

УДК 532.133

## **Моделирование параметров температурного режима при изготовлении стеклометаллокомпозита\***

**О.Н. Любимова, С.А. Дрюк**

*Дальневосточный федеральный университет, Владивосток*

E-mail: druk92@mail.ru

Предлагается математическая модель для решения задачи о деформировании стеклянного цилиндра под действием температуры и давления в ограниченной области. Для апробации полученных в результате моделирования параметров были проведены экспериментальные исследования.

**Ключевые слова:** математическое моделирование технологических процессов, задача Рейнольдса.

### **Введение**

Поиск принципиально новых прочных и экономичных материалов иногда приводит к идее изменения вектора использования свойств некоторых традиционных материалов. Например, при использовании в химической промышленности стеклометаллических труб на первое место выдвигаются такие свойства стекла как инертность и термическая стойкость.

В настоящее время проводятся исследования свойств нового конструкционного материала, применяемого для нужд подводной робототехники, — стеклометаллокомпозита (СМК). СМК — это новый слоистый материал, при изготовлении которого используется идея наведения сжимающих напряжений в стекле в результате соединения его с металлом (сталью, алюминиевыми или титановыми сплавами), что приводит к предотвращению образования в стекле поверхностных микродефектов, за счет чего достигается высокая практическая прочность материала в целом [1]. Для изучения возможности упрочнения стекла при соединении его со сталью и для исследования свойств и структуры этого нового материала разработана технология изготовления образцовых спаев на основе стекла и стали — СМК-стержней [2], которые состоят из стеклянного сердечника и стальной оболочки. Технология их изготовления подразумевает получение спая сжатия со специальными свойствами в зоне соединения; прочностные свойства получаемого спая определяются напряженным состоянием материалов, входящих в его состав, качеством соединения и его влиянием на остаточные напряжения в материале.

Моделирование технологического процесса изготовления образцового спая на всех этапах (нагрева, выдержки и охлаждения) имеет свои особенности и проблемы. Например, на стадии нагрева до температуры выдержки в спае должны происходить следующие

---

\* Исследование выполнено при поддержке гранта Минобрнауки № 5.2535.2014К.

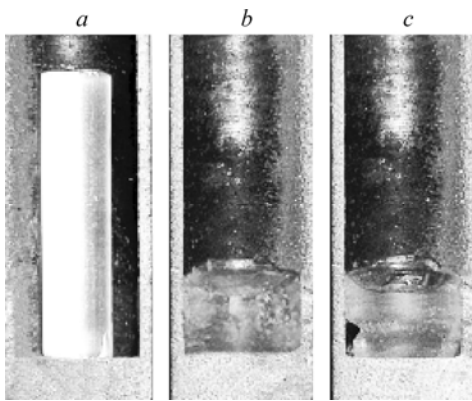


Рис. 1. Продольные срезы образцов.

- a* — металлический цилиндр и стеклянный сердечник до температурной обработки,  
*b* — образец после температурной обработки,  
*c* — пример дефектов при неверно подобранных параметрах температурной обработки.

процессы: образование физического контакта, зарождение и развитие активационных центров, появление диффузионных процессов на границе соединения. Образование физического контакта происходит в результате деформации стекла с течением времени. Учитывая реологические особенности стекла, можно предположить, что образование физического контакта будет занимать существенный временной интервал, а неправильно подобранные параметры технологического процесса (температура, давление и время) могут приводить к наличию значительных объемов непроваров в зоне соединения (рис. 1). Математическое моделирование позволяет управлять технологическим процессом без затрат на ресурсоемкое экспериментальное определение технологических параметров.

Отсутствие математической модели процесса деформации стекла при соединении его металлом не позволяет с помощью расчетов определить время, затрачиваемое на образование физического контакта, т.е. произвести оценку первой стадии формирования неразъемного соединения.

Целью настоящей работы является подбор математической модели, которая позволит определять время образования физического контакта, управлять температурой и давлением с учетом реологических особенностей стекла.

#### Физико-математическая постановка задачи

Для соединения разнородных материалов сначала решается технологическая задача обеспечения их контакта с максимальным прилеганием соединяемых поверхностей. В некоторых технологиях, особенно при соединении металлов, более пластичный материал под действием температуры и давления деформируется и повторяет рельеф другого материала.

При изготовлении экспериментальных образцов СМК-стержней в стальную гильзу помещается стеклянный сердечник, который может иметь зазор от 0,5 до 1 мм (рис. 1, 2). Сердечник и гильза имеют круглое сечение. Образец подвергается температурной обработке в режиме «нагрев–выдержка».

При нагреве экспериментального образца, начиная с температуры  $T_p$ , происходит деформация стеклянного стержня под действием давления, и он заполняет свободный объем между стеклом и металлом. Поскольку вязкость в процессе нагрева понижается постепенно и непрерывно [3], переход твердого состояния в вязко-текучее происходит не при строго определенной температуре (как это характерно для кристаллов), а в переходной температурной области (рис. 3). Технология изготовления образцов СМК-стержней предполагает выдержку при температуре размягчения  $T_s$ , однако давление прикладывается уже при  $T_p$ , поэтому физический контакт может осуществляться в интервале ( $T_p$ ,  $T_s$ ) и зависит от скорости нагрева. Геометрические размеры экспериментальных образцов ограничены и лежат в интервалах: диаметр — до 40 мм, длина до 400 мм. При предварительном решении температурной задачи о распределении температурного поля в данных образцах в результате равномерного нагрева замечено, что температура для данных образцов по сечению практически одинакова, максимальная разница температур в образце не превышает 7 °С [4]. При этом изменение вязкости для стекол не превышает 5 % и

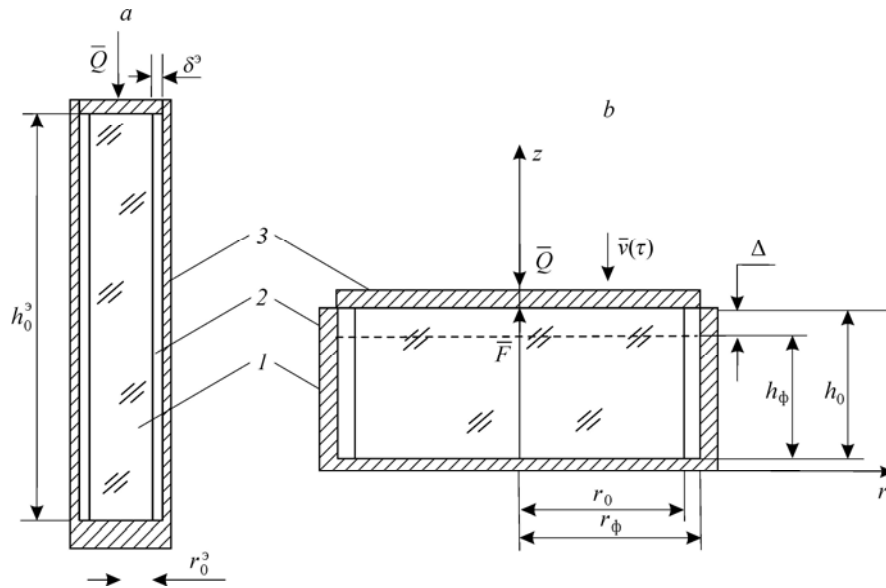


Рис. 2. СМК-стержень.

*a* — схема экспериментального образца, *b* — модель: стекло (1), свободный объем (2), металл (3).

лежит в пределах погрешности ее экспериментальной оценки. Поэтому принимается допущение о постоянной вязкости по всем сечениям образца.

С целью управления некоторыми параметрами технологического процесса предлагается для определения времени образования физического контакта при изготовлении СМК-стержней решать задачу о деформировании стеклянного цилиндра под действием температуры и давления в ограниченной области по аналогии с классической задачей Рейнольдса теории гидродинамики [5, 6].

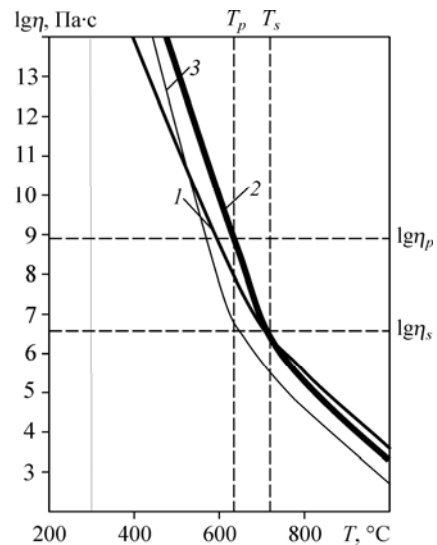
Рассматривается процесс сжатия вязкого (стеклянного) слоя между двумя цилиндрическими пластинами при условии, что толщина слоя  $h_0$  значительно меньше радиуса цилиндров, нижний образец неподвижен, а верхний, к которому приложена постоянная нагрузка  $Q$ , перемещается с некоторой скоростью  $v(\tau)$  (см. рис. 2) до тех пор, пока не заполнится свободный объем. Осевая симметрия, пренебрежение ускорением частиц вязкого слоя и толщиной металлических пластинок, а также условие равномерного движения верхней пластинки позволяют переписать уравнения Навье–Стокса и условие неразрывности в виде

$$\eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial r}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

Рис. 3. Зависимость вязкости от температуры для промышленных стекол [4].

$T_s$  — температура, при которой стекло деформируется под собственным весом,  $T_p$  — температура, при которой стекло деформируется под действием нагрузки; марки стекла: С38-1 (1), С49-1 (2), С89-2.



с граничными условиями:

$$\text{при } z = 0: v_z = 0, v_r = 0, \quad (3)$$

$$\text{при } z = h: v_z = dh/d\tau = v(\tau), v_r = 0, \quad (4)$$

$$\text{при } r = r_\phi: p = 0, \quad (5)$$

где  $\eta$  — коэффициент вязкости,  $r$  и  $z$  — соответственно радиальная и осевая координаты частицы вязкого слоя,  $v_r$  — скорость вязкого слоя в радиальном направлении,  $p$  — давление в вязком слое,  $\tau$  — время,  $v_z$  — скорость вязкого слоя в осевом направлении,  $h$  — текущая толщина стеклянного слоя,  $v(\tau)$  — скорость перемещения верхнего цилиндра в осевом направлении,  $r_\phi$  — радиус стеклянного слоя при достижении физического контакта.

### Аналитическое решение

Интегрируя дважды уравнения (1) по  $z$  и используя граничные условия (3) и (4), получим:

$$v_r = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{dp}{dr} \left( \frac{z^2}{2} - \frac{zh}{2} \right). \quad (6)$$

Используя (6) при интегрировании уравнения (2), можно записать:

$$v_z = -\frac{h^3}{12\eta} \cdot \frac{d}{dr} \left( r \frac{dp}{dr} \right). \quad (7)$$

Проинтегрируем (7) по  $r$  и выразим  $dp/dr$ :

$$dp/dr = -6\eta v(\tau) / h^3. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (6), получим окончательную зависимость радиальной скорости от скорости перемещения верхней пластины

$$v_r = 3v(\tau)r(z/h - z^2/h^2)/h. \quad (9)$$

Интегрируя (8) по  $r$  и используя граничное условие (5), найдем давление в слое

$$p = 3\eta v(\tau) \cdot (r_\phi^2 - r^2) / h^3. \quad (10)$$

Используя (10), можно вычислить полную силу давления на верхний образец:

$$F = -3\pi\eta r_\phi^4 v(\tau) / (2h^3). \quad (11)$$

Если к верхнему образцу прикладывается постоянная нагрузка, то, пренебрегая ускорением образца, получим  $-Q + F = 0$  или

$$-Q - 3\pi\eta r_\phi^4 v(\tau) / (2h^3) = 0. \quad (12)$$

Обычно при решении задачи Рейнольдса находят значения силы сопротивления вязкого слоя давлению. В настоящей работе скорость перемещения верхней пластины принимается равной скорости изменения толщины вязкого слоя по времени, тогда после интегрирования уравнения равновесия имеет место нелинейное уравнение, связывающее время образования физического контакта со всеми остальными параметрами технологического процесса, в том числе с нагрузкой и вязкостью стекла. Уравнение (12) может быть переписано в виде

$$-Qdr = \frac{3\pi\eta r_\phi^4}{2h^3} dh. \quad (13)$$

Коэффициент динамической вязкости следует считать зависящим от температуры:  $\eta = \eta(T)$ . Чаще всего в определенных температурных интервалах используются упрощенные зависимости вязкости от температуры, например, аррениусовского типа [7]

$$\eta(T) = \eta_b \cdot \exp\left(\frac{E}{RT}\right), \quad (14)$$

где  $E$  — энергия активации вязкости (кДж/моль),  $T$  — температура (°C),  $R$  — универсальная газовая постоянная (8,31 Дж/моль·К),  $\eta_b$  — некоторая характеристическая динамическая вязкость, в общем зависящая от температуры. Аппроксимируя температуру линейной функцией в интервале ( $\tau_p$ ,  $\tau_s$ ), перепишем зависимость (14) в виде

$$\eta(\tau) = A \cdot \exp(B\tau), \quad (15)$$

здесь  $A = \eta_b \cdot \exp\left(\frac{E}{RT_p} \left(1 + \frac{T_s - T_p}{T_p(\tau_s - \tau_p)}\right)\right)$ ,  $B = -\frac{E}{RT_p} \cdot \frac{T_s - T_p}{T_p(\tau_s - \tau_p)}$ , при этом  $A > 0$ ,  $B > 0$ ,

т.к. при нагреве  $T_p > T_s$ ,  $\tau_p > \tau_s$ .

Разрешая дифференциальное уравнение (13), получаем нелинейное уравнение, связывающее  $\tau_\phi$  с основными параметрами технологического процесса:

$$\int_0^{\tau_\phi} \frac{1}{\eta(\tau)} d\tau = \frac{3\pi r_\phi^4}{4Q} \left( \frac{1}{h_\phi^2} - \frac{1}{h_0^2} \right), \quad (16)$$

где  $\tau_\phi$  — время образования физического контакта,  $h_0$  — начальная толщина стеклян­ного слоя,  $h_\phi = r_0^2 h_0 / r_\phi^2$  — конечная толщина стек­лянного слоя. Формула (16) позволяет исследовать характер изменения  $\tau_\phi$  в зависимости от  $Q$ ,  $\eta_p(T_p)$ ,  $\eta_s(T_s)$ ,  $h_0$  и  $h_\phi$ .

#### Анализ решения

Характер изменения  $\tau_\phi$  и  $\Delta = h_\phi - h_0$  исследовался в зависимости от марки стекла и технологических параметров режима. На графиках рис. 4 и 5 представлены результаты расчетов при следующих параметрах:  $r_\phi = 40 \cdot 10^{-3}$  м,  $r_0 = 1 \cdot 10^{-3}$  м,  $h_0 = 4 \cdot 10^{-3}$  м,  $h_\phi = 3 \cdot 10^{-3}$  м.

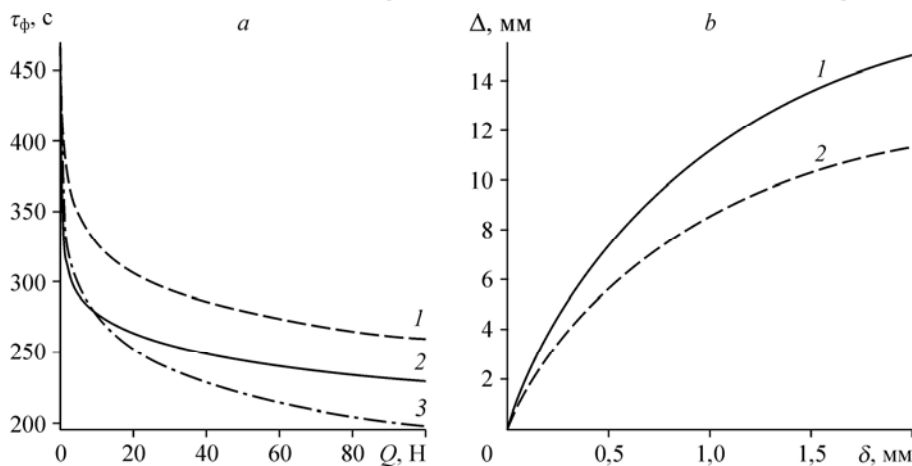


Рис. 4. Результаты расчетов по математической модели.

*a* — зависимость  $\tau_\phi$  от  $Q$  для различных марок стекла: С38-1 (1), С49-1 (2), С89-2 (3);

*b* — зависимость  $\Delta$  от  $\delta$  (см. рис. 2):  $h_0 = 20$  (1), 15 (2) мм.

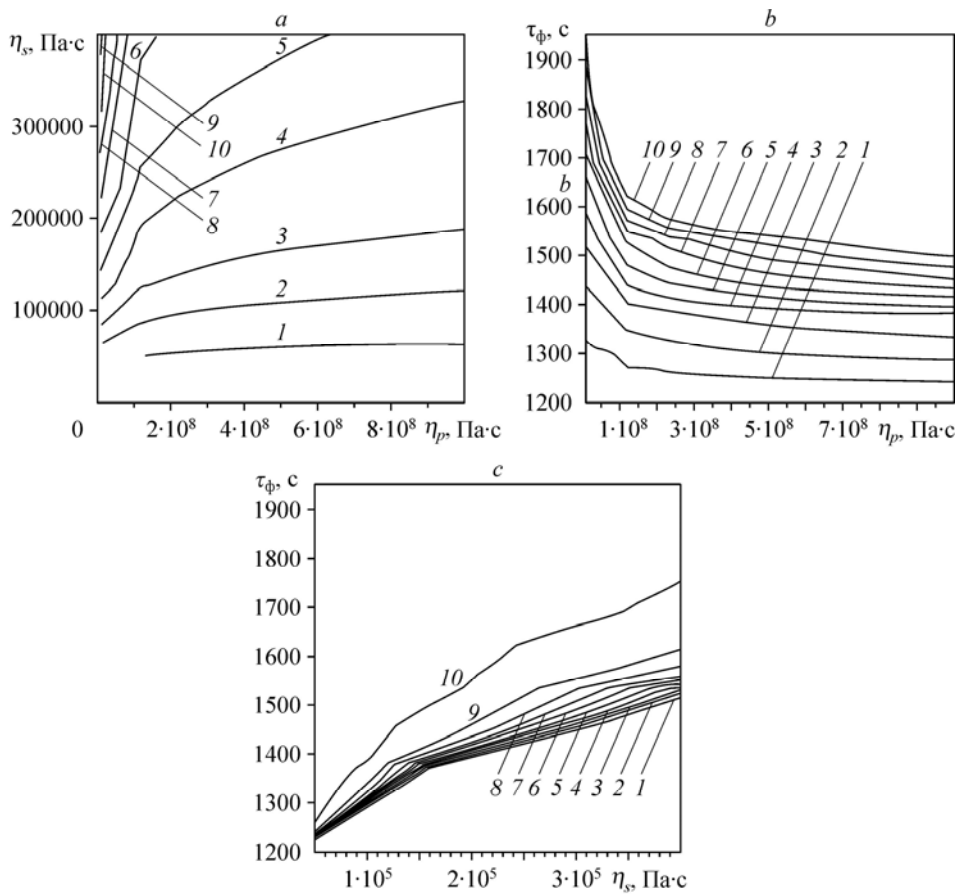


Рис. 5. Линии уровня  $\Phi(\tau_\phi, \eta_p, \eta_s) = 0$  при различных значениях  $\tau_\phi$  (a),  $\eta_s$  (b) и  $\eta_p$  (c).  
 a —  $\tau_\phi = 1225$  (1), 1302 (2), 1379 (3), 1456 (4), 1533 (5), 1610 (6), 1687 (7), 1764 (8), 1841 (9), 1918 (10);  
 b —  $\eta_s \cdot (10^{-4} \text{ Па}\cdot\text{с}) = 6,5$  (1), 10 (2), 13,5 (3), 17 (4), 20,5 (5), 24 (6), 27,5 (7), 31 (8), 34,5 (9), 38 (10);  
 c —  $\eta_p \cdot (10^{-8} \text{ Па}\cdot\text{с}) = 9,5$  (1), 8,5 (2), 7,5 (3), 6,5 (4), 5,5 (5), 4,5 (6), 3,5 (7), 2,5 (8), 1,5 (9), 0,5 (10).

Из рис. 5a и 5b видно, что при больших  $\tau_\phi$  зависимость  $\eta_s$  от  $\eta_p$  является существенно нелинейной. Из рис. 5b заметно, что после  $\eta_p = 1 \cdot 10^8 \text{ Па}\cdot\text{с}$  параметр  $\tau_\phi$  имеет практически постоянные значения. На графиках рис. 5c можно наблюдать следующие особенности: на кривых 1–8 значения  $\tau_\phi$  несущественно отличаются друг от друга для разных  $\eta_p$ , поэтому можно выдвинуть гипотезу о справедливости замены кривых 1–8 (которые по существу характеризуют типы стекол) одной усредненной кривой; кривая 10 значительно отстает от остальных кривых, что может свидетельствовать о специфическом поведении материала с малыми начальными значениями вязкостей ( $\eta_p \approx 0,5 \cdot 10^8 \cdot \text{Па}\cdot\text{с}$ ).

Анализ результатов аналитического моделирования показывает следующее: с возрастанием давления и температуры выдержки время образования физического контакта понижается; при медленном нагреве, со скоростью менее  $15 \text{ }^\circ\text{C}/\text{мин}$ , образование физического контакта происходит уже на стадии нагрева для давления более 5 МПа, поэтому необходимо учитывать зависимость вязкости стекла от температуры; в случае быстрого нагрева, более  $15 \text{ }^\circ\text{C}/\text{мин}$ , образование физического контакта происходит в интервале, соответствующем выдержке при температуре  $T_s$ , и может занимать, при давлении менее 5 МПа, более 30 % от времени всего интервала.

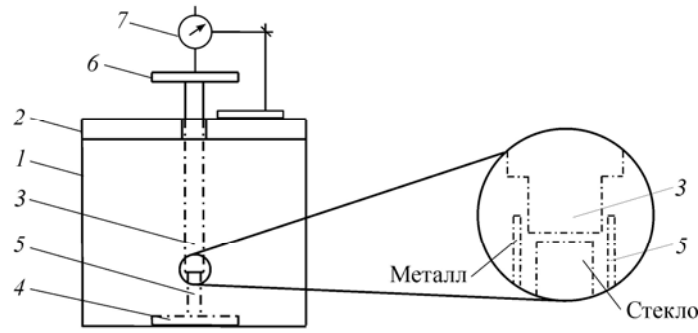


Рис. 6. Принципиальная схема установки.

1 — корпус лабораторной термической печи, 2 — крышка печи, 3 — шток для передачи давления на образец, 4 — площадка для крепления образца, 5 — образец СМК-стержня, 6 — груз, 7 — микрометр часового типа.

### Эксперимент

Для оценки теоретических результатов выполнен эксперимент по определению величины усадки и времени образования физического контакта, т.е. времени, за которое происходит заполнение стеклом свободного объема (рис. 6). Результаты эксперимента сравнивались с расчетными данными. За основу перехода из моделируемой задачи Рейнольдса к реальной модели СМК-стержня было принято равенство свободных объемов (см. рис. 2):

$$\delta h_0^3 (2r_0^3 + \delta) = (r_\Phi^2 - r_0^2) h_0, \quad \delta = \left( -\sqrt{h_0^3 r_0^3} + \sqrt{h_0^3 (r_0^3)^2 + h_0 r_\Phi^2 - h_0 r_0^2} \right) / \sqrt{h_0^3},$$

где  $\delta$  — зазор между стеклом и металлом в экспериментальном образце СМК-стержня,  $h_0^3$  — начальная высота стекла в образце,  $r_0^3$  — начальный радиус стекла в образце. Исходя из параметров модели и размеров СМК-стержня, зазор  $\delta$  подбирался таким образом, чтобы свободный объем экспериментального образца был равен свободному объему построенной модели.

Образцы СМК-стержней подвергались температурной обработке по режиму «нагрев–выдержка» (рис. 7). Измерения усадки стекла производились с помощью микрометра часового типа (7 на рис. 6), с учетом изменения линейных размеров штока при температурной обработке. Из рис. 7 заметно, что при  $T_p$  изменение линейного размера всей сборки пропорционально увеличению температуры, далее стекло начинает размягчаться и кривая изменяет угол наклона (точка А), при достижении температуры  $T_s$  скорость усадки размягченного стекла превышает скорость термического расширения металла, поэтому на графике появляется точка экстремума В. При достижении физического контакта усадка прекращается, и эксперимент завершается (точка С).

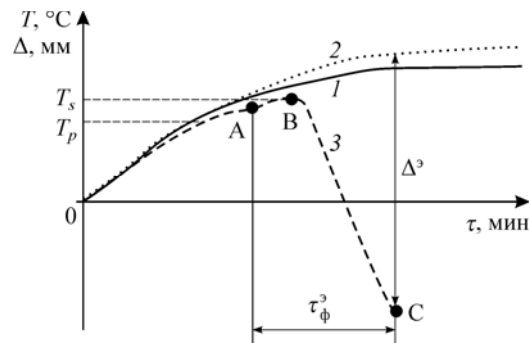


Рис. 7. Принципиальная схема экспериментальных кривых с характерными точками.

1 — температурный режим (температура выдержки  $T_p = 800$  °С), 2 — удлинение штока, 3 — изменение длины сборки 3–5 (см. рис. 6).

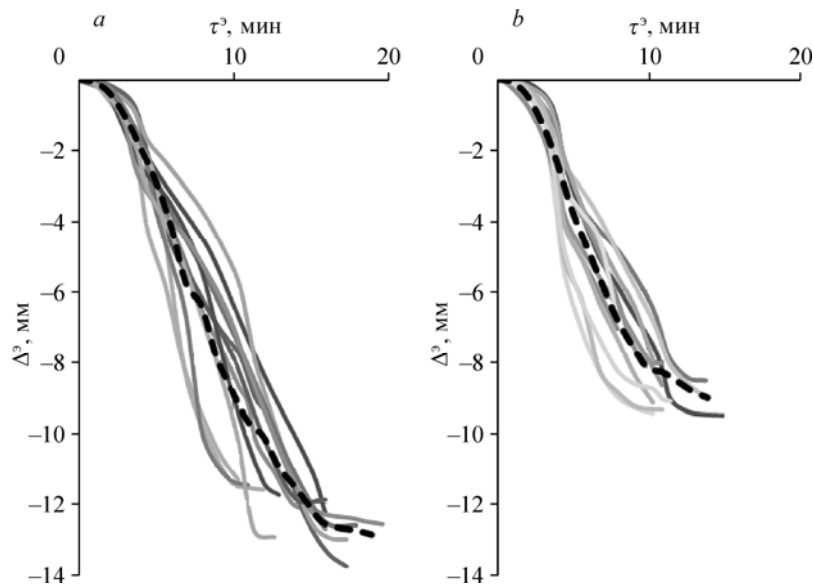


Рис. 8. Средние значения экспериментальных данных усадки. Серии № 1 (а), № 2 (б).

Были подготовлены две серии экспериментальных образцов по 15 штук с различной высотой стеклянного стержня (серия № 1 —  $h_0^3 = 20$  мм, серия № 2 —  $h_0^3 = 15$  мм), к которым применялся один и тот же технологический режим. Результаты экспериментов были обработаны методами статистики. На рис. 8 представлены значения величины и времени усадки (область В–С из рис. 7). Для удобства обработки началом графика принимается точка перегиба, она перемещается в начало координат.

В результате проведения экспериментальных исследований были получены данные по времени образования физического контакта  $\tau_\phi^3$  и величине усадки стеклянного слоя  $\Delta^3$  (см. рис. 7). При этом для значений  $\Delta^3$  были сделаны поправки на расширение металла: для серии № 1 —  $\Delta^3 = 12,88 + 2,6 = 15,48$  мм, а для серии № 2 —  $\Delta^3 = 9,04 + 2,4 = 11,44$  мм. Отсчет времени образования физического контакта ведется с точки А, которая соответствует началу размягчения стекла. В таблице представлены результаты математического моделирования и средних значений экспериментальных данных.

Из таблицы видно, что экспериментальные данные по усадке незначительно превышают теоретические: для серии № 1 — на 2,5 %, для серии № 2 — на 0,6 %. Напротив, фактическое время образования физического контакта получается меньше расчетного: для серии № 1 — на 6,6 %, а для серии № 2 — на 7,1 %. Разница по величине экспериментальных и теоретических значений может быть объяснена, в первую очередь, вероятностным характером изменения свойств стекла и недостаточно точной аппроксимацией вязкости стекла в температурном диапазоне ( $T_p, T_s$ ).

**Таблица**  
Сравнение результатов моделирования и эксперимента

№ серии	Время, мин		Усадка, мм	
	$\tau_\phi$	$\tau_\phi^3$	$\Delta$	$\Delta^3$
№ 1	22,9	21,4	15,1	15,48
№ 2	19,6	18,2	11,4	11,44



## Выводы

Предложена модель, позволяющая оценить степень образования физического контакта при соединении стекла с металлом и проводить параметрическое исследование технологического процесса, а именно, управлять температурой выдержки, скоростью нагрева, давлением и временем образования физического контакта. Адекватность модели проверена экспериментально. Модель может быть использована не только для рассматриваемого технологического процесса, но и при соединении таких разнородных материалов, как металл и керамика, металл и пластик и стекло и керамика и т.д.

## Список используемых обозначений

$Q$ — постоянная нагрузка, приложенная к образцу,	$T$ — температура,
$F$ — полная сила давления на верхний образец,	$\tau$ — время нагрева до температуры $T$ ,
$r, z$ — соответственно радиальная и осевая координаты частицы слоя (с индексом — константы),	$\eta$ — коэффициент динамической вязкости,
$h$ — текущая толщина стеклянного слоя (с индексом — константа),	$\delta$ — зазор между стеклом и металлом,
$v(\tau)$ — скорость перемещения верхнего цилиндра в осевом направлении,	$\Delta$ — усадка стеклянного слоя,
$v$ — скорость вязкого слоя (с индексом — в определенном направлении),	$E$ — энергия активации вязкости,
	$R$ — универсальная газовая постоянная,
	$\eta_b$ — характеристическая динамическая вязкость,
	$p$ — давление в слое.

## Список литературы

1. Пичуль В.В. К созданию композиционного наноматериала на базе стекла // Перспективные материалы. 2008. № 3. С. 78–81.
2. Lyubimova O.N., Morkovin A.V., Dryuk S.A., Nikiforov P.A. Structure and constitution of glass and steel compound in glass-metal composite // AIP Conference Proceedings. 2014. No. 1623. P. 379–382.
3. Павлушкин Н.М. Химическая технология стекла и сплавов. М.: Стройиздат, 1983. 432 с.
4. Любимова О.Н., Пестов К.Н., Гридасова Е.А. Математическое моделирование процесса диффузионной сварки стекла с металлом // Сибирский журнал индустриальной математики. 2010. Т. XIII, № 4 (44). С. 52–63.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: уч. пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. 3-е изд. перераб. М.: Наука, 1986. 736 с.
6. Бачин В.А. Диффузионная сварка стекла и керамики с металлами М.: Машиностроение, 1986. 182 с.
7. Бартнев Г.М., Сандитов Д.С. Релаксационные процессы в стеклообразных системах. Новосибирск: Наука, 1986. 235 с.

*Статья поступила в редакцию 20 октября 2015 г.,  
после доработки — 2 марта 2016 г.*