УДК 624.124:532.595

ВЛИЯНИЕ БИТОГО ЛЬДА НА ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ СВПА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ

В. М. Козин, А. В. Погорелова

Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, 681005 Комсомольск-на-Амуре

Рассматривается равноускоренное движение амфибийного судна на воздушной подушке по поверхности водоема, покрытого мелкобитым льдом.

1. Гидродинамическая задача о движущемся по битому льду амфибийном судне на воздушной подушке (СВПА) моделируется с помощью системы поверхностных давлений [1], перемещающейся над весомой свободной поверхностью флотирующей жидкости [2–4].

Рассмотрим бесконечную область, покрытую битым льдом, по которой со скоростью $u(t)$ перемещается заданная система поверхностных давлений q. Совмещенная с судном система координат располагается следующим образом: плоскость xOy совпадает с невозмущенной поверхностью раздела лед — вода, ось x направлена в сторону движения судна, ось z — вертикально вверх. Предполагается, что вода — идеальная несжимаемая жидкость плотностью ρ_2, движение жидкости потенциальное. Поверхностная плотность флотирующей жидкости задается непрерывной функцией $m(x,y)$ [3]:

$$m(x,y) = \rho_1(x,y)h(x,y) = \rho_1^0 s_1(x,y)h(x,y),$$

где $\rho_1(x,y)$ — «размазанная» по поверхности жидкости плотность льда; ρ_1^0 — физическая плотность льда; $s_1(x,y)$ — безразмерная функция сплоченности льда ($0 \leqslant s_1 \leqslant 1$); $h(x,y)$ — толщина льда. В дальнейшем предполагается, что ρ_1 и h — величины постоянные.

Согласно [1, 5] величина волнового сопротивления, действующего на СВПА, вычисляется по формуле

$$R = \iint\limits_{(\Omega)} q\,\frac{\partial w}{\partial x}\,dx\,dy, \tag{1.1}$$

где Ω — область распределения нагрузки $q(x,y,t)$; $w(x,y,t)$ — деформация поверхности флотирующей жидкости, определяемая в линейной теории волн в заданной системе координат следующим образом:

$$w = -\frac{q}{\rho_2 g} - \frac{1}{g}\,\frac{\partial\Phi}{\partial t}\Big|_{z=0} + \frac{u}{g}\,\frac{\partial\Phi}{\partial x}\Big|_{z=0} - \frac{\rho_1 h}{\rho_2 g}\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial t\,\partial z}\Big|_{z=0} + \frac{u\rho_1 h}{\rho_2 g}\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial z}\Big|_{z=0}. \tag{1.2}$$

Здесь u — скорость системы поверхностных давлений.

Искомая функция потенциала скорости $\Phi(x,y,z,t)$ должна удовлетворять уравнению Лапласа $\Delta\Phi = 0$ и линеаризованным граничным условиям

$$m\Big(\frac{\partial^3\Phi}{\partial t^2\,\partial z} - u'_t\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial z} - 2u\,\frac{\partial^3\Phi}{\partial t\,\partial x\,\partial z} + u^2\,\frac{\partial^3\Phi}{\partial z\,\partial x^2}\Big) =$$

$$= -\rho_2 g\,\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \rho_2\Big(\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - u'_t\,\frac{\partial\Phi}{\partial x} - 2u\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial t\,\partial x} + u^2\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\Big) - \frac{\partial q}{\partial t} + u\,\frac{\partial q}{\partial x} \quad \text{при} \quad z = 0, \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{при} \quad z = -H,$$

где $H = H_1 - b$; H_1 — глубина водоема; $b = \rho_1 h/\rho_2$ — глубина погружения льда при статическом равновесии. Для больших глубин, когда H_1 намного больше h, можно считать $H \approx H_1$.

При условии, что в момент времени $t = 0$ судно не имеет хода и отсутствуют любые возмущения, кроме статической деформации свободной поверхности, начальные условия для функции $\Phi(x, y, z, t)$ запишутся в виде

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|_{z=0,\,t=0} = 0, \qquad \left.\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{\rho_1 h}{\rho_2}\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial z\,\partial t}\right)\right|_{z=0,\,t=0} = 0. \tag{1.4}$$

2. Пусть в заданной подвижной системе координат давление q не зависит от времени, т. е. $q = q(x, y)$. Кроме того, предполагается, что функции $\Phi(x, y, z, t)$ и $q(x, y)$ удовлетворяют условиям, необходимым для представления их в виде разложения в интегралы Фурье по двум переменным x и y. Следуя работе [2], запишем

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^\infty k\,dk\int_{-\pi}^{\pi} d\theta \iint_{(\Omega)} (F\exp(-kz) + E\exp(kz)) \times$$
$$\times \exp(ik((x - x_1)\cos\theta + (y - y_1)\sin\theta))\,dx_1\,dy_1, \tag{2.1}$$
$$q(x, y) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^\infty k\,dk\int_{-\pi}^{\pi} d\theta \iint_{(\Omega)} q(x_1, y_1)\exp(ik((x - x_1)\cos\theta + (y - y_1)\sin\theta))\,dx_1\,dy_1,$$

где F и E — неизвестные функции переменных x_1, y_1, t, k, θ.

Подстановка выражений (2.1) в граничные условия (1.3) позволяет получить зависимость между величинами F и E и дифференциальное уравнение для F:

$$E = F\exp(2kH),$$
$$F''_{tt} - 2F'_t u\mu + Fu^2\mu^2 - Fu'_t\mu = -\frac{\rho_2 gFk\,\mathrm{th}\,(kH)}{\rho_1 hk\,\mathrm{th}\,(kH) + \rho_2} + \frac{uq\mu}{(1 + \exp(2kH))(\rho_1 hk\,\mathrm{th}(kH) + \rho_2)}, \tag{2.2}$$
$$\mu = ik\cos\theta.$$

Для решения уравнения (2.2) по аналогии с работой [6] вводится в рассмотрение функция

$$F_1 = F\exp(-\mu s), \tag{2.3}$$

где $s(t) = \int\limits_0^t u(\tau)\,d\tau$ — расстояние, пройденное СВПА за время t.

Подстановка (2.3) в (2.2) и решение уравнения (2.2) с использованием начальных условий (1.4) приводят к следующему выражению для величины F_1:

$$F_1 = \frac{\sin(\beta_1 t)}{\beta_1}\int_0^t f(\tau)\cos(\beta_1\tau)\,d\tau - \frac{\cos(\beta_1 t)}{\beta_1}\int_0^t f(\tau)\sin(\beta_1\tau)\,d\tau,$$
$$\beta_1 = \sqrt{\frac{\rho_2 gk\,\mathrm{th}\,(kH)}{\rho_1 hk\,\mathrm{th}\,(kH) + \rho_2}}, \qquad f(\tau) = \frac{u(\tau)q(x_1, y_1)\mu\exp(-\mu s(\tau))}{(1 + \exp(2kH))(\rho_1 hk\,\mathrm{th}\,(kH) + \rho_2)}. \tag{2.4}$$

Подставляя полученные зависимости (2.2)–(2.4) для E и F в выражение для потенциала скоростей (2.1), используя формулы (1.1) и (1.2), делая замену переменных $k = \lambda$ и $k \cos \theta = \alpha$, после несложных преобразований можно получить формулу в общем виде для волнового сопротивления системы поверхностных давлений $q(x, y)$ при нестационарном движении над свободной поверхностью флотирующей жидкости:

$$R = -\frac{1}{\rho_2 g} \iint\limits_{(\Omega)} q \frac{\partial q}{\partial x} \, dx \, dy + \frac{1}{2\rho_2 g \pi^2} \int\limits_0^t u(\tau) \cos(\beta_1(t-\tau)) \, d\tau \times$$

$$\times \int\limits_0^\infty \lambda \, d\lambda \int\limits_{-\lambda}^{\lambda} \cos(\alpha(s(t) - s(\tau)))(C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + C_4^2) \frac{\alpha^2 \, d\alpha}{\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}},$$

$$C_1 = \iint\limits_{(\Omega)} q(x, y) \cos(x\alpha) \cos(y\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}) \, dx \, dy,$$

$$C_2 = \iint\limits_{(\Omega)} q(x, y) \cos(x\alpha) \sin(y\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}) \, dx \, dy, \qquad (2.5)$$

$$C_3 = \iint\limits_{(\Omega)} q(x, y) \sin(x\alpha) \cos(y\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}) \, dx \, dy,$$

$$C_4 = \iint\limits_{(\Omega)} q(x, y) \sin(x\alpha) \sin(y\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}) \, dx \, dy, \qquad \beta_1 = \sqrt{\frac{\rho_2 g \lambda \operatorname{th}(\lambda H)}{\rho_1 h \lambda \operatorname{th}(\lambda H) + \rho_2}}.$$

Если в качестве системы перемещающихся давлений $q(x, y)$ взять прямоугольную или эллиптическую в плане систему постоянного давления $q(x, y) = q_0 \equiv \text{const}$, то теоретически полученная кривая волнового сопротивления [1, 2, 5, 6] имеет бесконечное число колебаний в области малых скоростей. Данный результат не подтверждается экспериментальными данными. Этот недостаток теории может быть преодолен введением системы давлений $q(x, y)$, описываемой с помощью функции гиперболического тангенса [6]:

$$q(x, y) = \frac{q_0}{4} \Big[\operatorname{th}\Big(\alpha_1\Big(x + \frac{L}{2}\Big)\Big) - \operatorname{th}\Big(\alpha_1\Big(x - \frac{L}{2}\Big)\Big)\Big] \Big[\operatorname{th}\Big(\alpha_2\Big(y + \frac{L}{2\omega}\Big)\Big) - \operatorname{th}\Big(\alpha_2\Big(y - \frac{L}{2\omega}\Big)\Big)\Big], \qquad (2.6)$$

где q_0 — номинальное давление; L — длина судна; $\omega = L/B$ — удлинение судна; B — ширина судна; α_1, α_2 — параметры, характеризующие степень отклонения распределения давления в продольном и поперечном направлениях от прямоугольной формы. Чем больше α_1, α_2 по величине, тем ближе форма распределения давления к прямоугольной. При α_1, $\alpha_2 \to \infty$ q эквивалентно q_0, равномерно распределенному по прямоугольнику. Для лучшего согласования теоретических результатов с экспериментом в работе [6] предложено использовать значения $\alpha_1 L = \alpha_2 L = 10$.

Для равноускоренного движения заданной системы давлений (2.6) выражение (2.5) примет вид

$$R/D = A q_0 / (\rho_2 g L),$$

$$A(k_L, k_a, \varepsilon, \omega, \gamma) = \frac{\pi^2 \omega}{(\alpha_1 L)^2 (\alpha_2 L)^2 k_L k_a} \int\limits_0^1 \tau \cos\Bigl(\frac{1-\tau}{k_L k_a} \sqrt{\frac{k_L \lambda \operatorname{th}(\gamma\lambda)}{\varepsilon\lambda \operatorname{th}(\gamma\lambda) + 1}}\Bigr) d\tau \times$$
$$\times \int\limits_0^\infty \lambda\, d\lambda \int\limits_0^\lambda \cos\Bigl(\frac{\alpha(1-\tau^2)}{k_L k_a}\Bigr) \frac{\sin^2(\alpha/2) \sin^2(\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}/(2\omega))}{\operatorname{sh}^2(\pi\alpha/(2\alpha_1 L)) \operatorname{sh}^2(\pi\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}/(2\alpha^2 L))\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}}\, \alpha^2\, d\alpha, \tag{2.7}$$

$$D = q_0 LB, \quad k_L = \frac{gL}{u^2}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_1 h}{\rho_2 L}, \quad \omega = \frac{L}{B}, \quad \gamma = \frac{H}{L}, \quad k_a = \frac{a}{g}, \quad u(t) = at.$$

В отличие от выражения (2.5) здесь переменные интегрирования обезразмерены.

Используя результаты работы [2] и систему давлений (2.6), для коэффициента волнового сопротивления СВПА при стационарном движении по поверхности флотирующей жидкости можно получить формулу

$$A(k_L, \varepsilon, \omega, \gamma) = \frac{\pi^3 \omega}{2(\alpha_1 L)^2 (\alpha_2 L)^2} \int\limits_{\lambda_0}^{\infty} \frac{\beta^2 \sin^2(\beta/2) \sin^2(\sqrt{\lambda^2-\beta^2}/(2\omega))\, \lambda\, d\lambda}{\sqrt{\lambda^2-\beta^2}\, \operatorname{sh}^2(\pi\beta/(2\alpha_1 L)) \operatorname{sh}^2(\pi\sqrt{\lambda^2-\beta^2}/(2\alpha_2 L))},$$
$$\beta = \sqrt{\frac{k_L \lambda \operatorname{th}(\gamma\lambda)}{1 + \varepsilon\lambda \operatorname{th}(\gamma\lambda)}}. \tag{2.8}$$

Здесь λ_0 — решение трансцендентного уравнения $k_L \operatorname{th}(\gamma\lambda) = \lambda(1 + \varepsilon\lambda \operatorname{th}(\gamma\lambda))$; $u = \mathrm{const}$; остальные обозначения соответствуют формуле (2.7).

3. Численные расчеты по формулам (2.7), (2.8) сравнивались с известными теоретическими результатами. При нулевом параметре флотации ($\varepsilon = 0$) кривые волнового сопротивления, вычисленные по формулам (2.7), (2.8), совпадают с результатами работы [6], представленными в виде графиков, для всех параметров глубины, удлинения и ускорения, рассмотренных в [6], а именно при $\gamma = 0{,}25$ и $\gamma = \infty$, $\omega = 2$; $k_a = 0{,}05$ и $k_a = 0{,}1$, и для стационарного движения. Для параметров флотации $\varepsilon = 0{,}045$ и $\varepsilon = 0$ результаты формулы (2.8) сравнивались с численными расчетами работы [2], в которой рассматривалось стационарное движение прямоугольной системы постоянного давления. Анализировалось влияние вида функции распределения поверхностного давления $q(x, y)$ на величину максимума волнового сопротивления. Получено, что при задании функции $q(x, y)$ по формуле (2.6) с коэффициентами $\alpha_1 L = \alpha_2 L = 10$ для любых ε, ω и γ максимальное значение коэффициента A превышает аналогичное значение из [2] в среднем на 18–20 %. При этом вид функции давления не влияет на значение критического числа k_L^*, при котором достигается максимальное волновое сопротивление СВПА. При увеличении параметров $\alpha_1 L$ и $\alpha_2 L$ результаты расчетов максимального значения коэффициента A по формуле (2.8) стремятся к аналогичным величинам работы [2] и уже для $\alpha_1 L = \alpha_2 L = 50$ с точностью до 2 % совпадают с последними.

Основные результаты расчетов по формулам (2.7), (2.8) представлены на рис. 1–4. На рис. 1, 2 показаны зависимости максимального значения коэффициента волнового сопротивления A (величина A^*) от удлинения судна ω для $\varepsilon = 0$; 0,045 соответственно. Здесь кривые *1–9* соответствуют стационару ($k_a = 0{,}05$; 0,10): *1–3* — при $\gamma = \infty$; *4–6* — при $\gamma = 0{,}5$; *7–9* — при $\gamma = 0{,}25$. На рис. 1, 2 видно, что для глубокой воды и больших удлинений с увеличением ускорения происходит незначительное уменьшение максимального значения коэффициента волнового сопротивления. С уменьшением глубины γ и удлинения ω влияние ускорения на A^* усиливается. Наличие флотации приводит к уменьшению максимального значения волнового сопротивления.

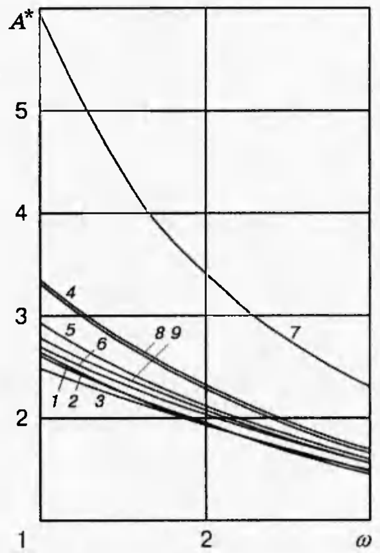

Рис. 1

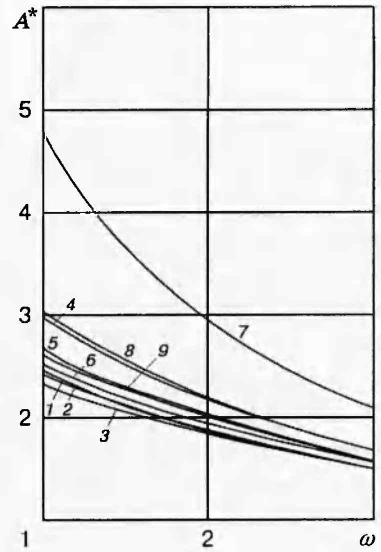

Рис. 2

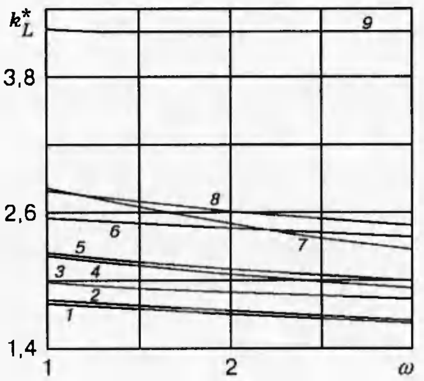

Рис. 3

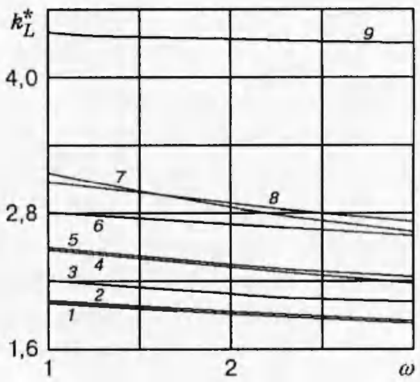

Рис. 4

На рис. 3, 4 представлены значения k_L^*, при которых судно достигает максимального волнового сопротивления для $\varepsilon = 0$; 0,045 соответственно. Здесь кривые *1–3* соответствуют $\gamma = \infty$; 0,5; 0,25 для $k_a = 0{,}1$, кривые *4–6* — $\gamma = \infty$; 0,5; 0,25 для $k_a = 0{,}05$, кривые *7–9* — $\gamma = \infty$; 0,5; 0,25 для стационара. Заметим, что для стационарной задачи максимум волнового сопротивления имеет место при движении судна с постоянной критической скоростью $u = u^*$, а для равноускоренного движения максимум R соответствует моменту времени t, когда мгновенная скорость судна $u = at = u^*$. На рис. 3, 4 видно, что наличие флотации приводит к смещению величины k_L^* в сторону меньших скоростей в среднем на 13 % для любых ω, γ как для равноускоренного движения, так и для стационара. Рост ускорения приводит к существенному смещению точки максимального волнового сопротивления в сторону больших скоростей, причем чем мельче вода, тем влияние ускорения сильнее.

Анализируя численные результаты, для вычисления критических k_L^* в диапазоне $1 \leqslant \omega \leqslant 3$; $\gamma \geqslant 0{,}5$ и для $\varepsilon = 0$ можно предложить формулы для $k_L^* = 3{,}01 - 14{,}7k_a + 34k_a^2 - (0{,}21 - 1{,}3k_a)\omega$ для $0 < k_a \leqslant 0{,}1$, $k_L^* = 3{,}01 - 0{,}21\omega$ для стационара, погрешность расчетов по которым составляет менее 5 % по сравнению с численными результатами.

Выполненные исследования, наряду с расчетом волнового сопротивления СВПА при движении над полем мелкобитого льда, позволяют разрабатывать рекомендации по выбору режимов движения СВПА, эксплуатирующихся в условиях судоходных каналов, проложенных в сплошном льду. Расчеты показывают, что в местах с тонким ледяным покровом в целях предотвращения облома кромок канала и засорения последнего крупнобитым льдом, затрудняющим последующую его эксплуатацию водоизмещающими судами, СВПА должны двигаться с максимальным ускорением.

Полученные зависимости представляют интерес и при решении обратной задачи. Как следует из теоретических расчетов, для расширения полосы разрушенного поля или измельчения обломков льда в ранее проложенном канале СВПА следует двигаться в стационарном режиме со скоростями, рекомендуемыми в зависимости от параметров судна и ледовой обстановки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Основы** теории судов на воздушной подушке / Ю. Ю. Бенуа, В. К. Дьяченко, Б. А. Колызаев и др. Л.: Судостроение, 1970.
2. **Козин В. М., Милованова А. В.** Волновое сопротивление амфибийных судов на воздушной подушке в битом льду // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 24–28.
3. **Хейсин Д. Е.** Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеоиздат, 1967.
4. **Габов С. А.** Об одной задаче гидродинамики идеальной жидкости, связанной с флотацией // Дифференц. уравнения. 1988. Т. 24, № 1. С. 16–21.
5. **Большаков В. П.** Волновое сопротивление системы поверхностных давлений // Тр. XIII науч.-техн. конф. НТО СП по теории корабля, Ленинград, 10–15 сент. 1963 г. Л.: Изд-во ЦНИИ им. А. Н. Крылова, 1963. Вып. 49. С. 68–88.
6. **Doctors L. J., Sharma S. D.** The wave resistance of an aircushion vehicle in steady and accelerated motion // J. Ship Res. 1972. V. 16, N 4. P. 248–260.

Поступила в редакцию 10/IV 1997 г.,
в окончательном варианте — 8/V 1998 г.