

УДК 539.374

МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРЕССОВАНИЯ ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЫ

Г. Ш. Болтачев, Н. Б. Волков, В. В. Иванов, С. Н. Паранин

Институт электрофизики УрО РАН, 620016 Екатеринбург

E-mail: grey@ier.uran.ru

Для случая, когда внешнее воздействие существенно превышает предел текучести материала, предложена модель динамического прессования гранулированных сред. Решена задача о радиальном осесимметричном прессовании гранулированных сред с наноразмерной структурой при наличии на оси симметрии жесткого недеформируемого стержня. Проведено сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными о магнитно-импульсном прессовании оксидных порошков с наноразмерной структурой.

Ключевые слова: компактирование порошков, пластичность, магнитно-импульсное прессование.

В настоящее время ведется интенсивный поиск способов получения новых материалов, в частности керамик с наноразмерной структурой. Одним из наиболее перспективных методов получения таких материалов является магнитно-импульсное прессование нанопорошков проводящим поршнем [1, 2]: z -пинч — электродинамическое прессование порошка в трубе, сжимающейся под действием импульсного магнитного поля собственного тока; θ -пинч — радиальное индукционное сжатие металлических оболочек. В описании процессов уплотнения структурно-неоднородных тел существенный прогресс достигнут в рамках теории пластичности. Сформулирована замкнутая система реологических уравнений пластично-упрочняющегося пористого тела [3–5], позволяющая провести анализ различных квазистатических процессов. Однако существенным ограничением является предположение о том, что на протяжении всего процесса напряженное состояние деформируемого тела находится на поверхности нагружения. При быстром росте внешних нагрузок, в частности в экспериментах по использованию сильных импульсных магнитных полей для прессования нанопорошковых материалов, это условие не выполняется. При быстрых процессах магнитно-импульсного компактирования необходимо учитывать инерционные свойства системы порошок — оболочка. В общем случае для описания таких процессов требуется провести интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующих возбуждению волновых движений среды [5–7]. Для решения рассматриваемой задачи необходимо учитывать как правило неизвестные вязкоупругие характеристики уплотняемого материала в предельном состоянии. Поскольку волновой характер движения уплотняемой среды проявляется слабо [1, 2], распределение конечной плотности в компактах в первом приближении можно полагать однородным, а характерные скорости процессов значительно меньшими скорости звука. Поэтому в настоящей работе учет инерционных эффектов в динамической задаче о прессовании гранулированных сред решается в предположении модели однородного уплотнения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 05-08-33387).

Рассмотрим задачу о радиальном осесимметричном прессовании гранулированных сред при наличии жесткого недеформируемого стержня на оси симметрии. При этом предполагается, что продольные смещения отсутствуют, упругими деформациями материала гранул и оболочки в силу их малости по сравнению с пластическими деформациями пренебрегается. Движение среды начинается при достижении внешним давлением определенного порогового значения, определяемого пределами текучести гранулированной среды и медной оболочки. Максимальное давление p_{el} , компенсируемое упругими напряжениями в гранулированной среде, соответствует квазистатическому процессу компактирования. В приближении однородного уплотнения для величины p_{el} получаем выражение [4]

$$p_{el} = \sqrt{\frac{1-\theta}{2}} \frac{2\Psi + \varphi/3 + \varphi/x^2}{\sqrt{2\Psi + \varphi/3 + \varphi/x^4}} \tau_0(\Gamma_0),$$

где

$$\Psi = \frac{2}{3} \frac{1-\theta + \theta^2/2}{\theta} \varphi(\theta), \quad \varphi = (1-\theta)^{5/3}, \quad x = \frac{R}{r_m},$$

$\theta = 1 - \rho/\rho_{\max}$ — текущее значение пористости; ρ — плотность среды; ρ_{\max} — плотность материала гранул; R — внешний радиус уплотняемой среды; r_m — радиус внутреннего жесткого стержня. Зависимость предела текучести τ_0 от меры накопленных деформаций формоизменения Γ_0 можно рассчитать по экспериментальным адиабатам сжатия [2], соответствующим одноосному прессованию порошка в жесткой матрице. Так, для нанопорошка АМ [2] при скоростях деформирования порядка $10^3 \div 10^4 \text{ с}^{-1}$ получаем

$$\tau_0 = k_1 \Gamma_0^{0,5} + k_2 \Gamma_0^6 / (0,014 + \Gamma_0^{5,5}), \quad (1)$$

где $k_1 = 0,530 \text{ ГПа}$; $k_2 = 2,005 \text{ ГПа}$. По экспериментальным данным об одноосном нагружении также можно установить закон упрочнения материала проводящей оболочки. Так, для меди аналогичная (1) зависимость имеет вид [8]

$$\tau_c = K \sqrt{2/3} \sqrt{0,01 + \sqrt{2/3} \Gamma_c} \quad (2)$$

($K = 0,5415 \text{ ГПа}$ — коэффициент деформационного упрочнения). При пластическом течении скорость движения оболочки ($v_0 \simeq 100 \text{ м/с}$) много меньше скорости звука, поэтому в каждый момент времени в оболочке имеет место статическое распределение упругих напряжений. Используя результаты решения классической задачи Ламе [9] и пренебрегая сжимаемостью материала (коэффициент Пуассона $\sigma_p = 1/2$), для интенсивности девиатора упругих напряжений получаем

$$\tau(r) = p_{c,el} R_c^2 R^2 \sqrt{2} / [r^2 (R_c^2 - R^2)], \quad (3)$$

где $p_{c,el} = p(R_c) - p(R)$ — разность внешнего и внутреннего давлений. Из (3) следует, что максимальная интенсивность напряжений достигается на внутреннем радиусе оболочки ($r = R$). Приравнявая $\tau(R)$ к пределу текучести меди (2), получаем разность давлений, которая при пластическом течении компенсируется упругими напряжениями

$$p_{c,el} = 2^{-1/2} \tau_c (1 - R^2/R_c^2).$$

При решении уравнений движения будем использовать цилиндрические координаты. Полагая материал оболочки несжимаемым, из уравнения непрерывности находим радиальное распределение скорости и закон изменения координат оболочки:

$$v(r) = v_0(t) R(t) / r, \quad r = \sqrt{r_0^2 + R^2 - R_0^2}, \quad (4)$$

где $v_0 = dR/dt < 0$ — скорость движения внутренней поверхности; r_0, R_0 — начальные значения величин r и R соответственно. Используя (4), находим интенсивность девиатора тензора скоростей деформаций в оболочке:

$$\gamma_c(r) = \sqrt{2} |v_0| R/r^2.$$

Согласно (3) пластическое течение оболочки обусловлено преодолением предела текучести на ее внутренней поверхности, где мера накопленных деформаций формоизменения

$$\Gamma_c(R) = \int_0^t \gamma_c(R) dt = \sqrt{2} \ln \frac{R_0}{R}.$$

Тогда с учетом (4) уравнение движения оболочки представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение, определяющее распределение гидростатического давления $p(r)$. Поскольку пластическое течение оболочки обусловлено превышением внешнего давления прочности $p_{c,el}$, в качестве граничного условия на внешней поверхности используется соотношение $p(R_c) = p_c - p_{c,el}$ (p_c — внешнее давление). В результате для давления, оказываемого медной оболочкой на прессуемый порошок, получаем

$$p = p_c - p_{c,el} + \rho_c(a_0 R + v_0^2) \ln(R_c/R) - (\rho_c/2)v_0^2(1 - R^2/R_c^2), \quad (5)$$

где ρ_c — плотность меди; $a_0 = dv_0/dt$ — радиальное ускорение оболочки.

В прессуемом порошке выражение для радиального распределения скорости и зависимость внешнего радиуса R от пористости, соответствующие модели однородного уплотнения, имеют вид

$$v(r) = \frac{e}{2} \left(r - \frac{r_m^2}{r} \right), \quad R(t) = \sqrt{r_m^2 + (R_0^2 - r_m^2) \frac{1 - \theta_0}{1 - \theta}}, \quad (6)$$

где $e = 2v_0/(R - r_m^2/R)$. Скорость деформаций формоизменения каркаса пористой среды γ_0 определяется поверхностью течения [4]. Тогда, используя (6), для меры деформаций формоизменения получаем

$$\Gamma_0(r) = \int_0^t |\gamma_0| dt = \int_{\theta}^{\theta_0} \sqrt{\Psi + \frac{\varphi}{6} \left(1 + 3 \frac{r_m^4}{r^4} \right)} \frac{d\theta}{(1 - \theta)^{3/2}}. \quad (7)$$

Зависимость величины Γ_0 от радиуса может являться одной из причин неоднородного уплотнения гранулированных сред при наличии жесткого стержня. Из (7) следует, что такая неоднородность локализуется в непосредственной близости стержня ($r \sim r_m$). Пренебрегая зависимостью Γ_0 от радиуса, для расчета предела текучести уплотняемой среды (1) будем использовать значение Γ_0 , соответствующее внешнему радиусу порошка $\Gamma_0(R)$. Используя условие соосности девиаторов и скалярное следствие ассоциированного закона, для главных компонент тензора напряжений в порошковом слое имеем

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{3e\Psi - \varphi(v_r - 2v/r)}{3e\Psi + \varphi(2v_r - v/r)}, \quad \sigma_3 = \frac{\sigma_2 v_r - \sigma_1 v/r}{v_r - v/r} \quad \left(v_r = \frac{\partial v}{\partial r} \right).$$

Тогда с учетом известного поля скорости (6) уравнение движения порошка принимает вид

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial r} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{r} = \rho \frac{dv}{dt} = \rho a_0 \frac{R}{r} \frac{r^2 - r_m^2}{R^2 - r_m^2} + \rho v_0^2 \frac{r_m^2}{r^3} \frac{(r^2 - r_m^2)(R^2 - r^2)}{(R^2 - r_m^2)^2}. \quad (8)$$

Уравнение (8) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение, определяющее распределение радиальных напряжений σ_1 в уплотняемом образце. В качестве граничных условий необходимо использовать соотношения $\sigma_1(r_m) = p_{el}(r_m) - p_*$

и $\sigma_1(R) = p_{el}(R) - p$. Отметим, что в общем случае вследствие увеличения τ_0 с ростом скорости деформаций [5] давление порошка на внутренний стержень p_* может превышать предел текучести $p_{el}(r_m)$. Однако если используемый закон упрочнения соответствует динамическому пределу текучести, то необходимо полагать $p_* = p_{el}(r_m)$. Тогда с учетом давления p на порошок, определяемого соотношением (5), из (8) получаем

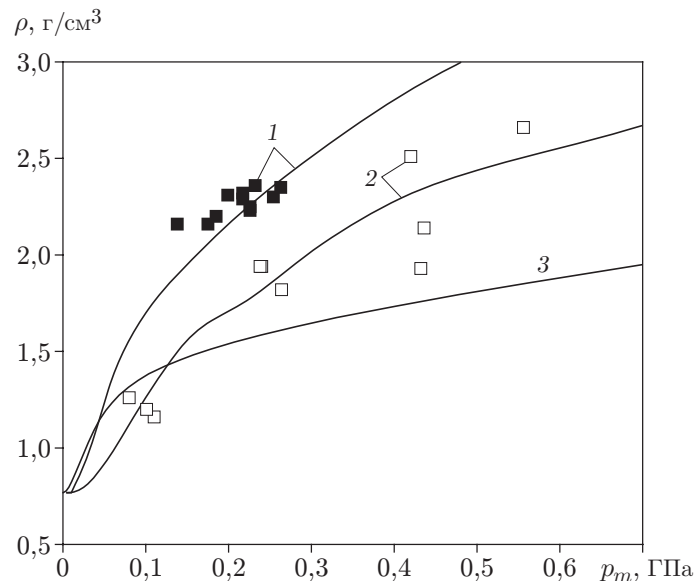
$$\frac{Ra_0}{6\Psi + \varphi} A = -\frac{2}{\rho} \frac{(p_c - p_{c,el} - p_{el})x^2}{(6\Psi + \varphi)x^2 + 3\varphi} - v_0^2 \left(\frac{B}{(x^2 - 1)^2} + \frac{\rho_c}{\rho} \frac{2 \ln(x_c/x) - 1 + x^2/x_c^2}{6\Psi + \varphi + 3\varphi/x^2} \right), \quad (9)$$

где

$$A = 1 - \frac{6\Psi + 4\varphi}{(x^2 - 1)(6\Psi + \varphi)} \ln \left(\frac{(6\Psi + \varphi)x^2 + 3\varphi}{6\Psi + 4\varphi} \right) + \frac{\rho_c}{\rho} \frac{2x^2 \ln(x_c/x)(6\Psi + \varphi)}{(6\Psi + \varphi)x^2 + 3\varphi},$$

$$B = \frac{(6\Psi + 4\varphi)[(6\Psi + \varphi)x^2 + 3\varphi]}{3\varphi(6\Psi + \varphi)^2} \ln \left(\frac{(6\Psi + \varphi)x^2 + 3\varphi}{6\Psi + 4\varphi} \right) - \frac{2x^2}{3\varphi} \ln(x) - \frac{x^2 - 1}{6\Psi + \varphi},$$

$x_c = R_c/r_m$. Соотношение (9), представляющее собой нелинейное уравнение, определяет движение границы раздела порошок — оболочка. При магнитно-импульсном прессовании давление внешнего магнитного поля на проводящую оболочку пропорционально квадрату тока в электрической цепи: $p_c \sim I^2$. В случае z -пинча временная развертка тока представляет собой затухающий гармонический сигнал [2], поэтому при проведении расчетов по уравнению (9) в пренебрежении эффектом затухания внешний импульс давления задавался в виде $p_c = p_m \sin^2(\pi t/T)$, где p_m — амплитуда импульса; $T = 15$ мкс — период. В случае θ -пинча форма импульса тока искажается, поэтому зависимость $p_c(t)$ задавалась более сложным модельным сигналом: $p_c = p_m \sin^2(\pi t/(2t_0))$ при $0 \leq t < t_0$; $p_c = p_m$ при $t_0 \leq t < 3t_0$; $p_c = 0$ при $t \geq 3t_0$ ($t_0 = 20$ мкс). Сопоставление теоретических и экспериментальных данных [2] о конечной плотности прессовок из нанопорошка АМ представлено на



Зависимость конечной плотности прессовки от амплитуды внешнего давления при $R_0 \simeq 10$ мм, $R_{c,0} - R_0 \simeq 1$ мм:

точки — эксперимент; линии — расчет: 1 — θ -пинч, 2 — z -пинч, 3 — расчет в рамках квазистатического приближения [4]

рисунке. Также на рисунке показана кривая, соответствующая квазистатическому решению [4]. Видно, что расчетные и экспериментальные данные хорошо согласуются.

Таким образом, в настоящей работе задача о динамическом прессовании гранулированной среды в рамках модели однородного уплотнения сведена к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка движения границы раздела порошок — оболочка, что значительно упрощает расчеты и анализ процесса. Показано, что, учитывая инерционные свойства проводящей оболочки и компактируемой среды, можно достичь соответствия теоретических данных о конечной плотности прессовок данным, полученным в экспериментах по магнитно-импульсному компактированию порошков с наноразмерной структурой.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Иванов В. В., Паранин С. Н., Никонов А. В. и др.** Получение труб из керамик на основе Al_2O_3 и ZrO_2 посредством электродинамического прессования и обычного спекания // Проблемы нанокристаллических материалов: Сб. науч. тр. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2002. С. 536–546.
2. **Paranin S., Ivanov V., Nikonov A., et al.** Densification of nano-sized alumina powders under radial magnetic pulsed compaction // Adv. Sci. Technol. 2006. V. 45. P. 899–904.
3. **Скороход В. В.** Реологические основы теории спекания. Киев: Наук. думка, 1972.
4. **Мартынова И. Ф., Штерн М. Б.** Уравнение пластичности пористого тела, учитывающее истинные деформации материала основы // Порошковая металлургия. 1978. № 1. С. 23–29.
5. **Штерн М. Б.** Феноменологические теории прессования порошков / М. Б. Штерн, Г. Г. Сердюк, Л. А. Максименко, Ю. В. Трухан, Ю. М. Шуляков. Киев: Наук. думка, 1982.
6. **Бузюркин А. Е., Киселев С. П.** О возникновении “холодного” слоя при взрывном компактировании порошков // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 1. С. 192–197.
7. **Киселев С. П., Киселев В. П.** Об эффекте волнообразования при ударно-волновом компактировании порошков // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 1. С. 119–130.
8. **Hayden H. W.** The structure and properties of materials. V. 3. Mechanical behavior / H. W. Hayden, W. G. Moffatt, J. Wulff. N. Y.: Wiley, 1965.
9. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1976. Т. 2.

Поступила в редакцию 2/V 2007 г.
