,8 °C.

В рассматриваемой задаче альбедо аэрозольного слоя рассматривается в качестве переменной управления, а для вычисления массы аэрозольных частиц и скорости их эмиссии используется коэффициент экстинкции, определенный эмпирическим путем [21, 46]. Ясно, что микроструктура аэрозоля влияет на оптические свойства искусственного аэрозольного облака и, соответственно, на массу контролируемых эмиссий газов-предшественников. Использование более детальных схем параметризации аэрозольных эффектов, учитывающих размеры, форму, параметры функции распределения, концентрацию и химический состав частиц аэрозоля, позволит оценить эффективность геотехнических проектов более надежно. Эти вопросы составят предмет наших дальнейших исследований.

## Заключение

С позиций теории оптимального управления рассмотрен процесс применения сульфатных аэрозолей с целью смягчения глобального потепления,

обусловленного антропогенным воздействием. Моделью управляемого объекта служит двухкомпонентная ЭБМ климатической системы, в которой альbedo аэрозольного слоя является управляющей переменной. Решение задачи получено аналитически с помощью ПМП, одного из классических методов решения задач ОУ, для целевого функционала, характеризующего массовый расход аэрозолей, инжестируемых в стратосферу. Антропогенное воздействие на климатическую систему задается в соответствии со сценариями семейства RCP, а также со сценарием, соответствующим увеличению содержания ПГ на 1% в год.

Рассмотренный подход может служить основой для разработки сценариев воздействия на климатическую систему с использованием различных методов геонжинжинринга.

1. IPCC, 2013: Climate Change 2013: The physical science basis. Contribution of working group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2013. 1535 p.
2. Statement on the State of the Global Climate in 2017. Report N 1212. Geneva, Switzerland: WMO, 2018. 40 p.
3. Paris Agreement. URL: [https://www.unfccc.int/sites/default/files/paris\\_agreement\\_english\\_.pdf](https://www.unfccc.int/sites/default/files/paris_agreement_english_.pdf) (last access: 1.06.2018).
4. Rodelj J., den Elzen M., Höhne N., Fransen T., Fekete H., Winkler H., Schaeffer R., Sha F., Riahi K., Meinshausen M. Paris Agreement climate proposals need a boost to keep warming well below 2 °C // Nature. 2016. V. 534. P. 631–639.
5. Brown P., Caldeira K. Greater future global warming inferred from Earth's recent energy budget // Nature. 2017. V. 552. P. 45–50.
6. Raftery A.E., Zimmer A., Frierson D.M.W., Startz R., Liu P. Less than 2 °C warming by 2100 unlikely // Nat. Clim. Change. 2017. V. 7. P. 637–641.
7. Jacob D., Kotova L., Teichmann C., Sobolowski S.P., Vautard R., Donnelly C., Koutroulis A.G., Grillakis M.G., Tsanis I.K., Damm A., Sakalli A., van Vliet M.T.H. Climate impacts in Europe under +1.5 °C global warming // Earth's Future. 2018. V. 6. P. 264–285.
8. Tanaka K., O'Neill B.C. The Paris Agreement zero-emissions goal is not always consistent with the 1.5 °C and 2 °C temperature targets // Nat. Clim. Change. 2018. V. 8. P. 319–324.
9. Henley B., King A. Trajectories toward the 1.5 °C Paris target: Modulation by the Interdecadal Pacific Oscillation // Geophys. Res. Lett. 2017. V. 44. P. 4256–4262.
10. MacMartin D.G., Ricke K.L., Keith D.W. Solar geoengineering as part of an overall strategy for meeting the 1.5 °C Paris target // Phil. Trans. Roy. Soc. A. 2018. V. 376. ID 20160454.
11. Climate Intervention Requires Enhanced Research, Consideration of Societal and Environmental Impacts, and Policy Development [Electronic resource]. URL: <https://sciencepolicy.agu.org/files/2018/01/Climate-Intervention-Position-Statement-Final-2018-1.pdf> (last access: 1.06.2018).
12. AGU White Paper 2017: Climate Intervention Requires Enhanced Research, Consideration of Societal Impacts, and Policy Development [Electronic resource]. URL: <https://www.sciencepolicy.agu.org/files/2017/11/AGU-White-Paper-on-Geoengineering.pdf> (last access: 1.06.2018).
13. Будыко М.И. Метод воздействия на климат // Метеорол. и гидрол. 1974. № 2. С. 91–97.
14. Израэль Ю.А. Эффективный путь сохранения климата на современном уровне – основная цель решения климатической проблемы // Метеорол. и гидрол. 2005. № 10. С. 5–9.
15. Crutzen P.J. Albedo enhancement by stratospheric sulfur injections: A contribution to resolve a policy dilemma? // Clim. Change. 2006. V. 77. P. 211–220.
16. Гинзбург А.С., Губанова Д.П., Минашкин В.М. Влияние естественных и антропогенных аэрозолей на глобальный и региональный климат // Рос. хим. журн. 2008. Т. LII, № 5. С. 112–119.
17. Keith D.W. Geoengineering the climate: History and prospect // Annu. Rev. Energy Environ. 2000. V. 25. P. 245–284.
18. Израэль Ю.А., Рябошапка А.Г., Петров Н.Н. Сравнительный анализ геонженерных способов стабилизации климата // Метеорол. и гидрол. 2009. № 6. С. 5–24.
19. Robock A., Marquardt A., Kravitz B., Stenchikov G. Benefits, risks, and costs of stratospheric geoengineering // Geophys. Res. Lett. 2009. V. 36. P. L19703.
20. Shepherd J.G. Geoengineering the climate: An overview and update // Phil. Trans. R. Soc. A. 2009. V. 370. P. 4166–4175.
21. Чернокульский А.В., Елусеев А.В., Мохов И.И. Аналитическая оценка эффективности предотвращения потепления климата контролирующими аэрозольными эмиссиями в стратосферу // Метеорол. и гидрол. № 5. С. 16–26.
22. Израэль Ю.А., Рябошапка А.Г. Геонженерия климата: возможности реализации // Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. 2011. Т. 24. М.: ИГКЭ Росгидромета и РАН. С. 11–24.
23. Bellamy R., Chilvers J., Vaughan N.E., Lenton T.M. A review of climate geoengineering appraisals // WIREs Clim. Change. 2012. V. 3. P. 597–615.
24. Irvine P.J., Kravitz B., Lawrence M.G., Muri H. An overview of the Earth system science of solar geoengineering // WIREs Clim. Change. 2016. V. 7. P. 815–833.
25. Caldeira K., Bala G. Reflecting on 50 years of geoengineering research // Earth's Future. 2017. V. 5(1). P. 1–17.
26. Kravitz B., Robock A., Boucher O., Schmidt H., Taylor K.E., Stenchikov G., Schulz M. The Geoengineering Model Intercomparison Project (GeoMIP) // Atmos. Sci. Lett. 2011. V. 12. P. 162–167.
27. Schmidt H., Alterskjær K., Karam B.D., Boucher O., Jones A., Kristjánsson J.E., Niemeier U., Schulz M., Aaheim A., Benduhn F., Lawrence M., Timmreck C. Solar irradiance reduction to counteract radiative forcing from a quadrupling CO<sub>2</sub>: Climate responses simulated by four earth system models // Earth Syst. Dynam. 2012. V. 3. P. 63–78.
28. Kravitz B., Caldeira K., Boucher O., Robock A., Rasch P.J., Alterskjær K., Bou Karam D., Cole J.N.S., Curry C.L., Haywood J.M., Irvine P.J., Ji D., Jones A., Kristjánsson J.E., Lunt D.J., Moore J.C., Niemeier U., Schmidt H., Schulz M., Singh B., Tilmes S., Watanabe S., Yang S., Yoon J.-H. Climate model response from the Geoengineering Model Intercomparison Project (GeoMIP) // J. Geophys. Res. 2013. V. 118. P. 8320–8332.
29. MacMartin D.G., Keith D.W., Kravitz B., Caldeira K. Management of trade-offs in geoengineering through optimal choice of non-uniform radiative forcing // Nat. Clim. Change. 2013. V. 3. P. 365–368.

30. *Izrael Yu.A., Volodin E.M., Kostykin S.V., Revokotova A.P., Ryaboshapko A.G.* The ability of stratospheric climate engineering in stabilizing global mean temperatures and an assessment of possible side effects // *Atmos. Sci. Lett.* 2014. V. 15. P. 140–148.
31. *Пархоменко В.П.* Моделирование стабилизации глобального климата управляемыми выбросами стратосферного аэрозоля // Математическое моделирование и численные методы. 2014. № 2. С. 115–126.
32. *Kravitz B., Robock A., Tilmes S., Boucher O., English J.M., Irvine P.J., Jones A., Lawrence M.G., MacCracken M., Muri H., Moore J.C., Niemeier U., Phipps S.J., Sillmann J., Storelvmo T., Wang H., Watanabe S.* The Geoengineering Model Intercomparison Project Phase 6 (GeoMIP6): Simulation design and preliminary results // *Geosci. Model Dev.* 2015. V. 8. P. 2279–2292.
33. *Meinshausen M., Smith S.J., Calvin K., Daniel J.S., Kainuma M.L.T., Lamarque J.-F., Matsumoto K., Montzka S.A., Raper S.C.B., Riahi K., Thomson A., Velders G.J.M., van Vuuren D.P.P.* The RCP greenhouse gas concentrations and their extensions from 1765 to 2300 // *Clim. Change.* 2011. V. 109. P. 213–241.
34. *Jarvis A.J., Young P.C., Leedal D.T., Chotai A.* A robust sequential CO<sub>2</sub> emissions strategy based on optimal control of atmospheric CO<sub>2</sub> concentrations // *Clim. Change.* 2008. V. 86. P. 357–373.
35. *Jarvis A.J., Leedal D.T., Taylor C.J., Young P.C.* Stabilizing global mean surface temperature: A feedback control perspective // *Environ. Model. Software.* 2009. V. 24. P. 665–674.
36. *Ban-Weiss G.A., Caldeira K.* Geoengineering as an optimization problem // *Environ. Res. Lett.* 2010. V. 5. 034009.
37. *MacMartin D.G., Kravitz B., Keith D.W., Jarvis A.* Dynamics of the coupled human-climate system resulting from closed-loop control of solar geoengineering // *Clim. Dynam.* 2014. V. 43. P. 243–258.
38. *Kravitz B., MacMartin D.G., Leedal D.T., Rasch P.J., Jarvis A.J.* Explicit feedback and the management of uncertainty in meeting climate objectives with solar geoengineering // *Environ. Res. Lett.* 2014. V. 9. P. 044006.
39. *Гаскаров Д.В., Киселев В.Б., Солдатенко С.А., Юсупов Р.М.* Введение в геофизическую кибернетику. СПб: СПбГУВК. 1998. 165 с.
40. *Soldatenko S.* Weather and climate manipulation as an optimal control for adaptive dynamical systems // *Complexity.* 2017. V. 2017. ID 4615072. 12 p.
41. *Gregory J.M., Mitchell J.F.B.* The climate response to CO<sub>2</sub> of the Hadley Centre coupled AOGCM with and without flux adjustment // *Geophys. Res. Lett.* 1997. V. 24. P. 1943–1964.
42. *Gregory J.M.* Vertical heat transports in the ocean and their effect on time-dependent climate change // *Clim. Dynam.* 2000. V. 16. P. 501–515.
43. *Held I.M., Winton M., Takahashi K., Delworth T., Zeng F., Vallis G.K.* Probing the fast and slow components of global warming by returning abruptly to preindustrial forcing // *J. Clim.* 2010. V. 23. P. 2418–2427.
44. *Geoffroy O., Saint-Martin D., Olivie D.J.L., Voldoire A., Bellon G., Tyteca S.* Transient climate response in a two-layer energy-balance model. Part I: Analytical solution and parameter calibration using CMIP5 AOGCM experiments // *J. Clim.* 2012. V. 26. P. 1841–1857.
45. *Taylor K. E., Stouffer R. J., Meehl G. A.* An overview of CMIP5 and the experiment design // *Bull. Am. Meteor. Soc.* 2011. V. 93. P. 485–498.
46. *Елисеев А.В., Мохов И.И., Карпенко А.А.* Предотвращение глобального потепления с помощью контролируемых эмиссий аэрозолей в стратосферу: глобальные и региональные особенности отклика температуры по расчетам с КМ ИФА РАН // *Оптика атмосф. и океана.* 2009. Т. 22, № 6. С. 521–526; *Eliseev A. V., Mokhov I. I., Karpenko A. A.* Global warming mitigation by means of controlled aerosol emissions into stratosphere: Global and regional of temperature response as estimated in IAP RAS CM simulations // *Atmos. Ocean. Opt.* 2009. V. 22, N 4. P. 388–395.
47. *Hansen J., Lacis A., Ruedly R., Sato M.* Potential climate impact of Mount Pinatubo eruption // *Geophys. Res. Lett.* 1992. V. 19. P. 215–218.
48. *Солдатенко С.А., Юсупов Р.М.* Чувствительность нульмерной климатической модели и ее обратные связи в контексте проблемы управления погодой и климатом Земли // *Тр. СПИИРАН.* 2017. Вып. 3(52). С. 5–31.
49. *Rasch P.J., Tilmes S., Turco R., Robock A., Oman L., Chen C.-C., Stenchikov G.L., Garcia R.R.* An overview of geoengineering of climate using stratospheric sulphate aerosols // *Phil. Trans. R. Soc. A.* 2008. V. 366. P. 4007–4037.
50. *Hansen J., Sato M., Ruedy R., Nazarenko L., Lacis A., Schmidt G.A., Russell G., Aleinov I., Bauer M., Bauer S., Bell N., Cairns B., Canuto V., Chandler M., Cheng Y., Del Genio A., Faluvegi G., Fleming E., Friend A., Hall T., Jackman C., Kelley M., Kiang N., Koch D., Lean J., Lerner J., Lo K., Menon S., Miller R., Minnis P., Novakov T., Oinas V., Perlwitz Ja., Perlwitz Ju., Rind D., Romanou A., Shindell D., Stone P., Sun S., Tausnev N., Thresher D., Wielicki B., Wong T., Yao M., Zhang S.* Efficacy of climate forcing // *J. Geophys. Res.* 2005. V. 110. D18104.
51. *Lenton T.M., Vaughan N.E.* The radiative forcing potential of different climate geoengineering options // *Atmos. Chem. Phys.* 2009. V. 9. P. 5539–5561.
52. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе П.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969. 408 с.
53. *Bryson A.E., Ho Y.-C.* Applied optimal control: Optimization, estimation, and control. New York: John Wiley & Sons, 1975. 481 p.

*S.A. Soldatenko, R.M. Yusupov.* **Optimal control of artificial sulfate aerosols usage to mitigate global warming.**

The optimal control problem for deliberate intervention on the Earth's climate system is considered with the aim of stabilizing the global surface temperature. The deliberate intervention is implemented via the controlled radiative perturbation created by artificial aerosols injected into the stratosphere. The controlled object is described by a two-component energy balance model, subject to radiative exposure, caused by an increase in the concentration of greenhouse gases in the atmosphere. Anthropogenic impact on the climate system is specified in accordance with the RCP scenarios, as well as with 1% per year increase in atmospheric carbon dioxide scenario. The albedo of the artificial aerosol global layer represents the control variable. The optimal control and the corresponding phase trajectory of the climate system are obtained analytically using the Pontryagin's maximum principle. The approach discussed in this paper can be considered as a basis for developing scenarios for deliberate intervention on the climate system using various geoengineering methods.