УДК 534.13: 533.6.011.5

О МЕХАНИЗМЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ НАТЕКАНИИ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ НА ПРЕГРАДУ

1. ПРЕГРАДА С ИГЛОЙ

С. П. Киселев, В. П. Киселев, В. Н. Зайковский

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

E-mails: kiselev@itam.nsc.ru, kiselevvp@itam.nsc.ru, zaikovskii@itam.nsc.ru

Представлены результаты численного моделирования и экспериментального исследования автоколебаний, возникающих при натекании перерасширенной и недорасширенной струй на преграду с иглой. Выяснен механизм возникновения и поддержания автоколебаний для перерасширенной и недорасширенной струй. Показано, что автоколебания происходят за счет возмущений в сверхзвуковой струе, вызывающих массообмен между внешним сверхзвуковым потоком и областью между ударной волной и преградой. Обратная связь осуществляется с помощью акустических волн, которые излучает веерная струя на преграде. Эти волны распространяются в газе, окружающем струю, попадают на срез сопла и вызывают возмущения параметров сверхзвуковой струи. В перерасширенной струе возмущения проникают в ядро струи, где происходит их усиление в косых ударных волнах.

Ключевые слова: сверхзвуковая струя, преграда с иглой, автоколебания.

Введение. Известно, что при натекании сверхзвуковой струи на преграду возможны режимы, при которых между соплом и преградой с иглой реализуется нестационарное пульсационное течение [1-6]. В работах [1-19] исследованы пульсации на дискретной частоте при натекании сверхзвуковой недорасширенной струи на ограниченную и неограниченную преграды. В этих работах предложены два механизма возникновения пульсаций: массорасходный механизм с внутренней обратной связью [1, 11–14] и механизм с внешней обратной связью через газ, окружающий струю [2–5, 8, 9]. Существует несколько моделей массорасходного механизма пульсаций. В работе [1] предполагается, что массорасходный механизм объясняется наличием на преграде максимума давления, расположенного вблизи границы струи, что приводит к запиранию потока, накоплению массы газа вблизи оси струи и росту давления за центральной ударной волной. Это вызывает смещение прямой центральной ударной волны вверх по потоку и выброс избыточной массы газа. В результате выброса массы газа через боковую поверхность давление вблизи преграды падает и центральная ударная волна смещается по направлению к преграде. В работе [12] предполагается, что запирание потока происходит за счет прилипания контактного разрыва, выходящего из тройной точки, к поверхности преграды. Внутренняя акустическая связь осуществляется волнами сжатия и разрежения, распространяющимися между

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-08-01336).

[©] Киселев С. П., Киселев В. П., Зайковский В. Н., 2014

ударной волной и преградой. Предложенный в работах [8, 9] механизм осуществления внешней обратной связи основан на акустической модели [2, 3]. В этом случае обратная связь осуществляется акустическими возмущениями, создаваемыми веерной струей, растекающейся по преграде. Возмущения распространяются по области газа вне струи по направлению к срезу сопла, попадают в слой смешения и распространяются в нем вниз по потоку в виде энтропийно-вихревых волн. Достигнув преграды, возмущения вызывают колебания центральной ударной волны и веерной струи. В работе [17] в координатах степень нерасчетности струи — расстояние от среза сопла до преграды построена область существования автоколебаний струи. Показано, что автоколебания, происходящие в соответствии с массорасходным механизмом при наличии внутренней обратной связи, находятся внутри этой области, а автоколебания с внешней обратной связью — на границе этой области. Используя приведенные в [17] аппроксимационные формулы для определения границы данной области, можно показать, что при натекании ограниченной струи на неограниченную преграду автоколебания происходят на границе этой области в начале координат. Следовательно, при натекании сверхзвуковой струи на неограниченную преграду существенную роль в формировании автоколебательного режима играет внешняя обратная связь. В работах [16–19] исследовано натекание однородного сверхзвукового потока на ограниченную преграду с иглой. Показано, что в этом случае существуют режимы обтекания преграды с иглой с автоколебаниями на дискретной частоте, происходящими в соответствии с массорасходным механизмом с внутренней обратной связью.

В данной работе представлены результаты теоретического и экспериментального исследований автоколебаний, возникающих при натекании сверхзвуковой перерасширенной и недорасширенной струй на неограниченную преграду с иглой. Перерасширенные сверхзвуковые струи используются в методе холодного газодинамического напыления для разгона микрочастиц при создании покрытий на преградах [20].

1. Постановка задачи. Рассматривается коническое сопло Лаваля, за которым на некотором расстоянии располагается плоская преграда с иглой (рис. 1). Численный расчет течения струи газа в сопле Лаваля и ее соударения с преградой проводится в осесимметричной постановке в координатах z, r в рамках двухпараметрической (SST) $(k-\omega)$ -модели турбулентности [21]. В этой модели параметры газа описываются уравнениями неразрывности, движения, энергии, удельной энергии турбулентности и удельной скорости диссипации турбулентной энергии. После осреднения турбулентных пульсаций по Фавру [22] искомыми величинами являются плотность ρ , компоненты скорости $u = v_z, v = v_r$, температура T, удельная энергия турбулентности k, удельная скорость диссипации турбулентной энергии ω . В данной модели не учитываются нестационарные эффекты, обусловленные



Рис. 1. Расчетная область в цилиндрической системе координат (z, r)

наличием турбулентных пульсаций, для их учета необходимо использовать метод крупных вихрей [15]. В качестве газа использовался воздух с уравнением состояния идеального газа $p = \rho RT$, $\gamma = 1,4$. Численный расчет выполнялся по неявной схеме с первым порядком точности по времени и вторым порядком точности по пространству. Уравнения для турбулентной энергии k и скорости диссипации ω решались с первым порядком точности. Расчет течения газа проводился с помощью лицензионного программного пакета FLUENT на многопроцессорном кластере Института теоретической и прикладной механики СО РАН.

В экспериментах использовалась стандартная установка, которая включала источник газа высокого давления и сверхзвуковое коническое сопло. Исследовалось натекание газа на преграду с иглой. Среднее давление на преграде измерялось через дренажные отверстия диаметром 0,4 мм, расположенные на расстоянии 0,8 мм друг от друга.

Эксперименты и расчеты проводились для конического сверхзвукового сопла (см. рис. 1), которое имело следующие размеры: радиус входного сечения $r_v = 0.5$ см, критического сечения $r_* = 0.2$ см, выходного сечения $r_e = 0.4$ см, длина входного участка $z_v = 0.3$ см, дозвукового сужающегося участка $z_* - z_v = 1$ см, сверхзвукового конического расширяющегося участка $z_e - z_* = 4.3$ см, угол конусности $\alpha = 5.3^\circ$. Расчетная область Ω разбивалась на $1.5 \cdot 10^5$ расчетных ячеек. Вблизи границ сопла, преграды и иглы сетка сгущалась, при этом значение y^+ в зависимости от шага сетки в окрестности границы изменялось в диапазоне от 1 до 10. На границах сопла Γ_n , преграды Γ_w и иглы Γ_i ставились условия прилипания, на границе Γ_s — "мягкие" граничные условия (равенство нулю градиентов параметров течения). Через входное сечение сопла Γ_v подавался воздух с давлением торможения $p_0 = 1.5$ МПа. Эксперименты и расчеты проводились при двух значениях температуры торможения: $T_0 = 300$ К ("холодная" струя) и $T_0 = 700$ К ("горячая" струя). Температура воздуха в окружающем пространстве, куда вытекала струя, в обоих случаях была равна $T'_0 = 300$ К. В начальный момент во всей области течения Ω задавались постоянные давление $p_0 = 1.5$ МПа и скорость газа $v_z = 0$, $v_r = 0$.

2. Обсуждение результатов расчетов и экспериментов. При заданных геометрических размерах сопла численно решалось несколько задач о натекании сверхзвуковой струи на преграду с иглой. Как отмечено выше, в этих задачах рассчитывалось течение при различных расстояниях от среза сопла до преграды и различных значениях давления и температуры торможения. Ниже приводятся результаты этих расчетов и выполняется анализ причин возникновения пульсаций в окрестности преграды.

Задача 1. Рассмотрим процесс натекания сверхзвуковой перерасширенной (степень нерасчетности n = 0.5) струи газа на преграду Γ_w с иглой (длина иглы $l_i = 1.5$ см, радиус — 0.04 см), расположенную на расстоянии от среза сопла $z_w - z_e = 2.5$ см (см. рис. 1).

На рис. 2,*а* показана структура рассчитанного течения газа между срезом сопла и преградой в момент времени $t_1 = 3,32 \cdot 10^{-3}$ с. Видно, что на стенке сопла (светлый прямоугольник на рис. 2) происходит отрыв пограничного слоя. Это обусловлено тем, что вытекающая из сопла струя является перерасширенной (n = 0,5) с числом Маха М ≈ 3 . Из внешней области по пограничному слою в сопло проникают волны сжатия, что приводит к возникновению положительного градиента давления на стенках сопла и отрыву пограничного слоя. В области отрыва пограничного слоя возникает ударная волна, которая сходится к оси струи и отражается от нее в точке $z' \approx 6$ см. Затем эта волна отражается от границы струи в виде волны разрежения. Сверхзвуковой поток, вытекающий из сопла, проходит через эту систему волн сжатия и разрежения и натекает на преграду. Перед преградой возникает отраженная ударная волна, за которой развивается вихревое течение. Наличие положительного градиента приводит к отрыву пограничного слоя на преграде и образованию вихря вблизи нее. Аналогично происходят отрыв пограничного



ничного слоя и образование вихря на игле. После слияния этих вихрей между преградой и иглой образуется область отрыва, имеющая форму конуса с вершиной вблизи острия иглы и основанием, расположенным на поверхности преграды (см. рис. 2,a). Перед этой областью формируется косая ударная волна, в которой происходит разворот сверхзвукового потока, обтекающего область отрыва. Внутри области отрыва наблюдается вихревое течение с замкнутыми линиями тока.

На рис. 2,*а* показаны линии, касательная к которым в каждой точке совпадает с направлением вектора скорости в той же точке. Поскольку данное течение является нестационарным, строго говоря, эти линии не совпадают с линиями тока, которые определяются только для стационарных течений. Однако если характерное время изменения параметров течения значительно больше времени пролета жидкой лагранжевой частицы через область отрыва, то эти линии будут незначительно отличаться от линий тока. Ниже показано, что период пульсаций параметров рассматриваемого течения равен $T_* \approx 10^{-4}$ с и на порядок превышает время пролета лагранжевой частицы газа через область отрыва $t_p \approx l_i/u \approx 1.5 \cdot 10^{-5}$ с, поэтому использование определенных выше линий тока для визуализации течения в данном случае оправданно. Сверхзвуковой поток, обтекающий область отрыва, начинает двигаться вдоль стенки в точке растекания, положение которой определяется радиусом основания конуса, ограничивающего эту область. Описанное выше течение (см. рис. 2,a) является неустойчивым: под действием приходящих возмущений оно испытывает бифуркации. В результате первой бифуркации вблизи преграды формируется вихревая область, а на игле — вторичный вихрь (см. рис. $2,\delta$). После следующей бифуркации вихревая область выталкивается из области высокого давления, а вторичный вихрь занимает всю область высокого давления (см. рис. 2, 6). Таким образом, в окрестности преграды происходят автоколебания параметров струи, энергия которых поддерживается за счет кинетической энергии струи, натекающей на преграду.

Для объяснения механизма поддержания автоколебаний проведем анализ результатов расчетов течения струи между соплом и преградой с иглой в различные моменты времени. На рис. 3, *a* показана зависимость давления от времени p(t) на преграде в точке r = 0,55 см при 3,3 мкс < t < 3,9 мкс, а на рис. 3, δ — спектр Фурье пульсаций, вычисленный на данном интервале ($\Delta t = 0,6$ мкс) по формулам

$$p'_f = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} p'(t) e^{-2\pi i f t} dt, \qquad p'(t) = p(t) - \bar{p}, \qquad \bar{p} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} p(t) dt.$$

Видно, что спектр пульсаций содержит дискретную составляющую на частоте $f_* \approx 10^4 \text{ c}^{-1}$. Это свидетельствует о существовании автоколебаний с периодом $T_* = 1/f_* \approx 10^{-4}$ с и числом Струхаля Sh_{*} = $l_i f_*/u \approx 0.25$. На рис. 3,6 показано давление на преграде в различные моменты времени. Видно, что максимум давления на преграде находится на некотором расстоянии от оси струи. Это обусловливает вихревой характер течения в области между ударной волной и преградой.

Определим изменение структуры течения за один период колебания T_* . Разобьем период колебания на пять равных интервалов $\Delta t = 20$ мкс, границы t_i которых обозначены на рис. 3,*a* цифрами 1-6. Каждому значению *i* соответствует момент времени $t_i = t_1 + (i - 1) \Delta t$, причем $t_6 - t_1 = T_*$. Во всех задачах, рассмотренных в данной работе, моменту времени t_1 соответствует точка максимума давления за один период колебаний. Для этих моментов времени t_i на рис. 3 показаны распределения давления на преграде p(r)(см. рис. 3,*b*), вдоль оси струи p(z) (см. рис. 3,*c*) и на расстоянии $r = r_e$ от оси струи (см. рис. 3,*d*).

Необходимым условием существования автоколебаний является наличие обратной связи. Из рис. 3, ∂ следует, что в данном случае обратная связь осуществляется с помощью акустических волн, которые излучает веерная струя на преграде. Эти волны распространяются в газе, окружающем струю, попадают на срез сопла (см. рис. 3, ∂) и вызывают смещение точки отрыва пограничного слоя на стенках сопла (см. рис. 2, a, δ). В результате возникают возмущения косых ударных волн, зарождающихся в области отрыва пограничного слоя в сопле и распространяющихся по направлению к оси струи. В косых ударных волнах в струе происходит усиление возмущений (см. рис. 3, ϵ), после проникания которых в область отрыва порцесс повторяется.

Рассмотрим более подробно бифуркацию течения газа между иглой, преградой и отраженной ударной волной. Под действием возмущений сверхзвуковой поток проникает в область отрыва, в которой возникает сверхзвуковой вихрь. Центробежная сила $\rho v^2/r$ вызывает расширение сверхзвукового вихря и области отрыва в радиальном направлении, точка отрыва на игле смещается от вершины иглы к ее середине. Это приводит к тому, что разворот внешнего сверхзвукового потока происходит не только в окрестности преграды, как в момент времени t_1 (см. рис. 2, a), но и в окрестности "лицевой" (ближайшей к срезу сопла) стороны сверхзвукового вихря (см. рис. $2, \delta$). В этой области возникает ударная волна, при взаимодействии с которой часть сверхзвукового потока проникает в область отрыва и выталкивает из нее вихрь вдоль преграды вверх по потоку. Возникшая





Рис. 4. Распределение давления на преграде в задаче 2: штриховые линии — расчетная зависимость p(r) на преграде в моменты времени t_i $(i = 1 \div 5, t_1 = 4,96 \text{ мс}, \Delta t = 2 \text{ мкс})$; сплошная линия — среднее давление; точки — данные двух независимых экспериментов

на "лицевой" стороне вихря ударная волна вновь вызывает появление области отрыва пограничного слоя на игле, которая увеличивается со временем и после выталкивания вихря заполняет всю область отрыва (см. рис. 2, e). В этот момент ($t = t_6$) область отрыва принимает форму, близкую к начальной форме при $t = t_1$ (см. рис. 2, a), затем цикл колебаний повторяется. Следует отметить, что сверхзвуковой вихрь вызывает образование в области отрыва ударных волн, которые наблюдались в экспериментах [1, 18]. Из сказанного выше следует, что возникновение сверхзвукового вихря в области отрыва обусловлено нестационарным характером течения в струе в окрестности преграды.

Задача 2. Рассмотрим натекание перерасширенной сверхзвуковой струи на преграду с иглой, имеющей такие же параметры торможения, как и в задаче 1 ($p_0 = 1,5$ МПа, $T_0 = 700$ K, n = 0,5), но при другом расстоянии от среза сопла до преграды. По сравнению с задачей 1 расстояние от среза сопла до преграды и длина иглы были уменьшены на 0,5 см: $z_w - z_e = 2$ см, $l_i = 1$ см. Длина иглы была уменьшена для того, чтобы ее вершина находилась в той же точке, что и в задаче 1. На рис. 4 приведены результаты расчета давления на преграде p(r) в моменты времени t_i ($i = 1 \div 5$). Видно, что все распределения p(r)практически совпадают, поэтому номера кривых не указаны. Из рис. 4 следует, что автоколебания в струе отсутствуют, несмотря на то что максимум давления, как и в задаче 1, находится вблизи границы струи (в точке $r \approx 0,6$ см) и имеется положительный градиент давления. Средние (по времени) расчетные значения давления хорошо согласуются с измеренными средними значениями давления, показанными на рис. 4 точками.

Для объяснения механизма гашения автоколебаний в задаче 2 оценим изменение фазы возмущений, приходящих в область отрыва, при изменении расстояния от среза сопла до преграды. Предположим, что в области отрыва значения параметров течения колеблются по гармоническому закону $\varphi = \delta \varphi e^{i\omega t}$ вблизи средних значений $\bar{\varphi}$. В этом случае параметры течения на преграде описываются формулой $\tilde{\varphi} = \bar{\varphi} + \varphi$, где $\varphi = (u, v, \rho, p, T)$ — параметры газа; $\delta \varphi$ — амплитуда колебаний; ω — частота колебаний. Тогда влево (по направлению к соплу) по покоящемуся газу, окружающему струю, будет распространяться акустическая волна: $\varphi' = \delta \varphi e^{i(kz+\omega t)}$, $\omega = c'_0 k$ (k — волновое число; c'_0 — скорость звука в покоящемся газе при температуре $T'_0 = 300$ K). Волна достигает среза сопла и по погра-

ничному слою проникает внутрь сопла. Увеличение давления в волне вызывает смещение точки отрыва пограничного слоя внутрь сопла и увеличение угла наклона косой ударной волны, образующейся в окрестности этой точки. В результате пересечения струек тока с этой волной возникает возмущение, распространяющееся по направлению к преграде по ядру сверхзвуковой струи со скоростью u + c. Соответствующая амплитуда возмущений определяется по формуле $\varphi'' = \delta \varphi e^{i(kz-\omega t)}$, $\omega = (u+c)k$ (u = Mc — скорость газа в струе; c — скорость звука в струе на выходе из сопла). В данном случае ($M = 3, T_0 = 700$ K) скорость звука в струе на выходе из сопла). В данном случае ($M = 3, T_0 = 700$ K) скорость звука в струе $c \approx c'_0$, поэтому скорость распространения возмущений вправо в четыре раза превышает скорость распространения возмущений влево. Возникающий при этом сдвиг между фазой колебаний φ в области отрыва и фазой приходящего в нее возмущения φ'' описывается формулой $\Delta \alpha = \omega \Delta t$ ($\Delta t \approx (M + 2)(z_w - z_f)/((M + 1)c'_0)$) — время распространения возмущений от преграды до среза сопла и обратно; z_f — координата точки отрыва пограничного слоя в сопле).

Используя полученную формулу для $\Delta \alpha$, оценим изменение фазы $\delta \alpha$ в задаче 2. В задаче 1 координата точки отрыва потока находится внутри сопла и изменяется в интервале 5,25 см $< z_f < 5,5$ см, а координата преграды равна $z_w = 8,1$ см. В задаче 2 координата точки отрыва потока $z_f \approx 5,5$ см находится вблизи среза сопла, а координата преграды равна $z_w = 7,6$ см. Следовательно, в задаче 2 расстояние, которое проходит акустическая волна, изменяется на величину $\delta z = \delta z_w - \delta z_f \approx 0,75$ см. Это вызывает сдвиг фазы приходящего возмущения на величину $\delta \alpha \approx \delta z \, \omega (M + 2)/((M + 1)c'_0)$. Подставляя в эту формулу значения $\omega = 2\pi/T_i$, $T_i \approx 10^{-4}$ с, $\delta z = 0,75$ см, M = 3, $c'_0 \approx 3,3 \cdot 10^2$ м/с, получаем оценку $\delta \alpha \approx 3\pi/4$. При таком сдвиге фазы происходит частичное гашение колебаний, которое наблюдается в численном расчете в задаче 2 (см. рис. 4). Заметим, что полное гашение колебаний происходит при сдвиге фазы $\delta \alpha_* \approx \pi$. С учетом грубости предложенной оценки (предположение об одномерных гармонических колебаниях, постоянстве скорости звука) приведенное выше объяснение механизма гашения колебаний в задаче 2 является удовлетворительным.

Задача 3. Чтобы проанализировать влияние степени нерасчетности на характер автоколебаний, рассмотрим натекание сверхзвуковой недорасширенной струи на преграду с иглой. В расчетах струя имела следующие параметры: давление торможения $p_0 = 4,5$ МПа, температура торможения $T_0 = 700$ K, степень нерасчетности n = 1,47. На рис. 5,*a* приведена рассчитанная структура течения между соплом и преградой в момент времени t_1 , на рис. 5,*б* представлено распределение давления на преграде p(r) в моменты времени t_i ($\Delta t = 20$ мкс).

Из рис. 5,*a* следует, что при истечении струи из сопла происходит ее расширение с образованием волны разрежения Прандтля — Майера, которая взаимодействует со сверхзвуковой струей, обтекающей область отрыва. Расчеты показывают, что волна Прандтля — Майера препятствует проникновению возмущений по пограничному слою в сопло и к центру струи. В ядре струи между срезом сопла и внешней границей области отрыва возмущения отсутствуют. В этом случае внешние акустические возмущения распространяются сначала от преграды к срезу сопла вне сверхзвуковой струи. Затем они взаимодействуют с внешней границей струи, распространяются по направлению к преграде вниз по потоку и усиливаются в слое смешения. В [4, 8] отмечено, что эти возмущения имеют энтропийно-вихревой характер. Однако механизм их воздействия на область отрыва отличается от механизма, предложенного в [4, 8]. В [4, 8] предполагалось, что эти возмущения непосредственно воздействуют на отраженную от преграды ударную волну и веерную струю, растекающуюся по преграде. Результаты данных расчетов показывают, что указанные возмущения попадают на внешнюю границу области отрыва и вызывают проникновение сверхзвукового потока внутрь этой области, подобно тому как это происхо-



a — поле модуля градиента плотности в момент времени t_1 ; δ — зависимость p(r) на преграде в моменты времени t_i ($i = 1 \div 7$, $t_1 = 2,08$ мс, $\Delta t = 2$ мкс)

дит в задаче 1. Это обусловливает бифуркацию течения по описанному выше сценарию для перерасширенной струи в задаче 1 и возникновение автоколебаний на дискретной частоте.

Заключение. Численно решена задача о натекании сверхзвуковой струи газа на преграду с иглой. Исследован механизм автоколебаний на дискретной частоте. Показано, что необходимым условием возникновения автоколебаний является наличие положительного градиента давления на преграде, приводящее к отрыву пограничного слоя на ней и образованию вихревой области отрыва. Колебания происходят за счет массообмена между вихревой областью отрыва и внешним сверхзвуковым потоком. В случае неограниченной преграды колебания поддерживаются внешними акустическими возмущениями, распространяющимися от преграды к соплу через газ, окружающий струю. В случае перерасширенной струи эти возмущения вызывают колебания точки отрыва пограничного слоя в сопле, изменение угла наклона косых ударных волн и возмущение параметров сверхзвуковой струи, натекающей на преграду. В случае недорасширенной струи волна разрежения Прандтля — Майера не позволяет возмущениям распространяться по направлению к оси струи, поэтому они распространяются и усиливаются в слое смешения.

Авторы выражают благодарность А. А. Желтоводову за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

- Антонов А. Н. Пульсации давления при струйных и отрывных течениях / А. Н. Антонов, В. М. Купцов, В. В. Комаров. М.: Машиностроение, 1990.
- 2. Powell A. On edge tones and associated phenomena // Acustica. 1953. V. 3. P. 233–243.
- 3. Henderson B., Powell A. Experiments concerning tones produced by an axisymmetric choked jet impinging on flat plates // J. Sound Vibrat. 1993. V. 168, N 2. P. 307–326.
- Глазнев В. Н. Струйные и нестационарные течения в газовой динамике / В. Н. Глазнев, В. И. Запрягаев, В. Н. Усков, Н. М. Терехова, В. К. Ерофеев, В. В. Григорьев, А. О. Кожемякин, В. А. Котенок, А. В. Омельченко. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
- 5. Мерч К. А. Теория струйного генератора Гартмана // Механика. 1965. № 2. С. 110–129.

- Дулов В. Г. Газодинамика процессов истечения / В. Г. Дулов, Г. А. Лукьянов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1984.
- Солотчин А. В. О неустойчивости сверхзвуковой недорасширенной струи, натекающей на преграду // Газодинамика и акустика струйных течений. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1979.
- 8. Глазнев В. Н., Демин В. С. Полуэмпирическая теория генерации дискретных тонов сверхзвуковой недорасширенной струей, натекающей на преграду // ПМТФ. 1976. № 6. С. 49–55.
- 9. Глазнев В. Н. О механизме обратной связи в автоколебаниях при натекании сверхзвуковой недорасширенной струи на плоскую преграду // ПМТФ. 1991. № 4. С. 59–63.
- Набережнова Г. В., Нестеров Ю. Н. Неустойчивое взаимодействие расширяющейся сверхзвуковой струи, натекающей на преграду // Тр. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 1976. Вып. 1765. С. 23.
- Горшков Г. Ф., Усков В. Н., Ушаков А. П. Автоколебательный режим взаимодействия недорасширенной струи с преградой при наличии сверхзвукового спутного потока // ПМТФ. 1991. № 4. С. 50–58.
- 12. Семилетенко Б. Г., Собколов Б. Н., Усков В. Н. Схема ударно-волновых процессов при неустойчивом взаимодействии струи с преградой // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1972. № 13, вып. 3. С. 39–41.
- 13. Усков В. Н., Цымбалов В. В., Цымбалова Е. Н. Численное решение задачи о нестационарном взаимодействии сверхзвуковой струи с преградой // Моделирование в механике. 1987. Т. 1, № 6. С. 151–157.
- 14. Бабарыкин К. В., Кузьмина В. Е., Матвеев С. К., Цветков А. И. Исследование автоколебательных режимов сверхзвукового обтекания цилиндрической преграды с тупой иглой // Аэродинамика / Под ред. Р. М. Мирошина. СПб.: Изд-во С.-Петерб. гос. ун-та, 2003. С. 204–219.
- Dauptain A., Gicquel L. Y. M., Moreau S. Large eddy simulation of supersonic impinging jets // AIAA J. 2012. V. 50, N 7. P. 1560–1574.
- Запрягаев В. И., Миронов С. Г. Особенности механизма пульсаций отрывного течения перед цилиндром с острой иглой при сверхзвуковом обтекании // ПМТФ. 1991. № 6. С. 101–108.
- 17. **Миронов С. Г.** Исследование волновых процессов в гиперзвуковых и сверхзвуковых сдвиговых течениях: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Новосибирск, 2002.
- Запрягаев В. И., Кавун И. Н. Экспериментальное исследование возвратного течения в передней отрывной области при пульсационном режиме обтекания тела с иглой // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 4. С. 30–39.
- Запрягаев В. И., Кавун И. Н. Структура пульсирующего течения с передней отрывной областью при сверхзвуковой скорости набегающего потока // Проблемы и достижения прикладной математики и механики: Сб. тр. к 70-летию акад. В. М. Фомина. Новосибирск: Параллель, 2010. С. 193–204.
- Алхимов А. П. Холодное газодинамическое напыление. Теория и практика / А. П. Алхимов, С. В. Клинков, В. Ф. Косарев, В. М. Фомин. М.: Физматлит, 2010.
- Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. 1994. V. 32, N 8. P. 1598–1605.
- 22. Андерсен Д. Вычислительная гидродинамика и теплообмен: В 2 т. / Д. Андерсен, Дж. Таннехил, Р. Плетчер. М.: Мир, 1990.