



**ИССЛЕДОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА В ПОРОУПРУГОЙ СРЕДЕ,
СОДЕРЖАЩЕЙ ПОЛОЕ ВКЛЮЧЕНИЕ**

А. В. Азаров, С. В. Сердюков, А. В. Патутин

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
E-mail: antonazv@mail.ru, Красный проспект 54, г. Новосибирск 630091, Россия*

Рассмотрено распространение трещины гидроразрыва в пороупругой среде, содержащей круговую полость. Численные исследования выполнены на основе расширенного метода конечных элементов. Показано, что в условиях гидростатического сжатия траектория развития трещины зависит как от напряженного состояния среды поле вокруг полости, так и от пороупругих эффектов.

Гидравлический разрыв, пороупругая среда, моделирование роста трещины гидроразрыва, горная выработка

**INVESTIGATION OF HYDRAULIC FRACTURE PROPAGATION
IN A POROELASTIC MEDIUM CONTAINING A CAVITY**

A. V. Azarov, S. V. Serdyukov, and A. V. Patutin

*Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,
E-mail: antonazv@mail.ru, Krasny pr. 54, Novosibirsk 630091, Russia*

In this work, the propagation of a hydraulic fracture in a poroelastic medium containing a circular cavity is considered. Numerical studies are based on the extended finite element method. It is shown that under conditions of hydrostatic compression, the path of crack development depends both on the stress state of the medium, the field around the cavity, and poroelastic effects.

Hydraulic fracturing, poroelastic medium, hydraulic fracturing modeling, mine

Гидравлический разрыв пласта (ГРП) является широко используемой технологией, применяемой при добычи полезных ископаемых. Она заключается в создании трещин внутри массива горной породы путем закачивания в него жидкости под большим давлением. Важнейшей задачей при проведении ГРП является формирование трещины с заданными геометрическими параметрами, такими как длина, раскрытие, траектория распространения. Известно, что данные параметры зависят от напряженного состояния, прочности и проницаемости пород, параметров жидкости разрыва, режима закачки жидкости, конструкция устройства разрыва и др. Особым случаем является задача развития трещин вблизи полостей или свободной поверхности. Такие условия могут возникать при подземной разработке твердых ископаемых (например, создание трещины в дегазационной скважине, пробуренной из угольной шахты).

Отдельные вопросы развития трещин вблизи полостей рассматривались в [1–7]. Так, в [1] разработана модель гидравлического разрыва в кровле горной выработки прямоугольной формы. В работах [3–5] изучалось поведение трещин ГРП в упругой среде, содержащей круговую полость. В [6] показано, что в пороупругой среде геометрия (длина, раскрытие) и давление разрыва могут значительно отличаться от значений, полученных в рамках упругой модели. В работе [7] продемонстрировано, что траектории трещин, развивающихся вблизи свободной поверхности в упругой и пороупругой средах, различаются между собой.

В настоящей статье приведены результаты исследования развития трещины гидроразрыва в пороупругой среде, содержащей круговую полость и равномерно сжатой на бесконечности (гидростатическое напряженное состояние). Задача рассматривается в плоской постановке. Численное моделирование выполнено с использованием расширенного метода конечных элементов, реализованного в программном пакете ABAQUS.

Уравнения модели. Трещина гидроразрыва распространяется в однородной пороупругой среде, деформации которой определяются следующими уравнениями:

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_0\delta_{ij} - \alpha p, \quad (1)$$

где σ_{ij} — тензор напряжений твердой фазы тела; $\varepsilon_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$ — тензор деформаций; u_i — смещение твердой фазы; λ, μ — параметры Ламе твердой фазы (для сухой горной породы); ε_0 — объемная деформация; p — давление поровой жидкости; α — коэффициент Био. Поток флюида в пористой среде определяется уравнением неразрывности

$$\frac{1}{M} \dot{p} + \alpha \dot{\varepsilon}_{kk} + v_{k,k} = 0, \quad (2)$$

где M — модуль Био; v_k — скорость потока флюида. Фильтрация жидкости через пористую среду определяется законом Дарси

$$v_i = -\frac{k}{\eta_1} p_{,i}, \quad (3)$$

где η_1 — динамическая вязкость флюида; k — проницаемость среды.

Раскрытие трещины, поток флюида внутри нее и утечки флюида из трещины в пласт связаны уравнением неразрывности

$$\frac{\partial d}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q} + v_t + v_b = 0, \quad (4)$$

где d — раскрытие трещины; $\vec{q} = (q_1, q_3, q_2)$; $q_i = dk(\partial p / \partial x_i)$; k — эффективная проницаемость трещины в i -м направлении; v_t и v_b — скорость утечек флюида в пласт через верхнюю и нижнюю поверхность трещины. Считаем, что жидкость является ньютоновской, а ее поток внутри трещины — течением Пуазейля. Тогда эффективная проницаемость трещины определяется как

$$k = -\frac{d^2}{12\eta_2}, \quad (5)$$

где η_2 — динамическая вязкость жидкости разрыва. Далее, при моделировании будем считать, что флюид, протекающий в трещине и флюид, фильтруемый в пористой среде одни и тот же ($\eta_1 = \eta_2 = \eta$).

Когезионная модель разрушения (CZM) будет использоваться для моделирования роста трещины [8]. Данная модель позволяет избежать сингулярности на кончике трещины, возникающей в линейной упругой теории разрушения материала (ЛУМР). При использовании CZM предполагается, что перед кончиком трещины существует область разупрочнения материала. Поведения материала в данной области описывается законом, который связывает возникающие напряжения и перемещения по некоторому закону. На рис. 1а приведен пример билинейного закона разупрочнения материала, который можно определить двумя основными параметрами: σ_c (критическим напряжением) и G_{Ic} (критической энергией, высвобождаемой при разрушении). G_{Ic} вычисляется по формуле:

$$G_{Ic} = \int_0^{u_f} \sigma du. \quad (4)$$

где u_f — смещения, при которых материал считается полностью разрушенным. Когда область когезионного разрушения мала по сравнению с длиной трещины, коэффициент интенсивности напряжений K_{Ic} из ЛУМР и G_{Ic} , могут быть связаны следующим выражением:

$$K_{Ic} = \sqrt{G_{Ic} \frac{E}{1-\nu^2}}. \quad (5)$$

где E — модуль упругости твердой фазы среды.

Разрушение породы начинается, когда напряжения в области перед кончиком трещины достигают некоторого критического значения σ_c . После этого проводится вычисление новых значений $\bar{\sigma}_c$ и модуля упругости $\bar{E}$ согласно задаваемому закону разрушения. Закон разрушения материала определяется переменной разрушения D , которая зависит от деформаций за пределом зоны линейной упругости. На рис. 1б приведен пример функции $D(u)$. $D = 0$ соответствует состоянию до разрушения, а $D = 1$ — состоянию, когда материал полностью разрушен.

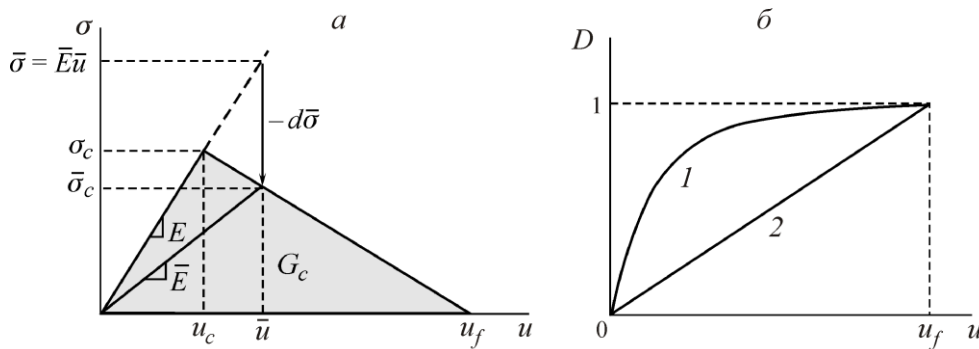


Рис. 1. (а) Зависимость σ от смещений u в области перед кончиком трещины; (б) функция разрушения $D(u)$: 1 — экспоненциальный закон разрушения, 2 — линейный закон разрушения

Определение новых параметров материала происходит через следующие соотношения:

$$\bar{\sigma}_c = (1-D)\sigma_c, \quad \bar{E} = (1-D)E \quad (6)$$

и продолжается до состояния $\bar{\sigma}_c = 0$, $\bar{E} = 0$, означающее полное разрушение и образование трещины.

Решение уравнений, описывающих поведение горной породы, содержащей трещину, проводилось с помощью расширенного метода конечных элементов XFEM (eXtended Finite Element Method) [10–13]. Главное достоинство этого метода заключается в возможности моделирования процесса роста трещины без операции перестроения сетки. В рамках данной работы использовалась реализация XFEM в программном пакете ABAQUS.

Численные эксперименты. Рассмотрим задачу взаимодействия трещины гидроразрыва и круговой полости в плоской постановке. На рис. 2 изображена двумерная область размером 40x40 м с круговой полостью радиусом $R = 2.5$ м. Граница круговой полости является свободной. На внешних границах задаются условия, с помощью которых внутри области достигается давление сжатия $p = \sigma_1 = \sigma_2$ (гидростатическое давление сжатия). Далее, приведем параметры математической модели, используемые при численных экспериментах: модуль упругости $E = 3.0 \times 10^9$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, критическая энергия разрушения $G_c = 280$ Н/м, критическое напряжение на разрыв $\sigma_c = 0.75$ МПа, динамическая вязкость жидкости $\eta = 0.001$ Па·с, скорость закачки жидкости в трещину $q = 0.001$ м²/с, пористость $\varphi = 0.1$. Проницаемость среды k , коэффициент Био α и модуль Био M будем изменять в процессе расчетов. Во всех численных экспериментах утечки рабочей жидкости в пласт не учитывались. На рис. 2 изображена дискретизация расчетной области.

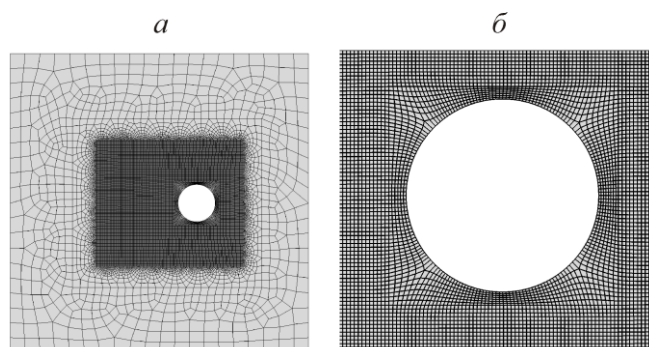


Рис. 2. *a* — 2d область с круговой полостью и дискретизация расчетной области; *б* — сетка вблизи круговой полости

Рассмотрим влияние пороупругости на распространение трещины на следующем примере. Пусть начальная трещина ориентирована вертикально и удалена от полости на $0.5R$ (рис. 3). Так как расчетная область находится в условиях гидростатического сжатия, то задача является симметричной относительно оси нормальной к начальной трещине и проходящей через её центр. Поэтому при расчетах и отображении результатов будем использовать только одну из симметричных плоскостей, показанную на рис. 3.

В первом численном эксперименте исследовалось влияние коэффициента Био α на рост трещины при постоянной проницаемости среды $k = 1 \text{ мкм}^2$ и гидростатическом сжатии 1.5 МПа. Значение α определяет степень взаимного влияния друг на друга напряженно-деформированного состояния твердой фазы и порового давления жидкости. Значение $\alpha = 0$ соответствует полностью несвязной задаче (т. е. поровое давление и напряженное состояние среды не оказывают влияния друг на друга), а $\alpha = 1$ соответствуют связной задаче, в которой влияние напряженного-деформированного состояния и порового давления друг на друга максимально. На рис. 3*a* показаны траектории трещин вблизи круговой полости при α равном 0; 0.5; 0.75 и 0.9. На начальном участке развития трещин основное влияние на направление их распространения оказывает напряженное состояние вокруг полости. В этом случае, как видно из рис. 3*a*, различий между траекториями разрывов при разных значениях коэффициента Био нет. Они появляются по мере увеличения длины трещин. Увеличивающееся поровое давление в области между трещиной и горной выработкой заставляет распространяться трещины по траектории с меньшей кривизной, что приводит, в конечном счете, к заметным различиям в итоговых траекториях. Кривая 1 (рис. 3*a*) соответствует несвязной задаче и совпадает с кривой 1, получаемой при моделировании гидроразрыва в упругой постановке. При повышении α эффект, вносимый поровым давлением, усиливается, и траектории трещин больше отклоняются от траектории 1 (рис. 3*a*).

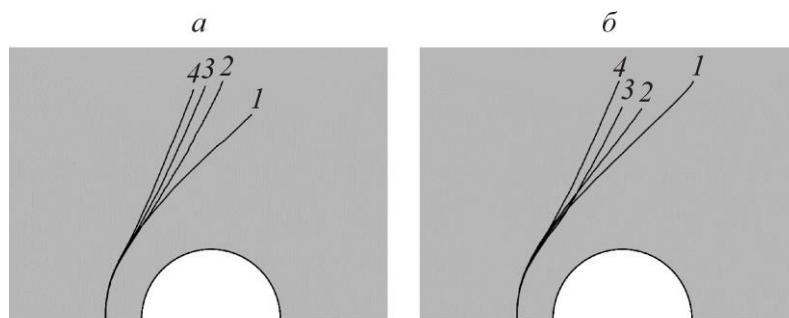


Рис. 3. Траектории трещин вблизи полости в условиях гидростатического сжатия 1.5 МПа при $k = 1 \text{ мкм}^2$ и различном α : 1 — $\alpha = 0$; 2 — $\alpha = 0.5$; 3 — $\alpha = 0.75$; 4 — $\alpha = 0.9$ (*a*); в условиях гидростатического сжатия 1.5 МПа при $\alpha = 0.75$ и различной k : 1 — $k = 10^5 \text{ мкм}^2$; 2 — $k = 1000 \text{ мкм}^2$; 3 — $k = 100 \text{ мкм}^2$; 4 — $k = 1 \text{ мкм}^2$ (*б*)

Во втором численном эксперименте зафиксировано значение $\alpha = 0.75$, а меняется проницаемость среды. Ее гидростатическое сжатие также составляет 1.5 МПа. Кривые при проницаемости среды, равной 10^5 , 1000, 100 и 1 мкм², изображены на рис. 3б. Видно, что при высокой проницаемости (рис. 3б, кривая 1) траектория трещины та же, что и в несвязной задаче из первого эксперимента (рис. 3а, кривая 1). Это наблюдается из-за того, что при деформации среды не происходит значительного увеличения порового давления, и поэтому оно не вносит существенного эффекта в рост трещины. По мере понижения проницаемости среды эффект порового давления повышается и траектории трещин начинают различаться. При выбранных параметрах модели положение кривой 4 является предельным случаем, т. е. дальнейшее понижение проницаемости к существенным изменениям не приводит.

Рассмотрим два примера, демонстрирующих различия в поведении трещин гидроразрыва в упругой и пороупругой среде. Для пороупругой среды будем использовать следующие параметры: $\alpha = 0.75$, $k = 1$ мкм². Остальные параметры обеих моделей совпадают.

В первом примере трещина расположена на некотором удалении от полости и ориентирована горизонтально. На рис. 4 приведены результаты расчетов при гидростатическом сжатии 0.75 и 3 МПа соответственно. Видно, что в пороупругой среде (кривые 2) трещины меньше искривляются в зоне концентрации напряжений вблизи полости и проходят на более близком к ней расстоянии.

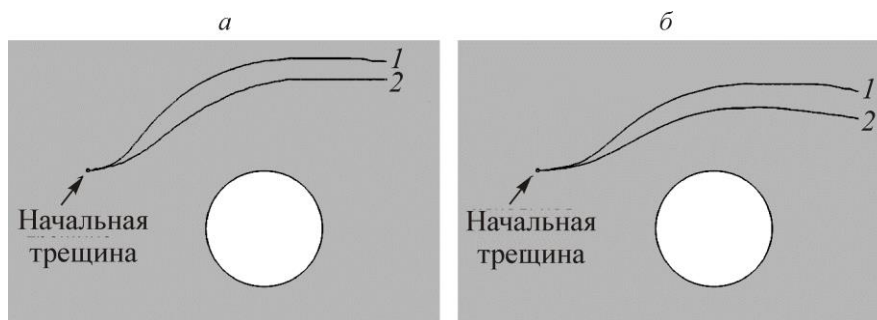


Рис. 4. Результаты моделирования развития трещины гидроразрыва в упругой (кривые 1) и пороупругой (кривые 2) средах при различном гидростатическом сжатии: а — 0.75 МПа; б — 3 МПа

Во втором примере рассмотрим трещину, ориентированную вертикально, которая может распространяться в обоих направлениях. Гидростатическое сжатие среды равно 0.75 МПа. На рис. 5 приведены результаты расчетов, когда начальная трещина размещалась на расстоянии $0.5R$, R и $2R$ от границы полости.

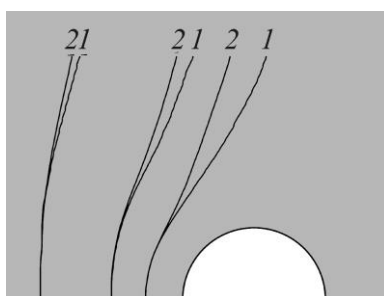


Рис. 5. Расчетные траектории трещин гидроразрыва в упругой (кривые 1) и пороупругой (кривые 2) средах при гидростатическом сжатии 0.75 МПа; начальные трещины размещены на расстоянии $0.5R$, R и $2R$ от границы полости

Результаты расчетов показывают, что ощутимая разница в траекториях трещин в упругой и пороупругой средах наблюдается только вблизи полости. По мере удаления от нее разница между траекториями уменьшается, хотя такие параметры как давление жидкости внутри трещины и раскрытие отличаются.

ВЫВОДЫ

Показано, что в условиях сжатия горным давлением, трещины гидроразрыва в пороупругой среде меньше искривляются вблизи полого включения, чем в упругой среде. Различие в траекториях увеличивается с ростом значений коэффициента Био и проницаемости. В пороупругой среде трещина может проходить на меньшем расстоянии от поверхности полости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. **Xia B., Zhang X., Yu B., and Jia J.** Weakening effects of hydraulic fracture in hard roof under the influence of stress arch, *International Journal of Mining Science and Technology*, 2018, vol. 28, no. 6, pp. 951–958.
2. **Liu Z., Lu Q., Sun Y., Tang X. et al.** Investigation of the Influence of Natural Cavities on Hydraulic Fracturing Using Phase Field Method, *Arabian J. Sci. Eng.*, 2019, vol. 44, no 12, pp. 10481–10501.
3. **Chen Z., Li X., Dusseault M. B., and Weng L.** Effect of excavation stress condition on hydraulic fracture behaviour, *Engineering Fracture Mechanics*, 2020, vol. 226, pp. 106871.
4. **Azarov A. V., Serdyukov S. V., and Patutin A. V.** Investigation of hydraulic fracture growth near a mine, *Fundamental and Applied Mining Science*, 2019, vol. 6, no. 1, pp. 26–31. [**Азаров А. В., Сердюков С. В., Патутин А. В.** Исследование роста трещины гидроразрыва вблизи горной выработки // *Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук*. — 2019. — Т. 6. — № 1. — С. 26–31.]
5. **Martynyuk P. A. and Sher E. N.** Development of a crack close to a circular opening with an external field of compressive stresses, *Journal of Mining Science*, 1996, vol. 32, no. 6, pp. 453–463. [**Мартынюк П. А., Шер Е. Н.** О развитии трещины вблизи кругового отверстия с учетом внешнего поля сжимающих напряжений // *ФТПРПИ*. — 1996. — № 6. — С. 19–30.]
6. **Golovin S. V. and Baykin A. N.** Influence of pore pressure on the development of a hydraulic fracture in poroelastic medium, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2018, vol. 108, pp. 198–208.
7. **Azarov A. V., Kurlenya M. V., Serdyukov S. V., and Patutin A. V.** Features of Hydraulic Fracturing Propagation near Free Surface in Isotropic Poroelastic Medium, *Journal of Mining Science*, 2019, vol. 55, no. 1, pp. 1–8. [**Азаров А. В., Курленя М. В., Сердюков С. В., Патутин А. В.** Особенности развития трещины гидроразрыва вблизи свободной поверхности в изотропной пороупругой среде // *ФТПРПИ*. — 2019. — № 1. — С. 3–11.]
8. **Ortiz M. and Pandolfi A.** Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, vol. 44, no. 9, pp. 1267–1282.
9. **Irwin G. R.** Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, *SPIE Milestone Series*, 1997, vol. 137, pp. 167–170.
10. **Song J. H., Areias P. M. A., and Belytschko T.** A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, vol. 67, no. 6, pp. 868–893.
11. **Huang R., Sukumar N., and Prévost J.-H.** Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method Part I: Computer implementation, *International Journal of Solids and Structures*, 2003, vol. 40, no. 26, pp. 7513–7537.
12. **Belytschko T., Chen H., Xu J., and Zi G.** Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2003, vol. 58, no. 12, pp. 1873–1905.
13. **Salimzadeh S. and Khalili N.** A three-phase XFEM model for hydraulic fracturing with cohesive crack propagation, *Computers and Geotechnics*, 2015, vol. 69, pp. 82–92.