

УДК 622.274

**ОПТИМИЗАЦИЯ СРЕДНЕСРОЧНОГО ГРАФИКА ВЫПУСКА РУДЫ
ПРИ БЛОКОВОМ ОБРУШЕНИИ МЕТОДОМ СМЕШАННОГО
ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

**Чжу-ли Жень^{1,2}, Жуй-фу Юань^{1,2}, Ли-гуань Ван³,
Фэн Ду^{1,2}, Хаокунь Дэн^{1,2}**

¹Хэнаньский политехнический университет,

E-mail: zhuliren@hpu.edu.cn, 454000, г. Цзяоцзо, Китай

²Объединенный инновационный центр по вопросам безопасной угледобычи
и эффективного недропользования, 454000, г. Цзяоцзо, Китай

³Центральный южный университет, 410083, г. Чанша, Китай

График выпуска руды необходим для обеспечения безопасности, соблюдения экологических норм и контроля горного давления. Он влияет на экономические показатели добычи полезного ископаемого методом блокового обрушения. Метод смешанного целочисленного программирования эффективен в решении среднесрочных задач по оптимизации выпуска руды. Ограничительные параметры на основе модели разубоживания руды — объем выпускаемой руды; приоритет отработки пунктов выпуска с ромбовидной подсечкой; логическое уравнение. Целевой функцией служит максимальная чистая приведенная стоимость. Анализ модели выполнен в программном обеспечении CPLEX, MATLAB и YALMIP на примере меднорудной шахты с 770 пунктами выпуска за 7 лет.

Метод блокового обрушения, оптимизация графика выпуска, смешанное целочисленное программирование, разубоживание, приоритет отработки пунктов выпуска

DOI: 10.15372/FTPRPI20250310

EDN: TNSLMK

Цель производственного менеджмента при добыче методом блокового обрушения — эффективное управление выпуском руды. Важно соблюдение оптимального соотношения между скоростью выпуска и скоростью обрушения, контроль за формой и размером границы раздела между рудой и породой, сокращение потерь руды и уровня разубоживания, а также учет требований производительности и содержания руды в рудной массе. Оптимизация графика выпуска — основная задача управления выпуском руды и ключевой фактор эффективности добычи методом блокового обрушения.

Работа выполнена при поддержке Главного управления по исследовательским проектам провинции Хэнань (№ 25210232101) и Национального фонда естественных наук Китая (№ 52204168).

От графика горного производства зависит стратегия инвестирования. Основные стратегические цели следующие: максимизация чистой приведенной стоимости (ЧПС); минимизация затрат; максимизация освоения запасов. ЧПС представляет собой дисконтированную сумму будущих финансовых потоков и служит критерием оценки прибыльности в долгосрочной перспективе. Методы ручного планирования или компьютерные расчеты на основе эвристических алгоритмов с глобальной точки зрения предлагают неоптимальные решения [1]. Для принятия решений должны проводиться соответствующие исследования.

Цель настоящей работы — разработка, внедрение и верификация методики решения проблемы графика горного производства методом блокового обрушения в среднесрочной перспективе. При расчете графика производства учитываются условия инфраструктуры, объем добычи, технологический процесс добычи, требования к содержанию руды в рудной массе. Стратегическое планирование определяет цель проекта.

Алгоритм составления графика добычи методом блокового обрушения с помощью модели смешанного целочисленного программирования (СЦП) включает следующие этапы:

- 1) построение блоковой модели рудного тела в программном обеспечении DIMINE с указанием принадлежности каждого блока к месторождению и содержание полезного ископаемого в нем;
- 2) импорт данных о пунктах выпуска (координаты, падение, азимут);
- 3) построение срезов для каждой выпускной колонны и анализ разубоживания;
- 4) разделение колонны на срезы (расчет смешанного содержания среза путем сопоставления вертикального расстояния геологической блоковой модели для выявления наиболее оптимальной высоты выпускной колонны);
- 5) создание требуемых баз и наборов данных (объем добычи, ее последовательность, целевое содержание) для разработанных СЦП-моделей с целью отбора приоритетных к отработке пунктов выпуска в рамках ромбовидной подсечки;
- 6) оптимизация графика выпуска и обсуждение результатов. Оптимизационные задачи решаются в средах CPLEX, MATLAB, YALMIP [2]. Для верификации СЦП-моделей полученный график согласовывается с данными действующей шахты на протяжении 7 лет.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Несмотря на некоторые попытки применения математического программирования для разработки графика добычи полезных ископаемых подземным способом, основной объем исследований проблемы его построения связан с отработкой месторождений открытым способом. Это обусловлено сложной природой подземной добычи [3, 4].

Комплексный обзор оперативных исследований в области горного планирования, попытки разработать методы оптимизации производственного планирования для подземных шахт и открытых выработок описаны в [5]. В [6] смоделирован выпуск руды с помощью математической модели. В [1, 7 – 14] рассмотрена максимизация ЧПС графика добычи при разных формах подсечки. В [15, 16] разработана система горного моделирования и менеджмента на основе теории Л. Буше, обеспечивающая безопасность горного производства. В [17] проанализировано планирование на примере многолетнего наблюдения за эксплуатацией меднорудной шахты Zhongtiaoshan, в которой реализован метод блочного обрушения; получены рекомендации для безопасного и эффективного горного производства. В [18] построены математические модели прямой и обратной оптимизации производственного планирования. В [19] использовано смешанное целочисленное программирование для оптимизации последовательности разработки очистных забоев при поэтажном обрушении без целиков с целью преодоления проблем, связанных с традиционным ручным планированием. В [20] построена СЦП-модель, в качестве

целевой функции для краткосрочного планирования выпуска использовалось минимальное отклонение целевого содержания для решения проблемы неравномерной случайности выпуска и неравномерного содержания.

Математическая оптимизация позволяет получать производственный график с более высокой ЧПС по сравнению с эвристическими оптимизационными методами. Долгосрочному производственному планированию с применением математического программирования посвящено огромное количество работ. Для оптимизации планирования исследователи комбинировали математическое программирование с методами моделирования [21–23]. Некоторые методы внедрены в процесс планирования подземных горных работ и включают: альтернативное планирование; моделирование; эвристические методы; линейное программирование; смешанное целочисленное линейное программирование; квадратичное программирование [4, 14, 24].

На начальной стадии обрушения для предотвращения раннего разубоживания используются составленные вручную диаграммы выпуска [25]. Для эффективного производственного планирования и определения оптимальных параметров блокового обрушения применяются методы, содержащие объемные алгоритмы для моделирования уровня разубоживания вдоль выпускной колонны, различные стратегии выпуска и динамическое программирование. Они включают математическое программирование с разными целевыми функциями, например минимизация колебания среднего содержания между сменами выпуска, максимизация контроля выпуска, максимизация ЧПС, максимизация срока эксплуатации шахты и минимизация отклонения от эталонного выпуска [1, 8, 13, 14, 22, 26–33].

Указанные исследования составляют теоретическую основу для управления выпуском руды. Методы оптимизации планирования до сих пор широко не применяются в горнодобывающей отрасли, особенно при подземной отработке месторождений. Сложно соответствовать фактическим производственным потребностям, организовать последовательность пунктов выпуска в каждый период времени в рамках определенной подсечки. В настоящей работе показано, как оптимизационные методы позволяют разработать практический производственный график с учетом разубоживания руды. Для этого использован метод смешанного целочисленного программирования для рациональной организации пунктов выпуска в каждый временной период. Он соответствует требованиям непрерывного горного производства с учетом границы раздела между рудой и породой при максимизации ЧПС. С практической точки зрения работа имеет прикладную актуальность.

РЕСУРСНАЯ МОДЕЛЬ БЛОКОВОГО ОБРУШЕНИЯ

На основе трехмерной модели шахты, размещения пунктов выпуска и стратификации выпускных колонн построена ресурсная модель оптимизации среднесрочного графика выпуска. Так как в процессе горного производства всегда участвуют руда и порода, необходимо учитывать разубоживание руды для точного прогнозирования содержания выпускной колонны и тщательного освоения месторождения. Учитывая цены на металлы, совокупные затраты на горное производство и показатели истощения, рассчитаны ресурсные значения среза каждой выпускной колонны с целью оптимизации высоты выпускной колонны и объема рудной массы. Ресурсная модель содержит необходимые данные для оптимизации графика выпуска в рамках добычи методом блокового обрушения.

В процессе выпуска скорость нисходящего движения рудной массы неравномерна, она может двигаться как вертикально, так и горизонтально. Содержание и объем рудной массы в каждой выпускной колонне может отличаться от исходного значения перед разубоживанием. Расчет содержания среза на пункте выпуска должен учитывать разубоживание в ходе выемки

рудной массы. Согласно [34, 35], первая точка разубоживания составляет 50 % от наиболее оптимальной высоты выпускной колонны. На рис. 1 рудный целик разделен на шесть слоев $P_1 - P_6$. Среднее весовое содержание i -го слоя рассчитывается как

$$G_i = \frac{\sum_{j=1}^n P_j V_j}{\sum_{j=1}^n V_j}, \quad (1)$$

где P_j , V_j — весовое содержание j -го участка и его объем.

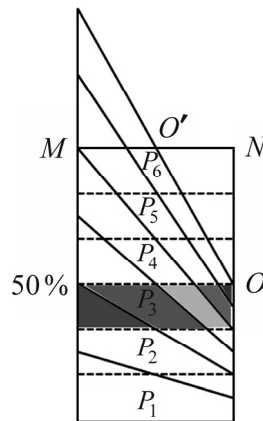


Рис. 1. Диаграмма модели разубоживания

Модель выпускной колонны и модель содержания на пункте выпуска строились по текущим топографическим и геологическим условиям в зоне выпуска. Доходность каждой выпускной колонны вычислялась по формуле $Q = V - T$ с учетом содержания, извлечения и затрат на добычу. Когда доходность достигает максимального значения, высота колонны оптимальна. Результаты приведены на рис. 2. Общая стоимость руды равна

$$V = \sum_{i=1}^n G e_i R e_i P e_i, \quad (2)$$

где n — количество металлов в руде; i — индекс металла; $G e_i$ — содержание i -го металла в руде; $R e_i$ — извлечение i -го металла из руды; $P e_i$ — цена i -го металла.

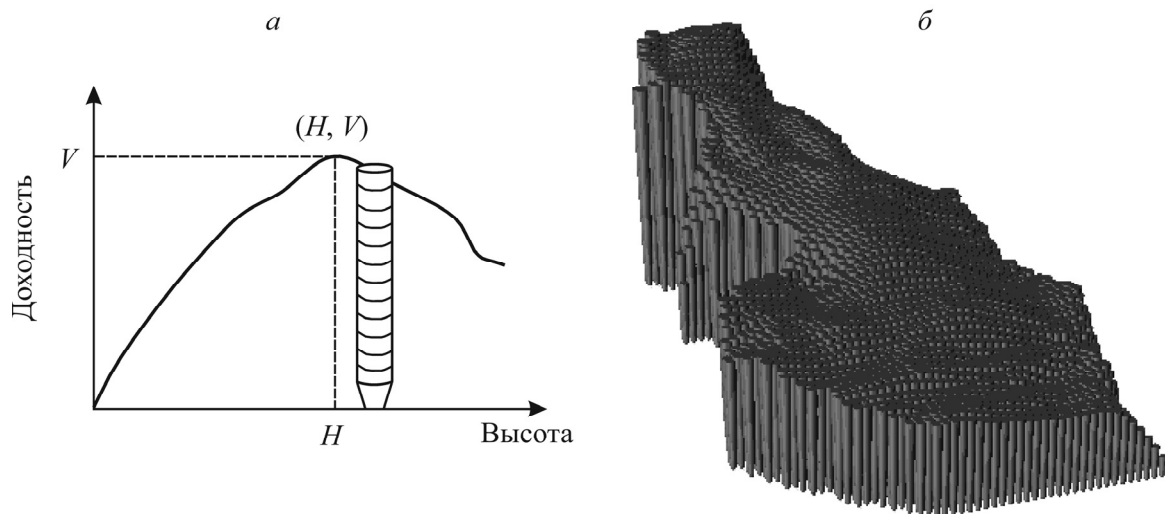


Рис. 2. Расчет оптимальной высоты выпускной колонны (а) и трехмерная карта выпускных колонн с оптимальной высотой (б) [9]

ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

В рамках метода отработки рудного месторождения блоковым обрушением обрушение рудно-породной массы регулируется подсечкой. Направление подсечки соответствует направлению максимального главного напряжения в области добычи или направлению основной строительной оси. Горнодобывающие предприятия для повышения доходности на начальном этапе горного производства ставят в приоритет подсечку зон с более высоким содержанием руды.

Для оптимизации эффективности подсечки выбран ромбовидный тип, когда подсечка сначала осуществляется в центре участка рудного тела, затем направляется наружу по форме ромба. Преимущества такой подсечки следующие:

- управление распределением напряжений. Ромбовидная подсечка обеспечивает более равномерное перераспределение напряжений по сравнению с круговой или эллиптической; при ней минимизируются концентрации локальных напряжений, способных дестабилизировать подземные выработки. Угловая геометрия ромба больше соответствует плоскостям естественных отдельностей породного массива, в результате чего снижается индуцированное образование трещин и степень повреждения выработок;

- эффективность развития подсечки. Ромбовидная форма обеспечивает равномерное развитие фронта подсечки, равномерную фрагментацию породы и параметры выпуска. В отличие от круговой и эллиптической форм, прямые грани ромба упрощают буровзрывные работы, повышая точность технологического процесса;

- оптимизация пунктов выпуска. При ромбовидной подсечке интервал между пунктами выпуска остается постоянным, повышается извлечение и минимизируется разубоживание (рис. 3). Такая схема отработки месторождения эмпирически проверена в рамках добычи методом блокового обрушения. Геометрические преимущества и преимущества распределения напряжений позволяют преобладать над круговыми и эллиптическими формами подсечки.

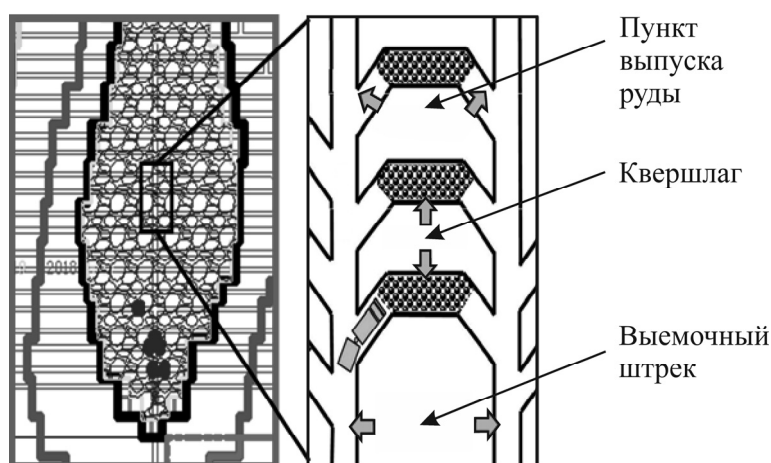


Рис. 3. Схема пунктов выпуска при добыче методом блокового обрушения

Выявлено параллельное соотношение между подсечкой, обрушением руды и ее выемкой: характер обрушения зависит от характера подсечки, характер выемки — от характера обрушения. Соотношение между этими тремя процессами должно быть скоординированным. В настоящей работе при отработке месторождения использовалась ромбовидная подсечка (рис. 4).

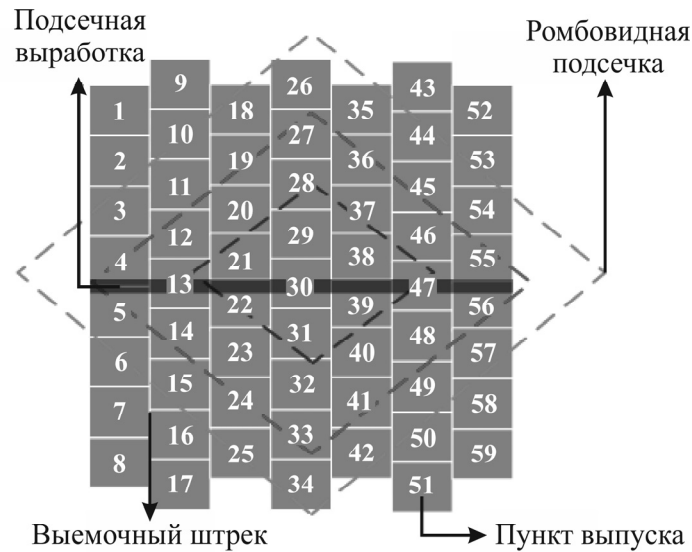


Рис. 4. Обработка пунктов выпуска ромбовидной подсечкой

Оптимизацию последовательности выемки можно выполнить для трех вариантов приоритетности обработки пунктов выпуска:

I. Обработка от центральной подсечной выработки в двух направлениях одновременно. Последовательность выпуска отсутствует, для приоритетности пунктов выпуска необходимо задать порядок обработки блоков 30, 29 или 30, 31 в каждой области ромбовидной подсечки (рис. 5а);

II. Обработка от центральной подсечной выработки сначала в одном направлении, затем в другом. Центральный приоритет выше, чем при обработке сразу в двух направлениях. В каждой области ромбовидной подсечки необходимо обеспечить порядок обработки блоков 30, 29, 31 для определения приоритета пунктов выпуска (рис. 5б);

III. Обработка от центральной подсечной выработки в двух направлениях без ромбовидных ограничений по всей области добычи блоков 30, 29, 28 или 30, 31, 32 или 30, 29, 31. Последовательность добычи определяет приоритет каждого пункта выпуска (рис. 5в).

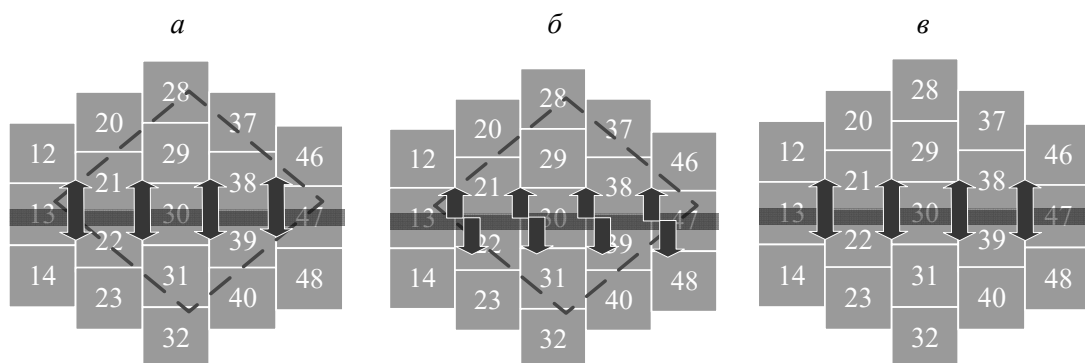


Рис. 5. Приоритетность обработки пунктов выпуска для варианта I (а), II (б) и III (в)

Примем за D — количество пунктов выпуска. Тогда переменные решения для оптимизации последовательности выпуска в период времени имеют вид:

$$X_{d,t} = \begin{cases} 1, & \text{начало выпуска на пункте } d \text{ во временной период } t; \\ 0, & \text{другое.} \end{cases}$$

Для соответствия требованиям качества руды и максимизации чистой приведенной стоимости предложено математическое выражение, соответствующее целевой функции:

$$\max \sum_d^D \sum_t^T \sum_{t' \leq t+t_d-1} \frac{X_{d,t} DEV_{d,t_d-t+1}}{(1+r)^{t'}},$$

где $d \in \{1, \dots, D\}$, $t \in \{1, \dots, T\}$ — порядковый номер пункта выпуска и временного периода планирования; $r = 10\%$ — дисконтная ставка шахты; t_d — время эксплуатации пункта выпуска; $DEV_{d,t}$ — экономическая ценность пункта выпуска d во временной период t :

$$DEV_{d,t} = \left(\sum_{e \in E} GeRePe - Ce \right) Ton_{d,t},$$

здесь $Ton_{d,t}$ — количество руды в пункте выпуска d во временной период t ; e — индекс металла; E — количество металлов в руде; Ce — затраты на сортировку единицы руды; Ge — содержание металла в руде; Re — извлечение металла из руды; Pe — цена металла.

Согласно принципам выпуска руды, в рамках добычи методом блокового обрушения, чем больше угол наклона раздела между рудой и породой, тем больше разубоживание. При малом угле наклона раздела между рудой и породой увеличивается область рудодренирования. В процессе выпуска угол наклона раздела между рудой и породой необходимо поддерживать на уровне 45° (рис. 6). Нужно обеспечить соответствие каждого пункта выпуска определенному блоку руды и равномерное образование раздела между рудой и породой для предотвращения попадания руды в пустую породу и, как следствие, повышенного истощения месторождения: $\sum_t X_{d,t} = 1, \forall d \in \{1, 2, \dots, D\}$.

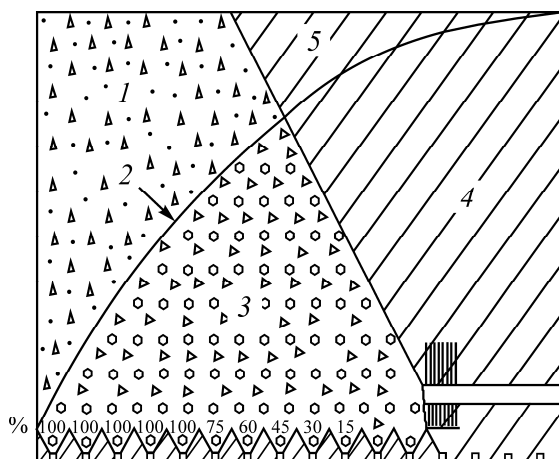


Рис. 6. Управление границей раздела между рудой и породой при блоковом обрушении: 1 — пустая порода, предназначенная к обрушению; 2 — оптимальная граница раздела; 3 — руда, предназначенная к обрушению; 4 — руда, не предназначенная к обрушению; 5 — пустая порода, не предназначенная к обрушению

Максимизация экономической эффективности — одна из целей горнодобывающих предприятий, а соответствие требуемым объемам добычи руды — одно из ключевых условий доходности шахты. При планировании объем добываемой руды должен соответствовать ограничениям:

$$\sum_d^D \sum_{t-t_d+1 \leq t' \leq t} X_{d,t'} m = M, \quad \forall t,$$

где m — объем выпускаемой рудной массы из пункта выпуска d в период времени t ; M — совокупный требуемый объем добычи из шахты в период времени t .

Так как характер подсечки определяет характер обрушения, который в свою очередь отражает характер выемки, выпуск руды должен осуществляться после подсечки в необходимой последовательности в рамках одной выработки. Согласно методу определения приоритета пунктов выпуска, модель ограничивается выражением:

$$X_{d,t} \leq \sum_{k=1}^t X_{d',k}, \quad \forall d, t, d' \in S(d),$$

здесь $S(d)$ — смежный пункт выпуска; d' — пункт выпуска, находящийся в работе; t — время выпуска руды.

Оптимальное решение задачи линейного программирования должно соответствовать вершине области допустимых решений. Решение СЦП-модели не обязательно соответствует данной вершине, так как СЦП-модель более сложна по сравнению с моделью линейного программирования. В настоящей работе модель написана на языке YALMIP в среде MATLAB, ее решение осуществлено в ПО CPLEX, алгоритм представлен на рис. 7.

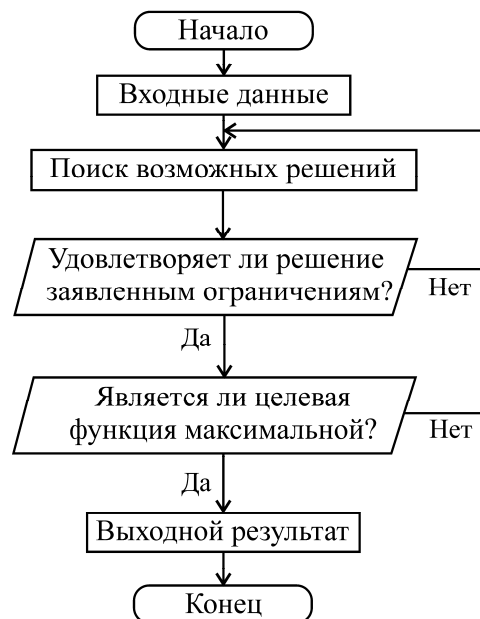


Рис. 7. Алгоритм СЦП-модели для среднесрочного планирования

ПРИМЕР И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В рассматриваемой шахте провинции Юньнань осуществляется добыча методом блокового обрушения. Первая область добычи расположена в средне-центральной южной части рудного тела. Размер области добычи 500×330 м. Начало подсечки расположено в середине рудного тела между линиями георазведки 1–4. В этой области высокое содержание руды и относительно слабое состояние массива, что благоприятно для начального обрушения и непрерывного выпуска. Ромбовидная подсечка позволяет контролировать горное давление в области добычи. В примере рудное тело обрабатывается 770 пунктами выпуска, перспектива планирования составляет 28 кварталов (рис. 8).

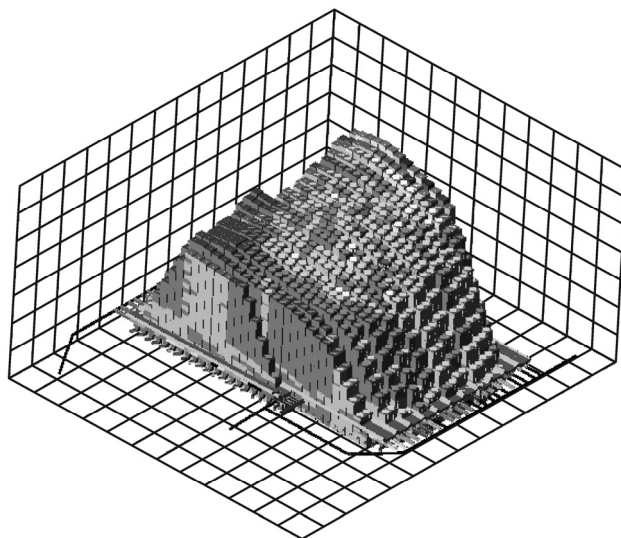


Рис. 8. Трехмерная карта первого участка добычи

Согласно условиям эксплуатации шахты, объем добычи должен быть 1.6 млн т (10 тыс. т с каждого пункта выпуска в квартал). В качестве объекта оптимизации в среднесрочной перспективе выбрано 770 пунктов выпуска. Массив пунктов выпуска составил $D = [1, 2, \dots, 770]$, объем добычи на каждом пункте выпуска — $Sore = [121858, 121105, \dots, 115062]$. Дисконтная ставка равна 10 %, цена на медь — 40 тыс. юаней/т. Содержание срезов рассчитывалось на основе модели разубоживания, содержание меди определялось для каждой выпускной колонны и каждого среза высотой 10 м. Информацию о содержании каждого пункта выпуска представим в виде матрицы:

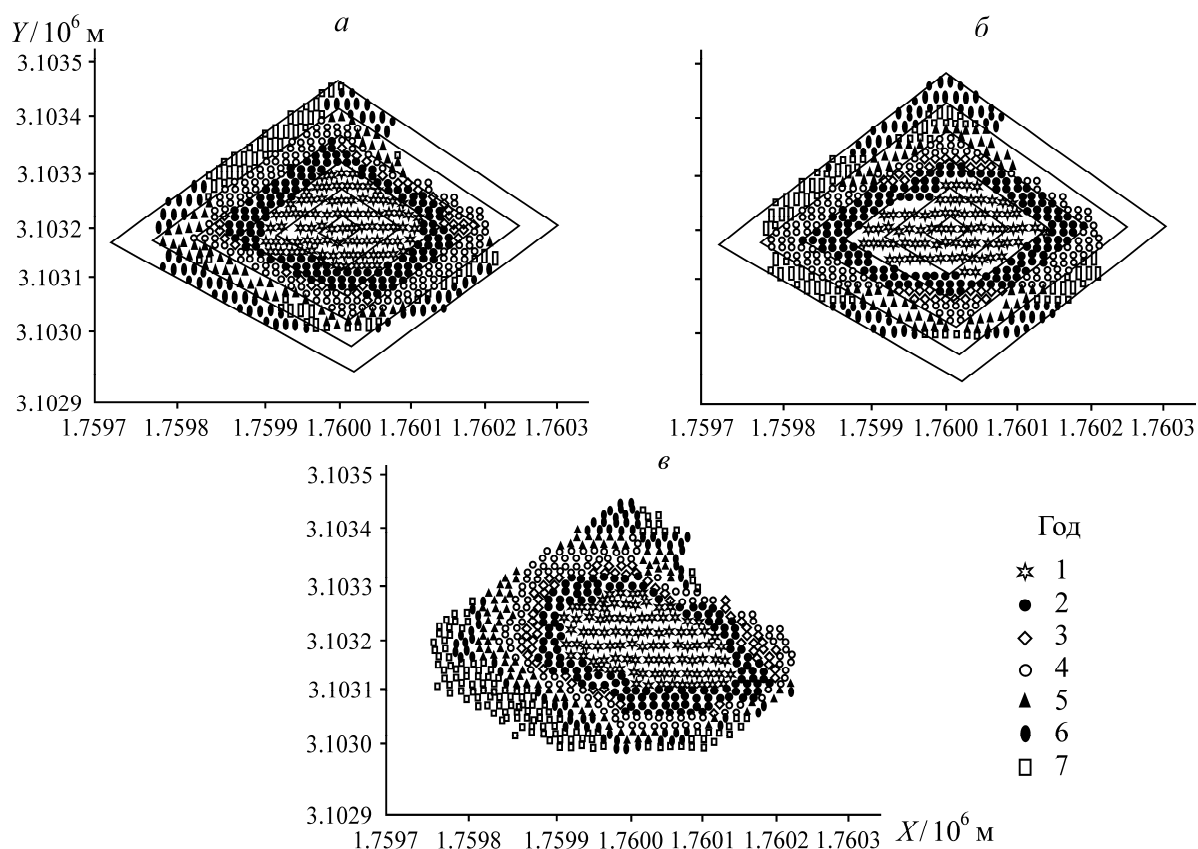
$$G_{d,e} = \begin{bmatrix} 1.51\% & \dots & 0.71\% \\ \dots & \dots & \dots \\ 0.39\% & \dots & 0.26\% \end{bmatrix},$$

где каждый ряд — содержание среза e пункта выпуска d . Для варианта I приоритетность отработки выпускных колонн составила $S(d) = [315, 120, 325, \dots, 743]$, для варианта II — $S(d) = [215, 320, 325, \dots, 713]$, для варианта III — $S(d) = [315, 139, 365, \dots, 753]$.

В таблице приведены данные планирования выпуска руды для трех вариантов отработки пунктов выпуска. Для варианта I максимальное дисконтированное значение целевой функции равно 423.452 млрд юаней (ЧПС-1), для варианта II — 416.503 млрд юаней (ЧПС-2), для варианта III — 430.425 млрд юаней (ЧПС-3). Для трех вариантов получен ежегодный план от начала выпуска (рис. 9). Выпуск руды организован по направлению из центра наружу. На рис. 9а начальные пункты выпуска соответствуют ромбовидным ограничениям. Грани ромба более аккуратны, что позволяет снизить концентрацию напряжений и повысить равномерность горного давления. Несмотря на то, что результаты для варианта II (рис. 9б) удовлетворяют ограничениям ромбовидной подсечки, существует вероятность образования концентрации напряжений, что неблагоприятно сказывается на выпуске руды. В варианте III (рис. 9в) нет ограничений в виде ромбовидной подсечки, однако отработка пунктов выпуска в общем виде соответствует ромбовидной подсечке, в результате чего стабилизируется горное давление.

График отработки пунктов выпуска для вариантов I–III

Квартал	Номер пункта выпуска															
Вариант I																
1	11	13	21	23	25	27	28	...	30	63	64	65	66	67	68	
2	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
26	85	86	88	93	94	95	99	...	128	148	149	198	199	200	201	
27	100	162	163	176	177	179	239	...	468	469	483	484	486	498	510	
28	225	232	470	471	472	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	
Вариант II																
1	11	13	21	23	25	27	28	...	30	64	66	68	110	112	114	
2	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
26	32	34	35	176	225	233	235	...	276	278	280	282	284	287	336	
27	56	74	76	78	177	179	212	...	215	219	275	277	441	443	528	
28	31	33	71	73	75	77	198	...	200	201	202	203	204	205	206	
Вариант III																
1	2	11	13	17	19	21	23	...	26	27	28	29	30	48	49	
2	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
26	62	93	99	148	149	198	200	...	281	283	285	286	291	292	293	
27	86	88	100	145	147	155	169	...	175	176	178	179	229	274	275	
28	54	55	56	177	225	227	233	...	235	239	468	470	471	472	473	

Рис. 9. График отработки пунктов выпуска для варианта I (*a*), II (*b*) и III (*e*)

Результаты оптимального среднесрочного графика выпуска руды соответствуют требованиям. Они не только обеспечивают необходимый объем добычи полезного ископаемого, но и максимизируют чистую приведенную стоимость шахты, т. е. приоритет отдается добыче богатой руды. Несмотря на то, что общие тренды кривых колебания содержания сильно не отличаются друг от друга, в рассматриваемых случаях содержание в варианте I и III выше, чем в II. В варианте I зафиксирован рост ЧПС на 1.69 % по сравнению с вариантом II (~ 7 млрд юаней при цене на медь 40 тыс. юаней/т). В варианте III ЧПС выросла на 3.34 % по сравнению с вариантом II (в дисконтированной стоимости 13.90 млрд юаней). Для получения оптимального среднесрочного графика выпуска руды рекомендуется выбрать приоритет отработки пунктов выпуска по варианту I. Несмотря на наибольшее значение ЧПС в варианте III, следует учитывать, что метод обрушения определяется методом подсечки, а метод выемки — методом обрушения. В варианте III невозможно гарантировать, что отработка пунктов выпуска пойдет в ромбовидном характере, что повлияет на последующее горное производство (рис. 10).

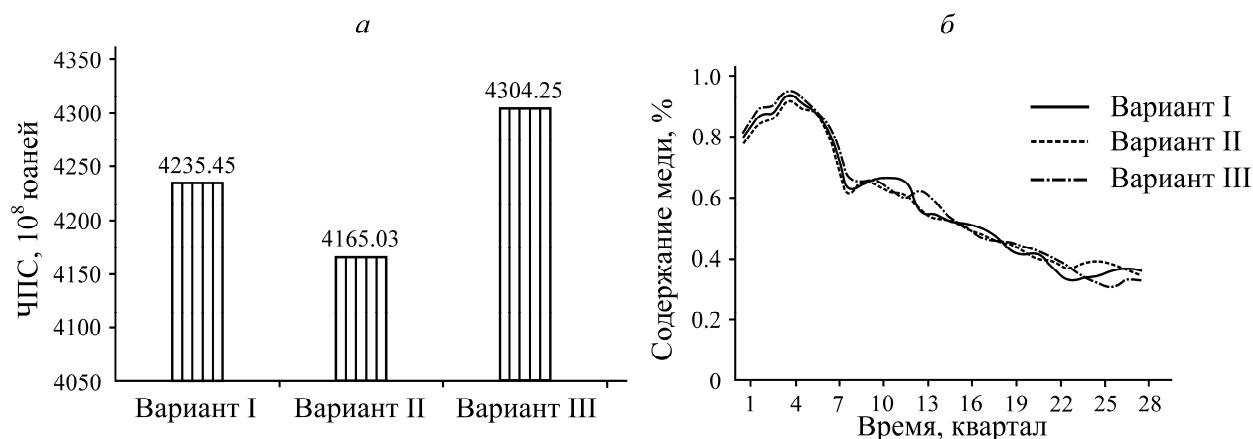


Рис. 10. Чистая приведенная стоимость отработки пунктов выпуска (а) и колебание их содержания (б) при разных вариантах приоритетности

ВЫВОДЫ

Посредством изучения планирования выпуска при добыче методом блокового обрушения в шахтах Китая, построена оптимизационная модель среднесрочного графика выпуска руды, которая обеспечивает максимальную экономическую доходность и является более эффективной по сравнению с текущим среднесрочным графиком.

При построении оптимизационной модели среднесрочного графика выпуска руды учтен фундаментальный принцип выпуска и обеспечено соответствие требованиям по объему добычи. Максимальное значение чистой приведенной стоимости в планируемый период использовано в качестве целевой функции для организации каждого пункта выпуска. Выбранная последовательность отработки пунктов выпуска позволила повысить чистую приведенную стоимость на ~ 7 млрд юаней.

Выполнено сравнение трех вариантов последовательности отработки пунктов выпуска. При варианте I получается оптимальная последовательность и обеспечивается максимизация чистой приведенной стоимости. Он может рассматриваться в качестве практического руководства для среднесрочного планирования выпуска руды при добыче методом блокового обрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Pourrahimian Y., Askari–Nasab H., and Tannant D.** Mixed–Integer Linear programming formulation for block-cave sequence optimisation, *Int. J. Min. Miner. Eng.*, 2012, Vol. 4, No. 1. — P. 26–49.
2. **Bliek C., Bonami P., and Lodi A.** Solving Mixed-Integer Quadratic Programming problems with IBM-CPLEX: A progress report, *Proc. Twenty-Sixth RAMP Symp.*, Hosei University, Tokyo, 2014.
3. **Kuchta M., Newman A., and Topal E.** Implementing a production schedule at LKAB's Kiruna Mine, *Interfaces* 2004, Vol. 34, No. 2. — P. 124–134.
4. **Topal E.** Early start and late start algorithms to improve the solution time for long-term underground mine production scheduling, *J. Southern African Institute Min. Metal.*, 2008, Vol. 108, No. 2. — P. 101–107.
5. **Newman A. M., Rubio E., Caro R., Weintraub A., and Eurek K.** A review of operations research in mine planning, *Interfaces*, 2010, Vol. 40, No. 3. — P. 222–245.
6. **Jolley D.** Computer simulation of movement of ore and waste in an underground mining pillar, *Canadian Min. Metal. Bull.*, 1968, Vol. 61, No. 1. — P. 854–862.
7. **Pourrahimian Y. and Hooman A.-N.** Block cave production scheduling optimization using mixed integer linear programming, *Mining Optimization Laboratory (MOL) Research Report Three*, University of Alberta, 2011. — P. 75–98.
8. **Pourrahimian Y., Hooman A.-N., and Tannant D.** Block cave production scheduling optimization using mathematical programming, 6th Int. Conf. Exhib. Mass Min., Sudbury, Canada, 2012.
9. **Pourrahimian Y.** Mathematical programming for sequence optimization in block cave mining, University of Alberta, Canada, 2013.
10. **Pourrahimian Y. and Hooman A.-N.** A multi-step approach for block-cave production scheduling optimization, *Int. J. Min. Sci. Technol.*, 2013, Vol. 23, No. 5. — P. 739–750.
11. **Pourrahimian Y. and Hooman A.-N.** An application of mathematical programming to determine the best height of draw in block-cave sequence optimization, *Min. Technol.*, 2014, Vol. 123, No. 3. — P. 162–172.
12. **Nezhadshahmohammad F., Aghababaei H., and Pourrahimian Y.** Conditional draw control system in block-cave production scheduling using mathematical programming, *Int. J. Min. Reclamation Env.*, 2017, Vol. 33, No. 4. — P. 223–246.
13. **Enrique R. and Diering T.** Block cave production planning using operation research tools, https://www.u-cursos.cl/ingenieria/2008/1/MI75E/1/material_docente/bajar?id_material=167440.
14. **Khodayari F. and Pourrahimian Y.** Quadratic programming application in block-cave mining, 1st Int. Conf. Underground Mining, Santiago, Chile, 2016.
15. **Nezhadshahmohammad F., Aghababaei H., and Pourrahimian Y.** Conditional draw control system in block-cave production scheduling using mathematical programming, *Int. J. Min., Reclam. Env.*, 2019, Vol. 33, No. 4. — P. 223–246.
16. **Diering T., Richter O., and Villa D.** Block cave production scheduling using PCBC, 2016, <https://pdfhoney.com/compress-pdf.html>.
17. **Pei Q.-Y.** The arrangement and practice of ore drawing schedule in block caving method at Tong Kuang Yu, Nonferrous Mines, 1997, Vol. 125, No. 2. — P. 43–38.
18. **Wang X.-H. and Pan C.-L.** Mathematical model for optimizing ore drawing scheduling of spontaneous caving method, *The Chinese J. Nonferrous Metals*, 1997, Vol. 7, No. 3. — P. 23–29.
19. **Wang L.-G., Ren Z.-L., and Pan C.-P.** Optimization analysis of stope mining sequence based on mixed integer programming, *The Chinese J. Nonferrous Metals*, 2016, Vol. 26, No. 1. — P. 173–179.
20. **Ren Z.-L., Bi L., and Wang L.-G.** Optimization of drawing scheduling based on mixed integer programming in block cave mining, *Chinese J. Eng.*, 2017, Vol. 39, No. 1. — P. 23–30.

21. **Song X.** Caving process simulation and optimal mining sequence at Tong Kuang Yu mine, Proc. 21st Appl. Comp. Operat. Res. Miner. Industry, Soc. Min. Eng. Am. Institute Min., China, 1989. — P. 386–392.
22. **Chanda E.** An application of integer programming and simulation to production planning for a strati form ore body, Min. Sci. Technol., 1990, Vol. 11, No. 2. — P. 165–172.
23. **Winkler B. M.** Mine production scheduling using linear programming and virtual reality, Computer Sci., 1998.
24. **Topal E., Kuchta M., and Newman A.** Extensions to an efficient optimization model for long-term production planning at LKAB's Kiruna Mine, Appl. Comp. Oper. Res. Miner. Industries, 2003. — 18211143.
25. **Rubio E.** Block cave mine infrastructure reliability applied to production planning, University of British Columbia, 2006.
26. **Riddle James M.** A dynamic programming solution of a block-caving mine layout, Proc. 14th APCOM Symp., Soc. Min. Eng.-Am. Institute Min., Metal., Petrol. Eng., New York, 1977.
27. **Diering T.** PC-BC: A block cave design and draw control system, Proc. Mass. Min., 2000. — P. 301–335.
28. **Guest A., Van Hout G., Johannides A., and Scheepers L.** An application of linear programming for block cave draw control, Proc. Mass. Min., 2000. — P. 461–468.
29. **Rubio E.** Long term planning of block caving operations using mathematical programming tools, University of British Columbia, 2002.
30. **Rahal D., Smith M. L., Hout G. V., and Johanides A.** The use of mixed integer linear programming for long-term scheduling in block caving mines, Proc. 31st Int. Symp. Appl. Comp. Oper. Res. Miner. Industries (APCOM), Cape Town, South Africa, 2003.
31. **Diering T.** Computational considerations for production scheduling of block cave mines, Proc. Mass. Min., 2004. — P. 135–140.
32. **Rubio E., Caceres C., and Scoble M.** Towards an integrated approach to block cave planning, Proc. Mass. Min., 2004. — P. 128–134.
33. **Stewart C. A., Allman A., and Hall B. E.** Block cave optimisation — a value driven approach, Caving 2010, Proc. Second Int. Symp. Block Sublevel Caving, Australian Centre Geomech., 2010.
34. **Feng X.-L., Wang L.-G., and Liu H.-W.** The hybrid algorithm of ore rock and the model research of optimal drawing height in block cave mining, Min. Res. Develop., 2017, Vol. 37, No. 1. — P. 1–4.
35. **Brown E. T.** Block caving geomechanics, Int. Caving Study 1997–2004, Julius Kruttschnitt Mineral Res. Centre, The University of Queensland, 2007.

Поступила в редакцию 21/VIII 2023

После доработки 26/III 2025

Принята к публикации 16/V 2025