

σ_n , МПа	u , м/с	σ_r/σ_n	u_1/u
150	139	—	1,37
45	60,25	4,44	1,44
11	25,5	2,73	1,57

ния, характерного при таких давлениях для большинства твердых материалов [8], и согласуется со значением $\sigma_r/\sigma_n = 2,56$ при $\sigma_n = 9$ МПа, найденным в [9] для аллювия, а значения отношения u_1/u лежат между 2 («правило удвоения скоростей» в акустическом приближении [8]) и 1,36 [2].

Полученная зависимость $\sigma_n - \rho$ для песка в сравнении с результатами других авторов по ударно-волновому [2] и взрывному [3] нагружению песка приведена на рис. 6 (точки 1—3 отвечают $\Delta_{ВВ} = 1,5; 3,0$ и $4,5$ мм, линия — данные из [2] ($\rho_{00} = 1,66$ г/см³, $w = 0$), 4 и 5 — из [3] ($\rho_{00} = 1,74$, $w = 6\%$ и $\rho_{00} = 1,76$, $w = 7,5\%$)). Некоторое расхождение можно объяснить как различным составом и влажностью исследованного песка, так и разными условиями нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев В. Д., Григорян С. С., Новгородов А. Ф., Рыков Г. В. Некоторые экспериментальные исследования по динамике мягких грунтов // ДАН СССР.— 1960.— Т. 133, № 6.
2. Лагунов В. А., Степанов В. А. Измерение динамической сжимаемости песка при высоких давлениях // ПМТФ.— 1963.— № 1.
3. Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах.— М.: Недра, 1974.
4. Дианов М. Д., Златин Н. А., Мочалов С. М. и др. Ударная сжимаемость сухого и водонасыщенного песка // Письма в ЖТФ.— 1976.— Т. 2, вып. 12.
5. Рыков Г. В., Скобеев А. М. Измерение напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках.— М.: Наука, 1978.
6. Поведение грунтов под действием нагрузок.— Киев: Наук. думка, 1984.
7. Бодренко С. И., Гердюков Н. Н., Крысанов Ю. А., Новиков С. А. Применение кварцевых датчиков давления для исследования ударно-волновых процессов // ФГВ.— 1981.— № 3.
8. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Наука, 1966.
9. Gaffney E. S., Brown J. A. Comparative response of alluvium to Hopkinson bar and gas gun loading // Shock waves in condensed matter/Ed. Y. M. Gupta.— N. Y.; L.: Plenum press, 1985.

г. Арзамас

Поступила 12/II 1991 г.

УДК 624.131.3 + 624.131.5

А. М. Ильницкий, О. В. Кантур, Г. В. Рыков

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ КРУГЛОГО ШТАМПА С ГРУНТОМ, РАССМАТРИВАЕМЫМ КАК УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО

Выполнено численное решение двумерной осесимметричной задачи о взаимодействии круглого штампа с грунтом, рассматриваемым как упруговязкопластическое полупространство, под действием динамической нагрузки. Задача о движении круглого штампа на упругом полупространстве при динамическом нагружении решалась в [1, 2]. В [3] в двумерной постановке численным методом решалась задача об ударе плоского плоского штампа по полупространству, моделируемому упругопластической средой.

В настоящей работе грунт рассматривается как упруговязкопластическая среда с определяющими уравнениями [4], учитывающими влияние скорости деформирования на объемную сжимаемость. Сдвиговые деформации описываются в рамках упругопластической теории течения [5]. Приводятся результаты сравнения с упругими и упругопластическими расчетами, а также с данными экспериментов [6], свидетельствующие о необходимости учета вязкости грунта при расчете нагрузок на тела при их динамическом взаимодействии с грунтом.

1. Деформирование упруговязкопластической среды описывается следующей системой определяющих уравнений [4]:

$$(1.1) \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma - f(\varepsilon)),$$

$$E = E(\varepsilon), \quad \partial \sigma / \partial t > 0; \quad E = E_*(\sigma, \varepsilon), \quad \partial \sigma / \partial t \leq 0;$$

$$(1.2) \quad 2G\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{d\tilde{S}_{ij}}{dt} + \lambda S_{ij}, \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}, \quad \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{kk};$$

$$(1.3) \quad J_2 = \frac{1}{6} \mathcal{F}^2(\sigma), \quad \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{kk}.$$

Здесь σ_{ij} , ε_{ij} — компоненты тензоров напряжений и деформаций; $J_2 = (1/2)S_{ij}S_{ij}$ — второй инвариант девиатора тензора напряжений; $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}$; $\dot{\varepsilon}_{ij} = \partial \varepsilon_{ij} / \partial t$; $g(z) > 0$ при $z > 0$; $g(z) = 0$ при $z \leq 0$; $f(\varepsilon)$ — статистическая диаграмма сжатия среды; $E(\varepsilon) = \varphi'(\varepsilon)$ — функция, характеризующая мгновенное нагружение среды при $\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty$; $\varphi(\varepsilon)$ — предельная динамическая диаграмма сжатия; G — модуль сдвига; $d\tilde{S}_{ij}/dt = dS_{ij}/dt - S_{ik}\Omega_{jk} - S_{jk}\Omega_{ik}$ — производная девиатора тензора напряжений по Яуману [5].

Функция пластичности в (1.3) принималась в соответствии с имеющимися экспериментальными данными [4] в виде линейной зависимости

$$(1.4) \quad \mathcal{F}(\sigma) = k\sigma + b$$

(k , b — экспериментальные коэффициенты, характеризующие внутреннее трение и сцепление в грунте).

Вводится цилиндрическая система координат $i, j, k = x, r, \theta$. Задача решается в осесимметричной постановке. В этом случае параметры движения и напряженно-деформированного состояния среды не зависят от угла θ . Ось x совпадает с осью штампа. Часть границы Γ_1 , совпадающей с поверхностью грунта, «покрывается» штампом радиусом R ($r \leq R$), на который действует кратковременная нагрузка $P(t) > 0$ при $t \leq \tau$ (при $t > \tau$, $P = 0$). Часть границы Γ_1 при $r > R$ свободна от напряжений ($\sigma_{xx} = 0$, $\sigma_{xr} = 0$).

Уравнение движения штампа имеет вид

$$(1.5) \quad M \frac{dv}{dt} = SP(t) - \int_S \sigma_{xx} dS,$$

где M — масса штампа; S — его площадь; σ_{xx} — контактные напряжения под штампом.

Кроме границы Γ_1 при численном решении задачи вводятся две дополнительные границы (нефизические): вертикальная Γ_2 ($r = R_m \geq 3R$) и горизонтальная Γ_3 ($x = X_m \geq 0,02 c_1$, c_1 — скорость упругих продольных волн в грунте), ограничивающие расчетную область. Такое расположение границ Γ_2 и Γ_3 , как было установлено, не вносило погрешностей в результаты расчета в течение активной фазы процесса.

На границе Γ_2 задавались условия проскальзывания вдоль жесткой поверхности без трения ($\sigma_{xr}|_{\Gamma_2} = 0$, $v_r|_{\Gamma_2} = 0$, v_r — радиальная скорость движения грунта), на границе Γ_3 — условия контакта с жесткой преградой.

2. При численном решении рассматриваемой системы уравнений (1.1)–(1.5) с соответствующими граничными условиями применялся метод Уилкинса [7]. Расчетная область покрывалась прямоугольной сеткой, сгущавшейся по мере приближения к штампу, где имеют место наибольшие градиенты напряжений. В области контакта со штампом $\Delta x = \Delta r = R/8$.

При расчете напряжений в грунте использовались зависимости, эквивалентные (1.1)–(1.3):

$$(2.1) \quad dS_{ij} = dS_{ij}^0 - \lambda S_{ij} dt, \quad d\sigma = d\sigma^0 - Eg dt.$$

Здесь dS_{ij}^0 , $d\sigma^0$ — приращения напряжений, полученные в предположении равенства нулю пластических деформаций, т. е.

$$(2.2) \quad dS_{ij}^0 = (2G\dot{\epsilon}_{ij} + S_{ih}\Omega_{jh} + S_{jh}\Omega_{ih}), \quad d\sigma^0 = E\dot{\epsilon} dt.$$

Заменяя далее дифференциалы конечными приращениями и принимая во внимание соответствие параметров среды временным слоям, согласно [7], из (2.1) получим

$$(2.3) \quad S_{ij}^{n+1} = S_{ij,n+1}^0 - \lambda^{n+1/2} \Delta t S_{ij}^{n+1},$$

$$(2.4) \quad \sigma^{n+1} = \sigma_{n+1}^0 - Eg^{n+1/2} \Delta t.$$

Из (2.3) далее с учетом (1.3) для определения S_{ij}^{n+1} имеем выражение, аналогичное [7]:

$$(2.5) \quad S_{ij}^{n+1} = S_{ij,n+1}^0 \sqrt{\mathcal{F}(\sigma^{n+1}) / (3S_{ij,n+1}^0 S_{ij,n+1}^0)}.$$

С учетом того, что деформация сдвига не влияет на среднее напряжение σ , последнее на первом шаге рассчитываем с использованием следующей итерационной процедуры. Величина $\Delta\sigma$ является корнем уравнения

$$F = g\Delta t + \Delta\sigma/E - \Delta\epsilon = 0.$$

Учитывая, что искомое значение $\Delta\sigma$ находится в окрестности значений $\Delta\sigma_1 = 0$ и $\Delta\sigma_2 = (\Delta f + \Delta\varphi)/2$ (Δf , $\Delta\varphi$ — приращение напряжений, отвечающих статической и динамической диаграммам), и подставляя значения аргументов g , E , соответствующие середине шага Δt (применяется линейная аппроксимация на интервале Δt), определяем первое приближение

$$\Delta\sigma^{(1)} = (F_2\Delta\sigma_1 - F_1\Delta\sigma_2)/(F_1 - F_2) = -F_1\Delta\sigma_2/(F_1 - F_2)$$

$$(F_1 = F(\Delta\sigma_1), F_2 = F(\Delta\sigma_2)).$$

В дальнейшем, до достижения требуемой точности, $\Delta\sigma^{(j+1)}$ находится по схеме Ньютона

$$\Delta\sigma^{(j+1)} = \Delta\sigma^{(j)} + F(\Delta\sigma^{(j)})/F'(\Delta\sigma^{(j)}) \quad (F' = dF/d(\Delta\sigma)).$$

Расчеты производились применительно к условиям экспериментов, описанных в [6], для песчаных грунтов, а также для суглинка и глины [4].

Механические характеристики грунтов, входящие в соотношения (1.1)–(1.3), принимались в виде [4]

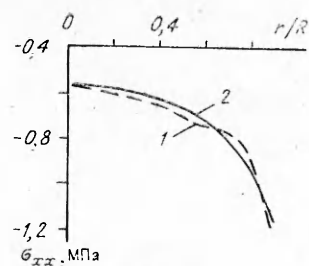
$$E(\epsilon) = d\varphi(\epsilon)/d\epsilon, \quad \varphi(\epsilon) = E(\epsilon + m\epsilon^v), \quad E = E_1/\alpha,$$

$$f(\epsilon) = K(\epsilon + m_1\epsilon^{v_1}), \quad g = \eta(\sigma - f(\epsilon))^\alpha, \quad K = K_1/\alpha,$$

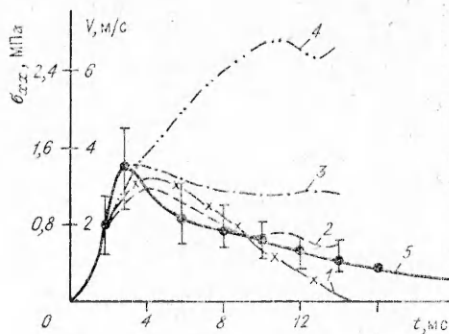
$$\eta = \eta_1\alpha^\alpha, \quad E_*(\sigma, \epsilon) = \begin{cases} E_{1*}, & \sigma > \sigma_*, \\ E_{2*}, & \sigma \leq \sigma_*, \end{cases} \quad \alpha = 1 + \frac{\sqrt{2}}{3}k.$$

Соответствующие значения экспериментальных коэффициентов E_1 , K_1 , η_1 , по данным [4, 8], приведены в таблице, где ρ и w — плотность скелета и влажность грунта.

На рис. 1 представлены результаты сравнения численного и аналитического (кривые 1, 2) [9] решений рассматриваемой задачи при стати-



Р и с. 1



Р и с. 2

ческом внедрении в упругую среду штампа с $R = 0,6$ м, свидетельствующие о достаточной точности разработанного алгоритма.

На рис. 2 даны результаты расчетов контактных напряжений под центром штампа ($r = 0$) с $R = 0,3$ м при заданной на части границы $\Gamma_1 (r \leq R)$ скорости движения $V(t)$ (кривая 1), определенной экспериментально, кривая 2 — упруговязкопластическая среда [4] (песок типа 1, см. таблицу), 3 — упругопластическая среда, 4 — упругая среда, 5 — результаты эксперимента [6] (вертикальными линиями обозначены доверительные интервалы с надежностью $\bar{p} = 0,95$). В качестве упругопластической среды использовались соотношения (1.2), (1.3) при упругом объемном деформировании.

Отметим существенное влияние неупругих свойств среды на контактное напряжение, в том числе и на осредненное по сечению напряжение $\langle \sigma \rangle = \frac{1}{S} \int_S \sigma_{xx} dS$. При этом наилучшее приближение к данным эксперимента дает модель, учитывающая вязкопластические свойства грунта. Результаты расчетов напряжений по одномерной теории при заданной $V(t)$ на всей границе Γ_1 хорошо согласуются с результатами двумерных расчетов при $t < R/c_1$ под центром штампа, когда влияние сдвига незначительно.

Изменение условий на контакте штамп — грунт от сцепления до проскальзывания без трения привело к изменению σ_{xx} на 7—12 %.

Был выполнен также ряд расчетов для условий экспериментов [6], когда в качестве исходного воздействия задавалась нагрузка $P(t)$ на штамп, измерявшаяся в опытах. Соответствующие результаты расчетов для штампа с $R = 0,3$ м, располагающегося на песчаном грунте, представлены на рис. 3, 4.

На рис. 3 кривые 1—5 отвечают нагрузке на штамп $P(t)$ (линия 1) и скорости штампа $v(t)$, измеренным в опытах и рассчитанным для различных условий: 2 — экспериментальные данные [6], 3—5 — рассчитанные на основе уравнений состояния (1.1)—(1.3) (2 — песок типа 1, 4 — типа 2) и релаксационных уравнений состояния [10] (5 — песок типа 2).

На рис. 4 кривые 1—4 отвечают напряжениям σ_{xx} под штампом в центре (а) и на краю (б): 1 — экспериментальные данные, 2, 3 — расчет согласно уравнениям (1.1)—(1.3) (2 — песок типа 1, 3 — типа 2), 4 — расчет применительно к уравнениям [10] (песок типа 2). Видно, что ско-

Песок	$\frac{\rho, \text{ г/см}^3}{w}$	$\frac{k}{b, \text{ МПа}}$	$\frac{K_1, \text{ МПа}}{E_1, \text{ МПа}}$	$\frac{m}{v}$	$\frac{m_1}{v_1}$	$n_1, \frac{1}{(\text{МПа})^{2 \cdot c} \cdot c}$	$\sigma_x, \text{ МПа}$	$\frac{E_{1*}, \text{ МПа}}{E_{2*}, \text{ МПа}}$
Тип 1	1,54	1,60	68,0	610	100	9,7	8,0	$\frac{4 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 10^3}$
	0	0,04	72,8	2	2,24	0,84		
Тип 2	1,50	1,65	15,0	840	38	1,9	1,5	$\frac{1,1 \cdot 10^3}{0,17 \cdot 10^3}$
	0,05	0,04	100,0	3,4	2,0	0,5		

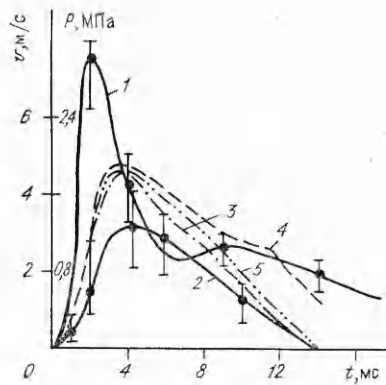


Рис. 3

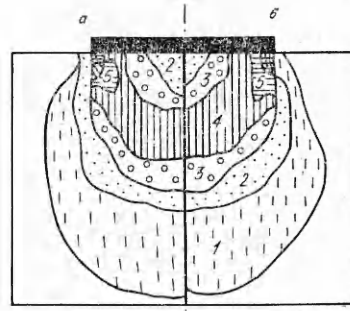


Рис. 5

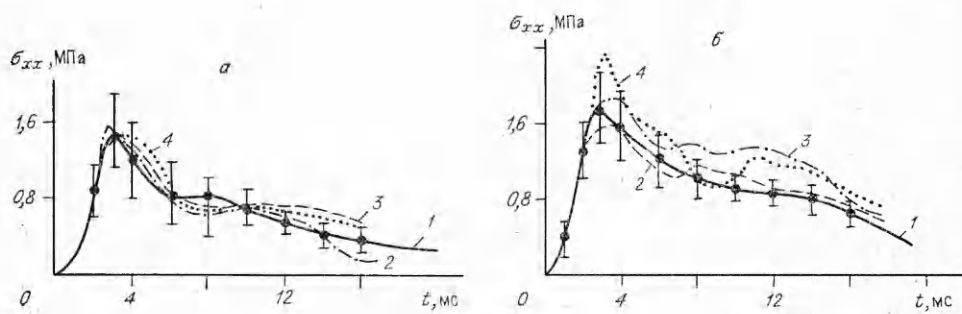


Рис. 4

рости штампа $v(t)$ и контактные напряжения $\sigma_{xx}(r, t)$ в его основании, рассчитанные с использованием уравнений состояния (1.1)–(1.3), достаточно хорошо согласуются с результатами экспериментов [6].

Сопоставление результатов расчета скоростей $v(t)$ и напряжений $\sigma_{xx}(r, t)$, полученных на основе модели [10] и модели [4], определяемой соотношениями (1.1)–(1.3), свидетельствует о том, что имеющие место количественные различия находятся в пределах точности экспериментов.

Аналогичный вывод вытекает из анализа данных о распределении напряжений в песчаном грунте типа 1 под штампом с $R = 0,6$ м, представленных на рис. 5 (а — модель, определяемая соотношениями (1.1)–(1.3), б — модель [10]). Здесь области 1–5 соответствуют напряжениям, $|\sigma_{xx}| = 0,1n$ МПа, $n = 1 - 5$, вблизи краев штампа $0,6 \leq |\sigma_{xx}| \leq 0,8$ МПа.

Указанные факты свидетельствуют о том, что, во всяком случае применительно к рассматриваемому классу задач, предложенное в [10] релаксационное уравнение состояния (значительно более сложной структуры по сравнению с моделью [4]) не имеет перед ней качественных преимуществ.

Следует отметить, что тип грунта (песок, глина, суглинок) оказывает существенное влияние как на скорость штампа при заданной $P(t)$ на покрытие, так и на напряженное состояние грунта под штампом. Выполненные расчеты в случаях, аналогичных данным рис. 3, но с использованием постоянных, характеризующих глину и суглинок, согласно [4], показали, что при взаимодействии с этими грунтами резко возросла длительность фазы спада $v(t)$ после достижения максимального значения. Кроме того, для суглинка максимум скорости штампа увеличился до 6,6 м/с (для глины практически совпал с аналогичными характеристиками для песков).

Как показали результаты расчетов, концентрация контактных напряжений σ_{xx} на подошве штампа (рис. 4, 5) достигает значительных величин вблизи краев штампа. Указанная особенность должна учитываться при анализе экспериментальных данных, так как размеры датчиков и

их место установки на подошве могут существенно повлиять на результаты измерений.

Приведенные результаты теоретических расчетов и сравнение их с экспериментальными данными свидетельствуют о существенном влиянии вязких свойств грунтов на параметры движения штампов и напряженное состояние грунтов в их основании.

При этом анализ математических моделей [4, 10], учитывающих вязкопластические свойства грунтов, показал, что их использование в задачах взаимодействия круглого штампа с грунтом при достаточно обоснованном выборе значений необходимых констант приводит к близким результатам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бородачев Н. М. Динамические контактные задачи для полупространства // Динамический расчет сооружений на специальные воздействия.— М.: Стройиздат, 1981.
2. Сеймов В. М. Динамические контактные задачи.— Киев: Наук. думка, 1976.
3. Котляревский В. А., Румянцева Р. А., Чистов А. Г. Расчеты удара штампа по грунтовому массиву с использованием различных моделей упругопластических сред в условиях плоской деформации // Изв. АН СССР. МТТ.— 1977.— № 5.
4. Рыков Г. В., Скобеев А. М. Измерение напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках.— М.: Наука, 1978.
5. Григорян С. С. Об основных представлениях динамики грунтов // ПММ.— 1960.— Т. 21, вып. 6.
6. Рыков Г. В., Кузнецов В. П. Экспериментальные исследования реактивного сопротивления грунта в основании круглого штампа // Основания, фундаменты и механика грунтов.— 1990.— № 3.
7. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике.— М.: Мир, 1967.
8. Кулинич Ю. В., Нарожная З. В., Рыков Г. В. Механические характеристики песчаных и глинистых грунтов с учетом их вязкопластических свойств при кратковременных динамических нагрузках.— М., 1976.— (Препр./АН СССР, ИПМ; № 69).
9. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела.— М.: Наука, 1979.
10. Замышляев Б. В., Евтерев Л. С., Чернейкин В. А. Релаксационное уравнение состояния грунтов // ДАН СССР.— 1981.— Т. 261, № 5.

г. Москва

Поступила 14/1 1991 г.

УДК 539.89—537.53

С. Н. Иштукин, Г. Е. Кузьмин, В. В. Пай, Л. Л. Фрумин

ОБ ИЗМЕРЕНИИ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ПЛОСКОМ УСТАНОВИВШЕМСЯ ТЕЧЕНИИ МЕТАЛЛА

Экспериментальное определение температуры металла в процессе его импульсного высокоскоростного деформирования сильно затруднено тем, что для ее измерения нельзя применять локальные датчики. Действительно, при применении локального датчика приходится нарушать сплошность исследуемого образца. Наличие же в объеме металла, подвергаемого импульсному деформированию, каких-либо полостей, разрезов, диэлектриков и т. п., даже если оно слабо сказывается на таких параметрах течения, как давление, плотность или поле скоростей, как правило, неконтролируемым образом искажает поле температуры. Поэтому если стоит задача измерения температуры во внутренней области образца, то ее датчиком должен быть сам образец. При термомпарном методе измерения такой образец-датчик можно получить, если соединить между собой два металла, имеющих близкие механические, но различные термоэлектрические характеристики, так что граница раздела металлов не вносит искажений в поле температуры.

Настоящая работа посвящена разработке термоэлектрического метода измерения поля температуры при плоском двумерном стационарном