УДК 004.932.2, 517.968

ВЕЙВЛЕТ-РАСПОЗНАВАНИЕ ТИПА ДИНАМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА, ОБНАРУЖИВАЕМОГО ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫМ ПРИБОРОМ

А. Н. Катулев[1], **М. Ф. Малевинский**[2]

[1] *Научно-исследовательский центр*
Центрального научно-исследовательского института войск ВКО Минобороны России,
170026, г. Тверь, Набережная Афанасия Никитина, 32
[2] *Тверской государственный университет,*
170100, г. Тверь, ул. Желябова, 33
E-mail: katuleva@mail.ru

Предложен алгоритм автоматического распознавания типа динамического объекта, обнаруживаемого оптико-электронным прибором при априорной неопределённости о текущей фоноцелевой обстановки. Распознавание осуществляется по выборкам статистик в виде энергий вейвлет-спектров измерений координат угла места, азимута и вычисленной максимальной дальности обнаруживаемого объекта. Критерий распознавания несмещённый, наиболее мощный. Моделированием установлены высокая эффективность и реализуемость алгоритма в реальном масштабе времени на современных ПЭВМ.

Ключевые слова: оптико-электронный прибор, тип динамического объекта, статистики и критерий распознавания.

DOI: 10.15372/AUT20180308

Введение. Под распознаванием типа динамического объекта (ДО), обнаруживаемого оптико-электронным прибором (ОЭП), понимается отнесение его к одному из типов ДО заданной полной совокупности альтернативных типов по статистикам — энергиям $(u(w(\cdot)))$ вейвлет-спектров $(w(\cdot)$, $(\cdot) = (\theta), (\varphi), (D_{\text{макс}}))$, выборок-совокупностей измерений угла места (θ), азимута (φ) и вычисленной максимальной дальности $(D_{\text{макс}})$ по известной формуле [1, п. 17, с. 199]

$$D_{\text{макс}} = \Big[\int\limits_0^\infty (I(\lambda)\tau_{\text{а}}(\lambda)\tau_0(\lambda)/F_{\text{экв}})d\lambda(d_{\text{об}}/f_{\text{об}})(rT/\Omega\tau_{\text{пр}})\Big]^{1/2}, \tag{1}$$

где $I(\lambda)\tau_{\text{а}}(\lambda)$ — спектральная плотность силы излучения на входе ОЭП от обнаруживаемого ДО; $\tau_{\text{а}}(\lambda)$, $\tau_0(\lambda)$ — коэффициенты пропускания земной атмосферы и ОЭП соответственно; $\int\limits_{\lambda_{\text{н}}}^{\lambda_{\text{в}}} I(\lambda)\tau_{\text{а}}(\lambda)\tau_0(\lambda)d\lambda$ — измеряемая случайная величина на выходе ОЭП; $F_{\text{экв}}$ — эквивалентная мощность шумов ОЭП; $d_{\text{об}}/f_{\text{об}}$ — относительное отверстие объектива ОЭП; $d_{\text{об}}$ — диаметр входного отверстия ОЭП; T — время просмотра угла обзора; r — число элементов поля зрения; Ω — угол обзора воздушной обстановки; $\tau_{\text{пр}}$ — постоянная времени оптико-электронного прибора.

Совокупности измерений координат θ, φ, $D_{\text{макс}}$ — это индивидуальные реализации нестационарных временны́х рядов. Обнаружение ДО осуществляется в условиях априорной неопределённости относительно истинного текущего состояния фоноцелевой обстановки в зоне контроля ОЭП и законов распределения вероятностей связи выборок и истинных пространственных координат обнаруживаемых ОЭП ДО.

Выбор спектров выборок измерений как исходных статистик для распознавания основан на известной однозначной связи по Рэлею — Парсевалю «мгновенной» временно́й выборки и её «мгновенного» энергетического спектра

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty} C^2_{m_i b_n} = \int_{-T}^{T} f^2(t)dt = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega \qquad (2)$$

с учётом того, что статистика $\int_{-T}^{T} f^2(t)dt$ вносит потери [2, п. 4.7], которые увеличиваются по мере усложнения фоноцелевой обстановки и уменьшается отношение «полезный сигнал/шум», что все вейвлеты [3, гл. 2] в отличие от фурье-преобразования применимы для исследования реализаций (выборок) нестационарных процессов и рядов с адаптивным снижением уровня шумов различной природы, а также, что не существует единой методологии оценки свойств нестационарного случайного процесса при использовании только одной выборки как во временно́й области, так и в частотной [4, гл. 12, п. 12.1].

В формуле (2) $f(t)$ — выборка случайного процесса на отрезке времени $[-T, T]$; $S(\omega)$ — спектральная плотность процесса; $C_{m_i b_n}$ — вейвлет-коэффициенты, составляющие частотно-временной вейвлет-спектр выборки; m_i, b_n — параметры масштаба и сдвига базисной вейвлет-функции.

Измеренные координаты θ, φ и вычисленная $D_{\text{макс}}$ попарно независимы. В силу этого вычисляемые по ним статистики — вейвлет-спектры $w(\cdot)$, $(\cdot) = (\theta), (\varphi), (D_{\text{макс}})$, независимы функционально и статистически, они представляют «первичные» статистики и составляют полную совокупность.

Преобразование совокупностей измерений (θ), (φ), $(D_{\text{макс}})$ к виду статистик $w(\cdot)$ будем выполнять с использованием системы вейвлетов, основанных на вытянутой волновой сфероидальной функции (ВВСФ) нулевого порядка. Такая функция имеет максимальную энергию на конечном интервале-носителе по сравнению с любыми функциями и удовлетворяет [5] требованиям, предъявляемым к вейвлетам [3, гл. 2]. Метод вычисления ВВСФ изложен в [6], а алгоритм реализации на ПЭВМ — в данной работе.

К настоящему времени предложены различные подходы к распознаванию объектов на оптических изображениях. Так, в [7, п. 7.3, с. 387] упомянута полезность вейвлет-преобразования при выделении контуров $2D$-изображений. В [8] представлен метод расчёта доверительных границ решающей функции в двухальтернативной задаче распознавания объектов по выборке большого объёма. В [9, гл. 9] отмечается отсутствие «универсального» математического и технологического подходов, позволяющих конструктивно разрабатывать методы, алгоритмы и автоматические устройства, эффективно осуществляющие процесс распознавания. В [10, гл. 7] при распознавании объектов на изображении считается возможным применение вейвлета Хаара.

Из вышеизложенного объективно следует, что постановка и решение задачи распознавания обнаруживаемых ОЭП объектов с использованием вейвлет-преобразования в реальных нестационарных условиях функционирования ОЭП актуальны.

Целью данного исследования является разработка алгоритма достоверного распознавания в смысле статистического инвариантного наиболее мощного критерия типа обнаруживаемого ОЭП ДО по вычисляемым для выборочных рядов координатам угла места, азимута и максимальной дальности ДО статистикам — энергиям вейвлета нулевого порядка ВВСФ спектров выборок с последующей оценкой характеристик качества алгоритма. Характеристиками алгоритма принимаются вероятности правильного распознавания и перепутывания типа ДО при априорной неопределённости о действительном типе обнаруживаемого динамического объекта.

Для достижения этой цели отметим сначала свойства названных статистик распознавания типа обнаруживаемого ДО в реальных условиях функционирования ОЭП.

1. Свойства статистик распознавания типа обнаруживаемого ДО. Покажем, что статистики $w(\cdot)$, $(\cdot) = (\theta)$, (φ), $(D_{\text{макс}})$ являются одномерными, их преобразования к энергиям — максимальными инвариантами, принимающими значения из конечных положительных интервалов, энергии подчинены бета-распределениям вероятностей.

Действительно, статистики $w(\cdot)$ как вейвлет-спектры по определению [3, гл. 2] являются двумерными, однако они сводятся к одномерным. Соответствующее преобразование выполняется с использованием равенства (2) с учётом того, что вейвлет-коэффициенты $C_{m_i b_n}$ определяются скалярными произведениями выборки на базисные ортогональные вейвлеты и, естественно, они являются статистиками. Затем получим искомую одномерную статистику — энергию вейвлет-спектра выборки

$$u(w(\cdot)) = \sum_{i=1}^{M}\sum_{n=0}^{R} C^2_{m_i b_n}, \tag{3}$$

где m_i, $i = 1,\dots M$; $b_n = n\Delta$, $n = 0, 1, \dots, R$; далее при моделировании $M = 4$, $R = 99$, $\Delta = 0{,}25$.

Эта статистика — функция достаточно большого числа слагаемых вейвлет-коэффициентов как статистик и в силу линейности операции суммирования также является статистикой. В ней содержится вся информация выборки измерений для распознавания типа ДО.

В силу инвариантности относительно законов распределения ошибок измеряемых ОЭП координат траекторий движения динамического объекта, статистики $u(w(\cdot))$ становятся максимальными инвариантами [11, п. 2.2, п. 5.3], они независимы и равноважны. Таким статистикам свойственно принципиально следующее: они принимают значения только из конечных положительных интервалов и поэтому оптимальным образом могут быть описаны только условными бета-распределениями (по типам ДО) как функциями правдоподобий со своими параметрами p и q (приведены в таблице) и, очевидно, по каждой координате пространственного положения ДО. В таблице даны оценки и математических ожиданий, и среднеквадратических отклонений статистик, преобразованных к единичному интервалу. Оценки получены по реальным (достаточно большого объёма) измерениям координат типов ДО. Из таблицы видно, что каждый тип ДО представляет собой в пространстве значений каждой из одномерных статистик простую гипотезу, гипотезы для каждой пары типов ДО односторонние.

Функции правдоподобий записываются в виде

$$f(x \,|\, p_j, q_j, s_j) =$$

$$= \frac{1}{\mu_{j1} - \mu_{j0}} \frac{\Gamma(p_j + q_j)}{\Gamma(p_j)\Gamma(q_j)} \Big(\frac{x - \mu_{j0}}{\mu_{j1} - \mu_{j0}}\Big)^{p_j - 1} \Big(1 - \frac{x - \mu_{j0}}{\mu_{j1} - \mu_{j0}}\Big)^{q_j - 1}, \quad \mu_{j0} \le x \le \mu_{j1}; \tag{4}$$

$$f(x \,|\, p_j, q_j, s_j) = 0 \quad \text{в противном случае.}$$

Здесь $[\mu_{j0}, \mu_{j1}]$ — интервалы значений статистик распознавания $x = u(w(\theta)), u(w(\varphi)), u(w(D_{\text{макс}}))$; $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция; p_j, q_j — параметры каждой $\Gamma(\cdot)$ в функции правдоподобия $f(x \,|\, p_j, q_j, s_j)$, $j = 1, 2, 3$, «свои» по каждой статистике, вычисленные по оценкам математических ожиданий и дисперсий (m_1, σ^2 в таблице) рассматриваемых статистик по выражениям [12, гл. 5, п. 5]: $q = (p/m_1) - p$, $p = [m_1^2(1 - m_1) - \sigma^2 m_1]/\sigma^2$. Из таблицы также видно, что $q \ge p$ для распределений всех измеряемых координат.

Объёмы выборок измерений каждой координаты по каждому типу ДО	Тип ДО	Моменты энергии, приведённой к единичному интервалу		Интервал значений энергии вейвлет-спектра		Параметры бета-распределений энергии вейвлета	
		$m_1[u(\cdot)]$	$\sigma^2[u(\cdot)]$	min	max	p	q
Дальность $D_{\text{макс}}$ (100 выборок, по 100 измерений в каждой выборке)	1	0,33	0,07	7,4679	2000	0,733	1,466
	2	0,50	0,13	1,9886	3000	0,464	0,464
	3	0,25	0,05	1,5131	1500	0,762	2,287
Азимут φ (100 выборок, по 100 измерений в каждой выборке)	1	0,31	0,06	0,0073	25	0,915	2,013
	2	0,38	0,07	0,0141	30	0,830	1,384
	3	0,50	0,12	0,0135	40	0,566	0,566
Угол места θ (100 выборок, по 100 измерений в каждой выборке)	1	0,18	0,02	0,0105	20	1,127	5,073
	2	0,41	0,08	0,0471	45	0,896	1,295
	3	0,50	0,11	0,0154	55	0,663	0,663

Законы распределения статистик в силу установленных их свойств являются инвариантами — они не изменяются в зависимости от различных особенностей полёта каждого типа ДО.

2. Задача распознавания типа ДО. Рассматриваемая задача в соответствии с поставленной целью и результатами в таблице представляет собой задачу проверки многих альтернативных простых гипотез — типов ДО в условиях априорной неопределённости. Она заключается в построении решающего правила как алгоритма принятия наиболее правильного решения относительно типа обнаруживаемого ОЭП ДО и формулируется при следующих исходных данных.

1. Задано конечное полное множество $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_k\}$ альтернативных типов ДО как простых альтернативных гипотез (далее при моделировании принимаются типы: транспортный самолёт, истребитель и вертолёт, т. е. $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ [13, п. 2.1.2.2]).

2. На множестве S вводится равномерное распределение вероятностей появления типов ДО в зоне контроля ОЭП. При таком распределении имеет место априори максимальная неопределённость относительно типа обнаруживаемого ОЭП ДО и не возникает необходимость принятия каких-либо априори ограничений при решении задачи распознавания типа ДО.

3. По обнаруживаемому ОЭП ДО на текущем отрезке времени $[t - T, t]$ получена дискретная выборка измерений координат угла места $\{\theta_l\}$, азимута $\{\varphi_l\}$ и вычисленной максимальной дальности $\{D_{l\text{макс}}\}$ (l — индекс момента времени измерения координат, $t_l \in [t-T, t]$, t — текущий момент времени). Ложные ДО исключены (отфильтрованы) [14].

4. По выборке каждой координаты ДО вычислена статистика — энергия вейвлет-спектра $u(w(\cdot))$.

5. Известны (получены моделированием по реальным фоноцелевым ситуациям s_i, $i = 1, 2, 3$, с параметрами p, q в таблице) функции правдоподобия (бета-распределения) связи статистики каждой координаты с каждым типом ДО (девять функций $f(x \,|\, p_j, q_j, s_j)$ по трём типам ДО):

$$f_w(u(w(D_{\text{макс}})) \,|\, p_i, q_i, u(w_i), s_i), \quad f_w(u(w(\theta)) \,|\, p_i, q_i, u(w_i), s_i),$$

$$f_w(u(w(\varphi)) \,|\, p_i, q_i, u(w_i), s_i), \quad i = 1, 2, 3.$$

6. Определено множество нерандомизированных решений $\Gamma = \{\gamma_j, j = 1, 2, 3\}$ и решающих функций $\delta(\gamma_j \,|\, u(w(D_{\text{макс}})), u(w(\varphi)), u(w(\theta))) = 1$ либо 0 как отображений выборочных статистик в альтернативные типы ДО (в множество S); $\delta(\cdot) = 1$, если статистики $u(w(D_{\text{макс}}))$, $u(w(\varphi))$, $u(w(\theta))$ взяты из области значений j-го типа ДО и $\delta(\cdot) = 0$ в противном случае.

Поскольку статистики $u(w(D_{\text{макс}}))$, $u(w(\varphi))$, $u(w(\theta))$ попарно независимы и совместны, то $\delta(\gamma_j \,|\, u(w(D_{\text{макс}})), u(w(\varphi)), u(w(\theta))) = \delta(\gamma_j \,|\, u(w(D_{\text{макс}})))\delta(\gamma_j \,|\, u(w(\varphi)))\delta(\gamma_j \,|\, u(w(\theta)))$ и равенство $\delta(\cdot) = 1$ возможно только тогда, когда $\delta(\gamma_j \,|\, u(w(D_{\text{макс}}))) = 1$, $\delta(\gamma_j \,|\, u(w(\varphi))) = 1$, $\delta(\gamma_j \,|\, u(w(\theta))) = 1$ для каждого альтернативного решения γ_j, $j = 1, 2, 3$.

Однако из-за пересечения областей определения функций правдоподобий статистик распознавания, приводящего, в принципе, к перепутыванию типов ДО, решающие функции для одного и того же решения γ_j могут принимать значения 1 или 0. Это определяет необходимость введения так называемой коллективной решающей функции, реализующей при равноважных статистиках «правило большинства» [15, гл. 4, п. 4.2]. Значение каждой компоненты коллективной решающей функции задаётся «своим» алгоритмом независимо от других.

7. На декартовом произведении $S \times \Gamma$ множеств типов ДО и решений вводится функция потерь простой структуры $C(s_i, \gamma_j) = 0$, если $i = j$, и $C(s_i, \gamma_j) = 1$, если $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3$; $C(s_i, \gamma_j)$ — это функция, согласно которой (в условиях априорной неопределённости относительно появления в зоне контроля ОЭП типов ДО) принимаемые неправильные решения (перепутывание типов ДО) по выборке каждой координатной статистики оцениваются одинаковыми потерями (единичными), а правильные — нулевыми.

8. Вводится векторный критерий распознавания типа ДО по независимым реализациям статистик. При принятых исходных данных и с учётом разд. 1 компоненты критерия записываются в виде отношений правдоподобий соответственно независимым реализациям статистик:

$$\frac{f_u(u(w(\theta)) \,|\, p_j, q_j, u(w_j(\theta)), s_j)}{f_u(u(w(\theta)) \,|\, p_i, q_i, u(w_i(\theta)), s_i)} \geq 1; \qquad \frac{f_u(u(w(\varphi)) \,|\, p_j, q_j, u(w_j(\varphi)), s_j)}{f_u(u(w(\varphi)) \,|\, p_i, q_i, u(w_i(\varphi)), s_i)} \geq 1;$$
$$\frac{f_u(u(w(D_{\text{макс}})) \,|\, p_j, q_j, u(w_j(D)), s_j)}{f_u(u(w(D_{\text{макс}})) \,|\, p_i, q_i, u(w_i(D)), s_i)} \geq 1. \tag{5}$$

Решение $\gamma_{j=1}$ принимается, если эти неравенства выполняются для $(j = 1, i = 2) \wedge (j = 1, i = 3)$, решение $\gamma_{j=2}$ — при выполнении неравенств для $(j = 2, i = 1) \wedge (j = 2, i = 3)$, решение $\gamma_{j=3}$ — при выполнении неравенств для $(j = 3, i = 1) \wedge (j = 3, i = 2)$. Такой критерий является наилучшим инвариантным [11, п. 5.3], а в силу альтернативности гипотез (типов ДО) правило (5) представляет бинарный обнаружитель, т. е. при выполнении какого-либо из неравенств (5) соответствующая решающая функция из их коллектива: $\{\delta(\gamma_j \,|\, u(w(D_{\text{макс}}))),\ \delta(\gamma_j \,|\, u(w(\varphi))),\ \delta(\gamma_j \,|\, u(w(\theta)))\}$ — принимает значение 1, в противном случае — 0.

В результате по правилу (5) в общем случае на каждом текущем интервале обнаружения ДО будет вырабатываться совокупность из единиц и нулей. При этом собственно решение о типе ДО целесообразно принимать по критерию $S > \Pi$ [16, п. 2.10], где $S = \sum L_\rho$, ρ — индекс компонент-неравенств критерия (5), $\rho = 1, 2, 3$; $L_\rho = 1$ или $L_\rho = 0$, L_ρ — обозначение результата выполнения или невыполнения неравенства из (5); Π — пороговый уровень. Значение $\Pi \approx 1{,}5\sqrt{M}$ принимается по [16, п. 2.10], $M = 3$ — размерность вектора решающих функций, далее в алгоритме реализуется $\Pi = 2$. Затем в целях обеспечения высокой (>0,9) вероятности правильного распознавания типа ДО осуществляется подтверждение принятого по результатам бинарного обнаружителя решения о типе ДО. Для этого реализуется близкое к оптимальному правило: «хотя бы один раз подтверждаются два из трёх решений, принятые впервые на последовательных временны́х интервалах $[t-T, t]$, $t=t_1$, $t=t_2$, $t=t_3, \ldots$, с момента обнаружения ДО по правилу $S \geq \Pi$ по обнаруженному ДО без пропусков правильных решений на двух и более последовательных интервалах» [17, с. 175].

Итак, задача сведена к разработке алгоритма с двухуровневой структурой для распознавания типа ДО по выборкам статистик — энергий вейвлет-спектров измерений азимута, угла места и максимальной дальности обнаруживаемого ДО на последовательности интервалов времени без введения априорной информации о текущей фоноцелевой обстановке в зоне ОЭП.

Таким образом, выведем вычислительные выражения правил — компонент первого уровня алгоритма, т. е. правила (5). Из (5) видно, что структуры правил идентичны, поэтому их запишем, например,

$$\frac{f_u(u(w(\theta))\,|\,(p_j, q_j)_\theta, u(w_j(\theta)), s_j)}{f_u(u(w(\theta))\,|\,(p_i, q_i)_\theta, u(w_i(\theta)), s_i)} \geq 1, \tag{6}$$

воспользовавшись выражениями бета-плотностей (4) для функций $f_u(u(w(\theta))\,|\,(p_j, q_j)_\theta, w_j(\theta), s_j)$, $f_u(u(w(\theta))\,|\,(p_i, q_i)_\theta, w_i(\theta), s_i)$ и прологарифмировав их.

В результате правило (6) преобразуется в вычислительное выражение вида

$$(p_j-1)\ln(u(w(\theta))-\mu_{j0}) + (q_j-1)\ln(\mu_{j1}-u(w(\theta))) -$$

$$-(p_i-1)\ln(u(w(\theta))-\mu_{i0}) - (q_i-1)\ln(\mu_{i1}-u(w(\theta))) \geq$$

$$\geq -\ln\frac{1}{\mu_{j1}-\mu_{j0}} - \ln\frac{\Gamma(p_j+q_j)}{\Gamma(p_j)\Gamma(q_j)} + (p_j-1)\ln(\mu_{j1}-\mu_{j0}) + (q_j-1)\ln(\mu_{j1}-\mu_{j0}) +$$

$$+\ln\frac{1}{\mu_{i1}-\mu_{i0}} + \ln\frac{\Gamma(p_i+q_i)}{\Gamma(p_i)\Gamma(q_i)} - (p_i-1)\ln(\mu_{i1}-\mu_{i0}) - (q_i-1)\ln(\mu_{i1}-\mu_{i0}). \tag{7}$$

В (7) правая часть есть пороговый уровень принятия решения по распознаванию типа ДО, а левая — статистика распознавания как реализация случайной величины на текущем отрезке времени обнаружения ДО.

Полученное выражение (7) полностью определяет структуру алгоритма распознавания типа ДО на текущем интервале. Для её описания предварительно изложим структуру алгоритма вычисления вейвлет-коэффициентов $C_{m_i b_n}$, $i=1,\ldots,M$, $n=1,\ldots,R$.

3. Структура алгоритма вычисления вейвлет-коэффициентов на основе ВВСФ нулевого порядка. В этом случае ВВСФ нулевого порядка аппроксимируется конечным рядом Котельникова вида

$$w(\tau) = \sum_{k=-N}^{N} w_k[\sin\pi(\tau-k\Delta)/\Delta]/[\pi(\tau-k\Delta)/\Delta],$$

где $w_k = w(k\Delta)$, $k \in [-N, N]$, — значения решения в точке $k\Delta$ интегрального уравнения Фредгольма второго рода с ядром типа $\mathrm{sinc}(t) = \sin(t)/t$; C — верхняя граничная частота финитного спектра ВВСФ, $0 < \Delta \le \pi/C$, $C_1 = \pi/\Delta$; Δ — шаг дискретности на отрезке $[-T, T]$; $N = [T/\Delta]$ — целая часть числа T/Δ.

Затем расчёты осуществляются в последовательности:

1. Вычисление коэффициентов w_k, $k \in [-N, N]$, как решение задачи полной проблемы собственных значений и собственных векторов с использованием алгоритма [5, 6] в системе MATLAB.

2. Вычисление масштабирующей вейвлет-функции $\varphi(t) = (1/\sqrt{A}) \sum\limits_{r=-N}^{N} w_r \mathrm{sinc}(C_1 t - - r\pi)$, где $A = \Delta \sum\limits_{l=-N}^{N} w_l^2$ — нормировочный коэффициент.

3. Вычисление коэффициентов $h_k = \sqrt{2} \int\limits_{-T}^{T} \varphi(t)\varphi(2t - \Delta k)dt$, $k = -N, \ldots, N$.

4. Вычисление коэффициентов $g_k = (-1)^k h_{-k}$, $k = -N, \ldots, N$.

5. Вычисление собственно вейвлет-ВВСФ нулевого порядка $\psi(t) = \sqrt{2} \sum\limits_{k=-N}^{N} g_k \times \times \varphi(2t - \Delta k)$.

6. Вычисление вейвлет-коэффициентов как скалярного произведения выборки на $\psi(t)$ — вейвлет-ВВСФ нулевого порядка:

$$C_{m_i b_n} = 1/\sqrt{m_i} \sum_{k=n-[m_i N]}^{n+[m_i N]} f_{k+[m_i N]+1} \int\limits_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \Psi\Big(\frac{t - n\Delta}{m_i}\Big) dt =$$

$$= (m_i/(2A))^{1/2} C_1 \sum_{k=n-[m_i N]}^{n+[m_i N]} f_{k+[m_i N]+1} \sum_{p,r=-N}^{N} g_p w_r \Big(\mathrm{Si}\Big(\frac{2C_1((k+1)\Delta t - n\Delta)}{m_i}\Big) -$$

$$- (p + r)\pi\Big) - \mathrm{Si}\Big(\frac{2C_1(k\Delta t - n\Delta)}{m_i} - (p + r)\pi\Big), \qquad (8)$$

где $\mathrm{Si}(t)$ — интегральный синус; $f_k = f(k\Delta t)$ — дискретные значения выборки $f(t)$ с шагом Δt, и формирование массива $\{C_{m_i b_n}\}$.

4. Структура алгоритма распознавания типа ДО включает следующие операции:

1. Формирование массивов измерений угла места, азимута обнаруживаемого ДО на каждом текущем временно́м интервале.

2. Вычисление дальностей по выражению (1) и формирование массива дальностей.

3. Вычисление энергий $u(w(\cdot))$ вейвлет-спектров по выражению (3).

4. Проверка выполнения критерия «два из трёх» распознавания типа ДО на текущем интервале времени обнаружения ДО бинарным распознавателем.

5. Подтверждение результатов бинарного распознавателя на последовательных временны́х интервалах с использованием критерия «хотя бы один раз два из трёх».

5. Характеристики качества алгоритма распознавания типа ДО. Качество алгоритма оценено моделированием на каждом уровне отдельно при условии, что обнаружение ДО осуществляется алгоритмами [14] на каждом текущем интервале времени. На таких интервалах формируются выборки из 100 измерений по каждой координате: углу места, азимуту и дальности обнаруживаемого ДО. По каждой выборке вычисляется одно значение соответствующей статистики $u(\theta)$, $u(\varphi)$, $u(D)$ распознавания ДО.

Характеристиками на каждом интервале для первого уровня алгоритма приняты вероятности правильного распознавания $P(s_i \,|\, s_i) = P_{\text{пр.расп}}$ и перепутывания $P(s_j \,|\, s_i) = P_{\text{пер}}$ типов ДО $(i, j = 1, 2, 3)$. Их оценки вычисляются с использованием неравенства Колмогорова [12, гл. IV, § 5, п. 2]

$$P(s_i \,|\, s_i) = P\{-\gamma\sigma \le u(\cdot) - m_1[u(\cdot)] \le \gamma\sigma \,|\, s_i\} \ge 1 - 1/\gamma^2,$$

для применения которого требуется знание только математического ожидания $m_1[u(\cdot)]$ и среднеквадратичного отклонения $\sigma = \sqrt{\sigma^2[u(\cdot)]}$ соответствующей статистики по «своему» типу ДО. Здесь воспользуемся их оценками в таблице, полученными по результатам обнаружения реальных ДО на 100 временны́х интервалах. По данным таблицы вычисляем $\max \sigma \approx 0{,}32$ и $\gamma \approx 1{,}6$; значение γ установлено по условию «невыхода» выборочной статистики за пределы единичного интервала. В результате $P(s_i \,|\, s_i) \cong 0{,}6$ — это нижняя гарантированная граница по каждому типу ДО.

Отметим, что на последовательных интервалах бинарными распознавателями первого уровня не формируются подряд два и более результата неправильного распознавания типа ДО.

Подтверждение решения о типе ДО на втором уровне алгоритма оценивается кумулятивной вероятностью по рекуррентному выражению [18, Дополнение 1, п. 1.4]

$$P(2, 3; n) = P(2, 3; n - 1) + f(2, 3; n),$$

где $P(2, 3; n)$ — вероятность выполнения критерия «два из трёх» хотя бы один раз на n последовательных интервалах; $P(2, 3; n - 1)$ — та же вероятность за $(n - 1)$ интервал; $f(2, 3; n)$ — вероятность выполнения критерия «два из трёх» впервые на n-й выборке (временно́м интервале):

$$f(2, 3; n) = q_{n-3} q_{n-2} p_{n-1} p_n [1 - P(2, 3; n - 4)] + q_{n-4} q_{n-3} p_{n-2} q_{n-1} p_n [1 - P(2, 3; n - 5)].$$

Вычисление $P(\cdot)$ и $f(2, 3; n)$ выполняется по вероятностям $p_n = P_{\text{пр.расп}} = 0{,}6$ и $q_n = P_{\text{пер}} = 0{,}4$ на последовательных интервалах, начиная с первого $n = 1$, затем для $n = 2, 3, 4, \ldots$. Далее, воспользовавшись рекуррентным выражением, получаем вероятность $P(2, 3; n = 1) = 0$ при $n = 1$, $P(2, 3; n = 2) = P_{\text{пр.расп}} P_{\text{пр.расп}} = 0{,}36$ при $n = 2$, $P(2, 3; n = 3) = 0{,}65$ при $n = 3$, $P(2, 3; n = 4) = 0{,}76$ при $n = 4$, $P(2, 3; n = 6) = 0{,}86$ при $n = 6$, $P(2, 3; n = 7) = 0{,}9$ и $P_{\text{пер}} = 0{,}1$ при $n = 7$.

Оценки для вероятности правильного распознавания являются нижними гарантированными.

Заключение. В данной работе изложен вейвлет-алгоритм распознавания типа ДО, обнаруживаемого ОЭП в реальных сложных фоновых условиях при априорной неопределённости о текущей фоноцелевой обстановке. Собственно вейвлет построен на основе волновой вытянутой сфероидальной функции нулевого порядка, доминирующей над известными вейвлетобразующими функциями.

Алгоритм распознавания типа ДО имеет двухуровневую структуру, инвариантен к особенностям траектории полёта и визирования ДО, обеспечивает высокую, практически единичную вероятность правильного распознавания типов ДО по критерию серийной процедуры «хотя бы один раз два из трёх» при практически незначимой вероятности их перепутывания на 6–7 последовательных временны́х интервалах обнаружения ДО, реализуем в реальном масштабе времени на современных ЭВМ.

Предложенный вейвлет-алгоритм распознавания типа ДО представляет собой развитие теории и практики цифровой обработки информации ОЭП при априорной неопределённости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Криксунов Л. З.** Приборы ночного видения. Киев: Техника, 1975. 216 с.
2. **Свистов В. М.** Радиолокационные сигналы и их обработка. М.: Сов. радио, 1977. 449 с.
3. **Смоленцев Н. К.** Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. М.: ДМК Пресс, 2008. 448 с.
4. **Бендат Дж., Пирсол А.** Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 540 с.
5. **Катулев А. Н., Малевинский М. Ф.** Семейство вейвлетов на основе волновой вытянутой сфероидальной функции нулевого порядка // Вестн. Тверского гос. ун-та. Сер. Прикладная математика. 2017. № 1. С. 53–66.
6. **Катулев А. Н., Малевинский М. Ф.** Вейвлет-нечётные волновые вытянутые сфероидальные функции в задаче сегментации двумерного изображения // Автометрия. 2016. **52**, № 3. С. 10–19.
7. **Потапов А. А., Гуляев Ю. В., Никитов С. А. и др.** Новейшие методы обработки изображений. М.: Физматлит, 2008. 496 с.
8. **Лапко А. В., Лапко В. А.** Построение доверительных границ для решающей функции в двуальтернативной задаче распознавания образов // Автометрия. 2015. **51**, № 4. С. 62–67.
9. **Гашников М. В., Глумов Н. И., Ильясова Н. Ю. и др.** Методы компьютерной обработки изображений. М.: Физматлит, 2003. 784 с.
10. **Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С.** Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. М.: Техносфера, 2006. 616 с.
11. **Кокс Д., Хинкли Д.** Теоретическая статистика. М.: Мир, 1978. 560 с.
12. **Митропольский А. К.** Техника статистических вычислений. М.: Наука, 1971. 576 с.
13. **Справочник** офицера противовоздушной обороны /Под ред. Г. В. Зимина, С. К. Бурмистрова. М.: Военное изд-во, 1987. 512 с.
14. **Катулев А. Н., Храмичев А. А., Гузенко О. Б.** Критерий и алгоритм обнаружения динамического объекта на сложном фоне по точечному слабоконтрастному изображению // Автометрия. 2015. **51**, № 2. С. 38–48.
15. **Вилкас Э. Й.** Оптимальность в играх и решениях. М.: Наука, 1970. 236 с.
16. **Сосулин Ю. Г.** Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М.: Радио и связь, 1992. 304 с.
17. **Кузьмин С. З.** Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. М.: Сов. радио, 1974. 432 с.
18. **Башаринов А. Е., Флейшман Б. С.** Методы статистического последовательного анализа и их радиотехнического приложения. М.: Сов. радио, 1962. 352 с.

Поступила в редакцию 4 мая 2017 г.