

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОТОКА ГАЗА С ЭНТРОПИЙНЫМИ ВОЛНАМИ

Б. Ф. Гликман, В. А. Гурьев, Н. П. Тюрин, Н. Г. Чижова
(Москва)

Газовый тракт с протоком газа — один из основных элементов энергетических установок (топки), двигателей (камеры сгорания), химических аппаратов и т. д. Если газ образуется на входе в тракт при сгорании топлива, при химической реакции или при смешении газов с разной температурой, то с изменением соотношения расходов составляющих, из которых получается газ, изменяется также его температура и состав. Порции газа с различной температурой и составом транспортируются вдоль тракта со скоростью газа, образуя энтропийные волны [1]. В отличие от акустических волн давления и скорости энтропийные волны при отсутствии рассеяния во всех случаях являются бегущими волнами, сохраняющими постоянную амплитуду при движении вдоль тракта. Вынужденные колебания потока в газовом тракте без энтропийных волн рассмотрены в работах [1, 2].

Наличие энтропийных волн наряду с акустическими приводит к существенному качественному изменению динамических характеристик газового тракта, которые являются исходными данными для анализа устойчивости процессов горения, при выборе системы автоматического регулирования и т. д.

1. Исходные уравнения

Примем, что газовый тракт имеет цилиндрическую форму, во входное сечение поступает газ с переменной температурой, в выходном сечении имеется местное сопротивление. Для случая относительно низких частот, когда длина энтропийной волны больше длины тракта, естественно предположение, что рассеянием энтропийных волн можно пренебречь, т. е. что для каждого элемента в потоке газа соблюдаются условия адиабатичности.

Одномерное течение газа в цилиндрическом канале в отсутствие трения, теплообмена и диффузии, при малых отклонениях параметров описывается линеаризованными уравнениями [1]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \delta w}{\partial t} + w \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \frac{p}{\rho w} \frac{\partial \delta p}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial \delta p}{\partial t} + w \frac{\partial \delta p}{\partial x} + \frac{\rho w a^2}{p} \frac{\partial \delta w}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial \delta s}{\partial t} + w \frac{\partial \delta s}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

где δw , δp , $\delta \rho$, δs — относительные вариации (отклонения) скорости, давления, плотности и энтропии газа, отнесенные (кроме δs) к их средним значениям; δs отнесена к теплоемкости C_p ; w , p , ρ — скорость, давление и плотность газа в невозмущенном потоке; a — скорость звука.

Динамические свойства системы характеризуются ее передаточной функцией, которая получается как частичное периодическое решение системы уравнений (1.1). Это решение имеет вид [1]

$$\delta w = \left(A e^{-\frac{i\omega x}{a+w}} + B e^{\frac{i\omega x}{a-w}} \right) \cdot e^{i\omega t};$$

$$\delta p = \frac{\rho \omega a}{p} \cdot \left(A e^{-\frac{i \omega x}{a+\omega}} + B e^{\frac{i \omega x}{a-\omega}} \right) e^{i \omega t}, \quad (1.2)$$

$$\delta s = C e^{-\frac{i \omega x}{\omega}} \cdot e^{i \omega t}.$$

Здесь $\delta \omega = \delta \bar{\omega} e^{i \omega t}$, $\delta p = \delta \bar{p} \cdot e^{i \omega t}$, $\delta s = \delta \bar{s} \cdot e^{i \omega t}$, где $\delta \bar{\omega}$, $\delta \bar{p}$, $\delta \bar{s}$ — амплитуды колебаний соответствующих параметров. Амплитуды — величины комплексные. Постоянные A , B , C определяются граничными условиями, которые имеет смысл записать в более общем виде. При этом необходимо учитывать, что в начале рассматриваемого газового тракта имеется зона формирования газового потока с достаточно сложными неравновесными процессами: химические реакции, фазовые переходы, горение, смещение струй газа с различной температурой и т. д. В связи с большим разнообразием этих процессов особенности их динамических характеристик в каждом конкретном случае необходимо рассматривать отдельно. В частности, некоторые особенности динамических характеристик процессов горения рассмотрены Б. В. Раушенбахом [1].

В общем случае энтропийные волны возникают в результате колебаний как температуры, так и состава (концентрации) газа. Ниже будет рассмотрен случай, когда энтропийные волны связаны с изменением температуры.

За начальное сечение газового тракта примем конец зоны формирования газового потока после окончания всех неравновесных процессов. Объемом этой зоны пренебрегаем. Граничные условия для начального сечения ($x=0$) получаем из уравнения неразрывности

$$\delta \bar{\omega} + \delta \bar{p} = \delta \bar{G}_1 + \delta \bar{T}_1 \quad (1.3)$$

и соотношения для вариации энтропии газа (при отсутствии колебаний состава газа)

$$\delta \bar{s} + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \delta \bar{p} = \delta \bar{T}_1. \quad (1.4)$$

Здесь $\delta \bar{G}_1$ — амплитуда относительной вариации расхода газа в начале тракта; $\delta \bar{T}_1$ — амплитуда относительной вариации температуры газа в начале тракта; κ — показатель адиабаты газа.

Третье граничное условие для выходного сечения тракта ($x=l$) в предположении, что протяженность местного сопротивления (до узкого сечения) существенно меньше длины тракта, находим из уравнения расхода газа через местное сужение потока

$$\delta \bar{\omega} + \frac{1}{2} \delta \bar{s} - \left(\frac{\kappa - 1}{2\kappa} - \alpha_H \right) \delta \bar{p} = \alpha_H \delta \bar{p}_H, \quad (1.5)$$

где $\delta \bar{p}_H$ — амплитуда относительной вариации давления за выходным сопротивлением (сужение, сопло) газового тракта; α_H — коэффициент расхода местного сопротивления на выходе из тракта; p , p_H — давление перед и за выходным сопротивлением. При критическом и сверхкритическом перепаде давления $\alpha_H = 0$. Временем пробега энтропийных и акустических волн по длине выходного устройства, а также трением в нем пренебрегаем.

В качестве примера граничных условий рассмотрим условия в камере сгорания или топке. Пренебрегая временем рабочего процесса, т. е. процесса преобразования топливно-воздушной смеси в продукты сгорания, запишем в линеаризованном виде уравнение неразрывности для начального сечения ($x=0$) (первое граничное условие)

$$\delta \bar{\omega} + [1 - (\bar{G}_0 - \Psi) \alpha_0] \delta \bar{p} = (\bar{G}_r + \Psi) \delta \bar{G}_r - \alpha_0 (\bar{G}_0 - \Psi) \delta \bar{p}_0, \quad (1.6)$$

где

$$\bar{G}_o = \frac{G_o}{G_o + G_r}; \quad \bar{G}_r = 1 - \bar{G}_o = \frac{G_r}{G_o + G_r} -$$

относительные доли окислителя (воздуха) и горючего в продуктах сгорания; $\delta\bar{G}_o, \delta\bar{G}_r$ — амплитуды относительных вариаций соответствующих расходов; $\Psi = \frac{(G_o/G_r)}{T} \frac{\partial T}{\partial (G_o/G_r)}$; α_o — коэффициент расхода для входного сопротивления (аналогичен коэффициенту расхода α_H , только рассчитывается по перепаду давления $\frac{p_o}{p}$); $\delta\bar{p}_o$ — амплитуда относительной вариации давления p_o ; p_o — давление окислителя (воздуха) перед входным сопротивлением.

Второе граничное условие:

$$\delta\bar{s} + \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa} - \Psi \cdot \alpha_o \right) \delta\bar{p} = - \Psi \cdot \delta\bar{G}_r - \Psi \cdot \alpha_o \cdot \delta\bar{p}_o. \quad (1.7)$$

2. Передаточные функции системы

Подстановка граничных условий (1.3), (1.4) и (1.5) в решение (1.2) позволяет определить передаточную функцию системы для вариации давления в любом сечении газового тракта

$$\begin{aligned} \delta\bar{p}(x) = & \frac{\kappa M}{D} \left\langle \left\{ \frac{\kappa - 1}{2} M e^{-i\omega\tau_1} - \left[1 + \left(\frac{\kappa - 1}{2\kappa} - \alpha_H \right) \times \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \times \kappa M e^{i\omega\tau} \right\} \left[(\bar{G}_o + \Psi) \delta\bar{G}_o + (\bar{G}_r - \Psi) \delta\bar{G}_r \right] e^{-i\omega\tau_r} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \Psi (1 - \kappa M) (\delta\bar{G}_o - \delta\bar{G}_r) e^{-i\omega(\tau_r + \tau_1)} + (1 - \kappa M) \alpha_H \delta\bar{p}_H \right\rangle \times \\ & \times e^{-i\omega \frac{x}{a(1+M)}} - \frac{\kappa M}{D} \left\langle \left\{ \frac{\kappa - 1}{2} M e^{-i\omega\tau_1} + \left[1 - \left(\frac{\kappa - 1}{2\kappa} - \alpha_H \right) \kappa M \right] \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times e^{-i\omega\tau} \right\} \left[(\bar{G}_o + \Psi) \delta\bar{G}_o + (\bar{G}_r - \Psi) \delta\bar{G}_r \right] e^{-i\omega\tau_r} - \frac{1}{2} \Psi (1 + \kappa M) (\delta\bar{G}_o - \right. \\ & \left. - \delta\bar{G}_r) e^{-i\omega(\tau_r + \tau_1)} - (1 + \kappa M) \alpha_H \delta\bar{p}_H \right\rangle e^{i\omega \frac{x}{a(1-M)}}, \quad (2.1) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} D = & (\kappa - 1) \cdot M \cdot e^{-i\omega\tau_1} \left[\left(\frac{\kappa - 1}{2\kappa} - \alpha_H \right) \cdot \kappa M - 1 \right] (1 - \kappa M) \cdot e^{-i\omega\tau} - \\ & - \left[\left(\frac{\kappa - 1}{2\kappa} - \alpha_H \right) \cdot \kappa M + 1 \right] (1 + \kappa M) e^{i\omega\tau}; \quad (2.2) \end{aligned}$$

$$M = \frac{\omega}{a} - \text{число Маха}; \quad \tau' = \frac{l}{(1+M)a}; \quad \tau'' = \frac{l}{(1-M)a}; \quad \tau_1 = \frac{l}{\omega}.$$

Для вариации температуры на выходе из тракта находим

$$\delta\bar{T}(l) = e^{-i\omega\tau_1} \cdot \delta\bar{T}_1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa} [\delta\bar{p}(0) \cdot e^{-i\omega\tau_1} - \delta\bar{p}(l)]. \quad (2.3)$$

Решение (2.1) — (2.3) описывает динамические характеристики газового тракта с энтропийными (температурными) волнами в широком диапазоне частот. Наличие энтропийных волн приводит к существенному изменению уравнений для передаточных функций и соответственно к изменению формы кривых амплитудно-фазовых характеристик.

3. Приближенные зависимости

Формула для передаточной функции (2.1) из-за своей громоздкости существенно усложняет расчеты. Однако часто число Маха в тракте невелико, т. е. $M \ll 1$ и $\tau' \approx \tau''$. С другой стороны в ряде случаев при анализе устойчивости процесса или расчета динамических характеристик объекта ограничиваются диапазоном относительно низких частот, для которых можно пренебречь акустическими эффектами, т. е. распределенностью системы для колебаний давления и скорости. Однако необходимо учитывать, что так как в рассматриваемом случае

$$M \approx \frac{\tau'}{\tau_1} \ll 1,$$

то временем пробега энтропийных волн пренебрегать нельзя, т. е. нельзя отказываться от распределенности системы по отношению к энтропийным волнам.

Приняв $x=l$ и разложив в ряд экспоненциальные члены $e^{\pm i\omega\tau'} = 1 \pm i\omega\tau'$ в уравнении (2.1), находим упрощенное соотношение для вариации давления в конце газового тракта:

$$\left(\frac{i\omega\tau_1}{\kappa} - \frac{\kappa-1}{2\kappa} + 1 - \alpha_H - \frac{\kappa-1}{2\kappa} \cdot e^{-i\omega\tau_1} \right) \delta\bar{p} = \delta\bar{G}_1 + \delta\bar{T}_1 \times \\ \times \left(1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-i\omega\tau_1} \right) - \alpha_H \cdot \delta\bar{p}_H. \quad (3.1)$$

При выводе уравнения (3.1) пренебрегли малыми членами, характеризующими инерцию столба газа в тракте

$$i\omega \frac{\rho\omega l}{p} = i\omega\kappa M^2 \cdot \tau_1,$$

благодаря чему упрощенное уравнение для амплитуды вариации давления в начале тракта $\delta\bar{p}(0)$ совпадает с уравнением для амплитуды вариаций давления в конце тракта (3.1).

4. Некоторые особенности частотных характеристик газового тракта с энтропийными волнами

При расчетах удобнее пользоваться безразмерной частотой $\theta = \omega\tau_1$, характерной для энтропийных волн. В этом случае безразмерные частоты, характерные для акустических волн

$$\omega' = \omega\tau' = \frac{M \cdot \theta}{1 - M}, \quad \omega'' = \omega\tau'' = \frac{M \cdot \theta}{1 + M},$$

зависят от числа Маха. На рис. 1 представлены кривые амплитудных и фазовых характеристик газового тракта (камеры сгорания) при различных значениях числа Маха в потоке. Возмущающее воздействие — колебания расхода горючего $\delta\bar{G}_r$, коэффициенты: $G_r = 0,05$; $\alpha_0 = \alpha_H = 0$; $\Psi = -1$. Сравнение кривых показывает, что при $M = 0,1$ приближенное уравнение (3.1) вполне удовлетворительно описывает динамические характеристики тракта вплоть до частот, соответствующих $\theta = 10$. Это естественно, так как при таком значении θ безразмерная акустическая частота ω' достигает единицы. При больших значениях числа M кривая, рассчитанная по приближенной зависимости, заметно отклоняется от кривых точного решения, причем для $M = 0,25$ это отклонение появляется при $\theta = 2,5 \div 3$, а для $M = 0,5$ — при $\theta = 1 \div 1,5$. Эти значения соответствуют безразмерной акустической частоте $\omega' \sim 1 \div 1,5$.

Расчеты проводились для фиксированных значений $\tau_1 = 0,01$ с и скорости звука $a = 500$ м/с. При изменении числа Маха скорость газа и соответственно (чтобы обеспечить одинаковые значения τ_1) длина газового тракта. За счет этого изменяются значения θ , соответствующие резонансным частотам.

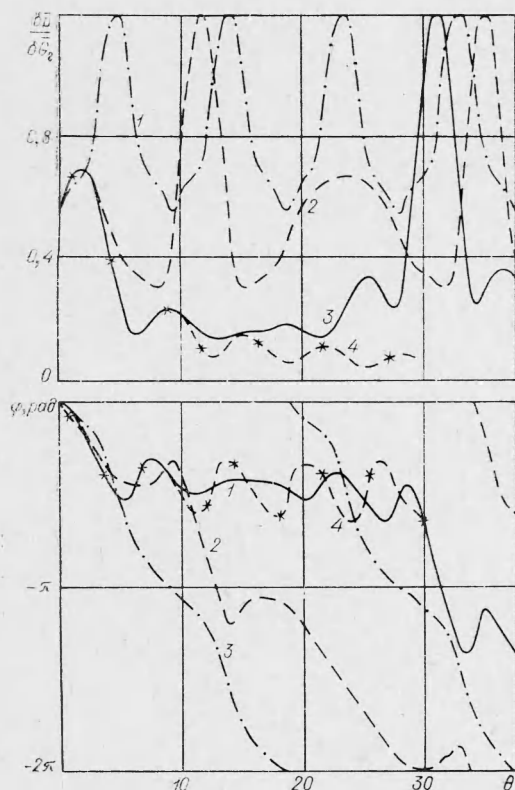


Рис. 1. Амплитудные и фазовые частотные характеристики газового тракта с энтропийными волнами при различных значениях числа Маха: 1 — 0,1; 2 — 0,25; 3 — 0,5; 4 — расчет по (3.1).

В результате взаимодействия акустических и энтропийных волн резко изменяется

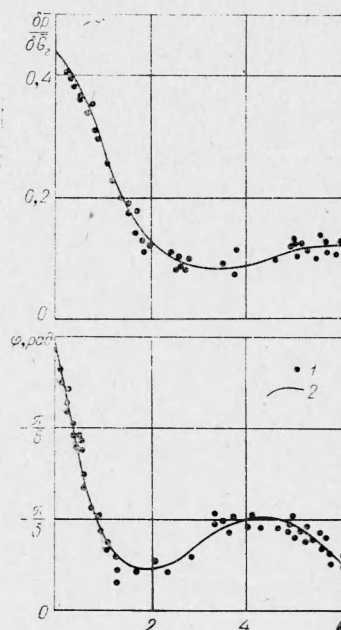


Рис. 2. Результаты экспериментального исследования динамических характеристик тракта.

вид амплитудных частотных характеристик по сравнению с аналогичными характеристиками тракта без энтропийных волн. Нарушается регулярность повторения резонансных максимумов, на кривых амплитудных и фазовых характеристик появляются «волны» с периодом (по частоте), обратно пропорциональным времени прохождения тракта энтропийными волнами¹ τ_1 .

5. Результаты экспериментов

В газовый тракт экспериментальной установки независимо подавались два газа с различной температурой 300 и 780 К. На выходе из магистрали холодного газа с помощью газового пульсатора вносились гармонические возмущения по расходу. Горячий и холодный воздух подавались в тракт через решетку с большим числом отверстий, на которых обеспечивался сверхкритический перепад давления, что исключало обратное влияние колебаний давления в тракте на расходы газов через решетку. Пульсации давления в тракте и после пульсатора из-

¹ В нашем случае $\tau = 0,01$ с и соответствующий период этих волн $\Delta\theta \approx 6$, т. е. близок к значению 2π .

