

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ
НА ВЫГОРАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ
С НЕРАВНОВЕСНЫМ ДВУХФАЗНЫМ ПОТОКОМ
В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ СОПЛЕ ЛАВАЛЯ**

А. А. Глазунов, Е. Г. Зауличный,
В. Я. Иванов, А. Д. Рычков

(Новосибирск, Томск)

1. Расчет двухжидкостного двумерного потока основан на модели двухскоростной и двухтемпературной сплошной среды Х. А. Рахматулина, в которой реальное течение заменяется взаимопроникающим течением двух взаимодействующих сплошных сред [1—8].

Для расчета течения при заданном контуре сопла исходная стационарная задача заменяется нестационарной, т. е. используется процесс установления для получения стационарной картины течения. При этом нестационарные уравнения до- и трансзвукового течений являются уравнениями гиперболического типа. Стационарные уравнения движения частиц ввиду пренебрежения объемом частиц также гиперболического типа.

Система уравнений имеет вид [2, 4, 6]

для газа:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (y\rho) + \frac{\partial}{\partial x} (ym) + \frac{\partial}{\partial y} (yn) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial t} (ym) + \frac{\partial}{\partial x} \left[y \left(\frac{m^2}{\rho} + p \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{mn}{\rho} \right) &= y C_R \left(m_p - \frac{\rho_p}{\rho} m \right); \\ \frac{\partial}{\partial t} (yn) + \frac{\partial}{\partial x} \left(y \frac{mn}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[y \left(\frac{n^2}{\rho} + p \right) \right] &= p + y C_R \left(n_p - \frac{\rho_p}{\rho} n \right); \\ \frac{\partial}{\partial t} (yE) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{ym}{\rho} (E + p) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{yn}{\rho} (E + p) \right] &= y \left\{ C_\alpha \left(\rho_p T_p - \frac{\rho_p}{\rho} p \right) + \right. \\ &\quad \left. + C_R [m_p (u_p - u) + n_p (v_p - v)] \right\}; \\ p &= \frac{k-1}{k} \left(\rho H - \frac{m^2 + n^2}{2\rho} \right); \quad m = \rho u; \quad n = \rho v; \end{aligned}$$

для «газа» частиц:

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (ym_p) + \frac{\partial}{\partial y} (yn_p) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{ym_p^2}{\rho_p} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{ym_p n_p}{\rho_p} \right) &= y C_R \left(\frac{m \rho_p}{\rho} - m_p \right); \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{ym_p n_p}{\rho_p} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{yn_p^2}{\rho_p} \right) &= y C_R \left(\frac{n \rho_p}{\rho} - n_p \right); \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{yQ_p m_p}{\rho_p} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{yQ_p n_p}{\rho_p} \right) &= y \frac{C_\alpha}{C} \rho_p (T - T_p); \\ Q_p &= \rho_p T_p; \quad m_p = \rho_p u_p; \quad n_p = \rho_p v_p. \end{aligned}$$

В уравнениях (1.1), (1.2) все величины безразмерные: линейные размеры отнесены к радиусу критического сечения сопла r_* ; проекции скоростей газа u^0 и v^0 и частиц с индексом p — к скорости звука газа a_* ; величины плотностей ρ^0 , давлений p^0 , температур T^0 , энтальпии H^0 и энер-

гни E^0 — к соответствующим величинам при температуре торможения в форкамере T_0 ; время t^0 — к величине $r_{\text{з}}/a_{\text{з}}$; теплоемкость c_p^0 — к газовой постоянной R .

В начальном сечении сопла принимается, что все параметры по сечению распределены равномерно и получены из расчета одномерного равновесного двухфазного потока без отставания частиц. Кроме того, предполагаются однородными распределения энтальпии H и энтропии S , поперечная составляющая скорости v изменяется по радиусу линейно для газа. Для частиц же плотность ρ_p постоянна и зависит от относительной весовой концентрации z :

при $x = x_0$, $0 \leq y \leq \delta(x_0)$

$$S = C_1, H = C_2, n = m \frac{y}{\delta(x_0)} \frac{d}{dx} \delta(x_0) \Big|_{x=x_0},$$

$$u_p = u, v_p = v, T_p = T, \rho_p = \rho \frac{z}{1-z},$$

где $\delta(x)$ — уравнение контура сопла.

На стенке сопла для газа ставится условие непротекания:

при $y = \delta(x)$, $x_0 \leq x \leq x_c$ $n = m \frac{d}{dx} \delta(x)$.

Для частиц на стенке предполагается отсутствие их отражения, никакие дополнительные условия не ставятся.

На оси симметрии

при $y = 0$, $x_0 \leq x \leq x_c$
 $\partial m / \partial y = \partial m_p / \partial y = \partial p / \partial y = \partial E / \partial y = \partial T_p / \partial y = \partial \rho_p / \partial y = 0$, $n = 0$, $n_p = 0$.

В результате отставания частиц от газа возле стенки появляется область чистого газа. Отыскание предельной линии частиц производилось по уравнению $d\Gamma/dx = n_p/m_p$ в области $0 \leq y \leq \Gamma(x)$, $x_0 \leq x \leq x_c$.

Для сверхзвуковой области сопла метод установления для уравнений газа становится излишним, так как стационарные уравнения гиперболического типа. В этой области решались стационарные системы уравнений для газа и частиц (1.1), (1.2). Входными параметрами для этих уравнений служат решения при $x = x_c$, полученные из расчета в трансзвуковой области.

Для решения приведенных выше систем уравнений в них проведены преобразования независимых переменных. В системе (1.1)

$$t = t, x = x, \xi = y/\delta(x),$$

и в уравнениях (1.2)

$$t = t, x = x, \psi = y/\Gamma(x).$$

Это преобразование исключает появление нерегулярных узлов, понижающих точность расчета при решении с помощью конечно-разностной схемы.

Преобразованные системы уравнений записывались в дивергентной форме. Численное решение их основывалось на двухшаговой разностной схеме Макормака [9, 10], представляющей собой схему предиктор-корректор второго порядка точности по пространству и времени на гладких решениях. Эта схема позволяет вести сквозной счет особенностей типа ударных волн и волн разрежения, если исходные дифференциальные уравнения записаны в дивергентной форме.

Если преобразованные системы уравнений записать в векторном виде

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \xi} + \mathbf{H} = 0,$$

где \mathbf{f} , \mathbf{F} , \mathbf{G} и \mathbf{H} — векторы с компонентами, зависящими от рассчитываемых параметров, то двухшаговые разностные схемы Маккормака можно представить в виде для нестационарной системы:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{i,j}^{(n+1)^0} &= \mathbf{f}_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{i,j}^n - \mathbf{F}_{i-1,j}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (\mathbf{G}_{i,j}^n - \mathbf{G}_{i,j-1}^n) - \Delta t \cdot \mathbf{H}_{i,j}^n; \\ \mathbf{f}_{i,j}^{n+1} &= \frac{1}{2} \left[\mathbf{f}_{i,j}^n + \mathbf{f}_{i,j}^{(n+1)^0} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1,j}^{(n+1)^0} - \mathbf{F}_{i,j}^{(n+1)^0}) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (\mathbf{G}_{i,j+1}^{(n+1)^0} - \mathbf{G}_{i,j}^{(n+1)^0}) - \Delta t \cdot \mathbf{H}_{i,j}^{(n+1)^0} \right]; \end{aligned}$$

для стационарной системы:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{(i+1)^0,j} &= \mathbf{F}_{i,j} - \frac{\Delta x}{\Delta \psi} (\mathbf{G}_{i,j+1} - \mathbf{G}_{i,j}) - \Delta x \cdot \mathbf{H}_{i,j}; \\ \mathbf{F}_{i+1,j} &= \frac{1}{2} \left[\mathbf{F}_{i,j} + \mathbf{F}_{(i+1)^0,j} - \frac{\Delta x}{\Delta \psi} (\mathbf{G}_{(i+1)^0,j} - \mathbf{G}_{(i+1)^0,j-1}) - \Delta x \cdot \mathbf{H}_{(i+1)^0,j} \right]; \end{aligned}$$

для уравнения предельной линии:

$$\begin{aligned} \Gamma_{(i+1)^0} &= \Gamma_i + \Delta x \left(\frac{n_p}{m_p} \right)_i; \\ \Gamma_{i+1} &= \frac{1}{2} \left[\Gamma_i + \Gamma_{(i+1)^0} + \Delta x \left(\frac{n_p}{m_p} \right)_{(i+1)^0} \right]. \end{aligned}$$

2. Для учета вязкого взаимодействия со стенкой при течении двухфазного неравновесного потока в сопле рассматривается нарастание пограничного слоя. На стенке сопла предполагается турбулентный пограничный слой (ТПС). Характеристики пограничного слоя определяются на выгораемой (уносимой и перемещающейся) шероховатой многослойной нестационарно прогреваемой поверхности, обтекаемой двухфазной неравновесной многокомпонентной смесью газов, вступающей в химическую реакцию с материалом стенки. Расчет производится по методике [11] решением интегральных уравнений импульсов, энергии, сохранения компонентов в реагирующих смесях и нестационарного уравнения теплопроводности поперек стенки осесимметричного канала. Для замыкания уравнений турбулентного пограничного слоя использовался подход, предложенный в работе [12].

Метод расчета характеристик турбулентного пограничного слоя [11] позволяет учесть нестационарность отвода тепла в стенку, произвольный закон распределения температуры стенки по потоку и во времени, ступенчатый унос материала стенки по длине профиля сопла, шероховатость материала обтекаемой поверхности.

Метод расчета квазистационарного ТПС основан на следующих допущениях:

1. Турбулентный пограничный слой начинается от начального рассчитываемого сечения канала.

2. Нестационарность процесса учитывается решением уравнения теплопроводности в стенку методом конечных разностей. В каждый промежуток времени Δt определяемая из решения температура стенки $T_{ст}$ служит граничным условием для расчета параметров ТПС при квазистационарном подходе.

3. Параметрами на внешней границе пограничного слоя служат величины на стенке, полученные из расчета двухфазного двумерного неравновесного потока.

4. Влияние конденсированной фазы на процессы теплообмена и трения в пограничном слое учитывается через осредненные величины теплопроводности, теплоемкости, энтальпии, молекулярного веса и соответственно неизотермичности и параметра вдува.

5. Унос эрозионно-стойких материалов (ЭСМ) и теплозащитных покрытий (ТЗП), состоящих из аблирующих материалов на основе высокополимерных соединений [13, 14], происходит за счет их термического разложения и химической эрозии коксового остатка [15].

6. Числа Прандтля Pr , Шмидта Sc и Льюиса Le равны единице. Неподобие процессов трения и тепломассопереноса учитывается через интегральные соотношения для пограничного слоя и законы трения и теплообмена.

7. Шероховатость поверхности материала обусловлена ее абляцией. По своей структуре шероховатость принимается песочной, соответствующей классу покрытий [16].

Интегральные уравнения импульсов, энергии и сохранения компонентов для пограничного слоя в осесимметричном выгорающем (с поперечным потоком вещества) канале записываются в виде

$$(2.1) \quad \frac{dRe^{**}}{dx} + \frac{Re^{**}}{u_0^0} \frac{du_0^0}{dx} (1 + H) + \frac{Re^{**}}{r^0} \frac{dr^0}{dx} = Re_L \frac{c_f}{2} (1 + b_1),$$

$$\frac{1}{r^0 \Delta h^0} \frac{d}{dx} (Re_T^{**} r^0 \Delta h^0) = Re_L St (1 + b_1),$$

$$\frac{1}{r^0 \Delta k^0} \frac{d}{dx} (Re_g^{**} r^0 \Delta k^0) = Re_L St_g (1 + b_1),$$

где разности энтальпий Δh^0 и приведенных концентраций [15] Δk^0 берутся по толщине пограничного слоя $\Delta h^0 = h_{ст}^0 - h_{ст}^{0*}$, $\Delta k^0 = k_0^0 - k_{ст}^0$; параметр проницаемости $b_1 = 2j_{ст}/\rho_0 u_0 c_f$; r^0 — текущий радиус канала; коэффициенты трения c_f и тепло- и массообмена St , St_g определяются через относительную величину Ψ

$$c_f = c_{f_0} \Psi; \quad St = St_0 \Psi; \quad St_g = St_{0g} \Psi.$$

Для стандартных условий законы трения имеют вид

$$c_{f_0} = \frac{0,0256}{Re^{**0,25}} \left(\frac{\mu_{ст}}{\mu_{00}} \right)^{0,25} \quad \text{для } Re^{**} \leq 3 \cdot 10^3,$$

$$c_{f_0} = \frac{0,0131}{Re^{**1/6}} \left(\frac{\mu_{ст}}{\mu_{00}} \right)^{0,25} \quad \text{для } Re^{**} > 3 \cdot 10^3.$$

Законы тепло- и массообмена

$$St_0 = \frac{0,0128}{Re_T^{**0,25} Pr^{0,75}} \left(\frac{\mu_{ст}}{\mu_{00}} \right)^{0,25}; \quad St_{0g} = \frac{0,0128}{Re_g^{**} Sc^{0,75}} \left(\frac{\mu_{ст}}{\mu_{00}} \right)^{0,25},$$

где Re^{**} , Re_T^{**} , Re_g^{**} — числа Рейнольдса, записанные по толщинам потери импульса, энергии и диффузии; μ — вязкость двухфазной смеси, зависящая от температуры по формуле Сезерленда; индекс ст — параметры на стенке; индекс 00 — параметры торможения.

Относительный закон трения Ψ для условий учета перечисленных факторов используется в виде следующей аппроксимационной

зависимости:

$$(2.2) \quad \Psi = \left(\frac{2}{\sqrt{\Psi_1 + 1}} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{\Psi_3 + 1}}{\sqrt{\Psi_2 + 1}} \right)^2 \left(1 - \frac{b_1 \Psi}{b_{кр}} \right)^2 \times \\ \times \frac{\left(\operatorname{arctg} \sqrt{r \frac{k-1}{2} M^2} \right)^2}{r \frac{k-1}{2} M^2} \left(\frac{\kappa C + \ln \delta_s^+}{\kappa C + \ln \delta_r^+ - \kappa \Phi} \right)^2.$$

Критический параметр проницаемости

$$(2.3) \quad b_{кр} = (b_{кр_1} \cdot b_{кр_2} / b_{кр_3}) \Psi_M^{1,125} [(1 + \Psi_3) / (1 + \Psi_1)(1 + \Psi_2)]^{0,05}.$$

Формулы (2.2), (2.3) аппроксимируют результаты численного счета с точностью до 3% при произвольном изменении параметров

$$\Psi_1 = h_{ст}^0 / h_{ст}^{0*}, \quad \Psi_2 = m_0 / m_{ст}, \quad \Psi_3 = c_{р ст} / c_{р0}, \quad b_1$$

и чисел Маха M . Вычисление $b_{кр_i}$ производится по [17].

Каждый сомножитель уравнения (2.2) учитывает соответственно влияние следующих факторов: неизотермичность Ψ_1 , неоднородность вдува Ψ_2 , Ψ_3 , поперечный поток вещества за счет термического разложения покрытия b_r и уноса его коксового остатка b_c , влияние сжимаемости (M — число Маха), шероховатость. Но простое перемножение влияния отмеченных возмущающих факторов на относительный коэффициент трения не означает их аддитивного воздействия, здесь имеет место интерференция.

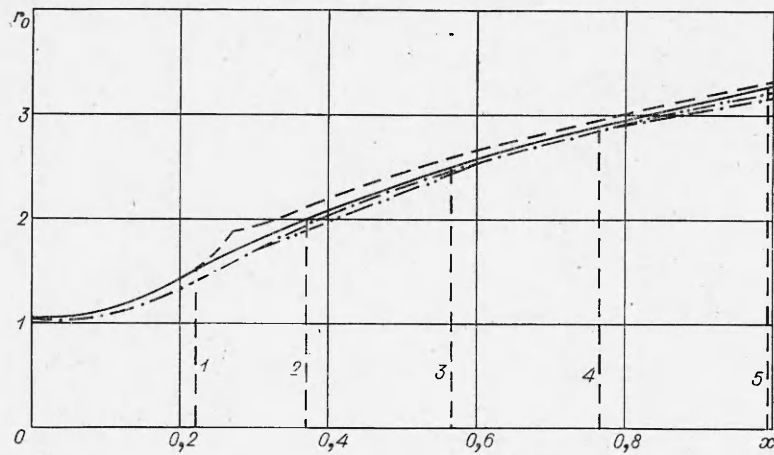
Например, обобщенный параметр неизотермичности Ψ_1 определяется через отношение энтальпий смеси газов на стенке $h_{ст}^0$ и торможения $h_{ст}^{0*}$; $h_{ст}^0$ зависит от состава и количества вдуваемого в пограничный слой газа $b_1 = b_r + b_c$ за счет термического разложения материала стенки и эрозии коксового остатка, а также от тепловых эффектов химических реакций, происходящих как на поверхности стенки, так и внутри материала при его пиролизе [11]. Сам же по себе эффект вдува учитывается третьим членом в (2.2). Опять же второй член этого уравнения учитывает неоднородность вдуваемого в пограничный слой газа по сравнению с потоком на внешней границе погранслоя. Влияние шероховатости проявляется через высоту бугорков (последний член уравнения (2.2)), но, с другой стороны, это влияние меняется при изменении параметров неизотермичности, вдува, сжимаемости. Описание взаимного влияния при совместном воздействии различных факторов можно было продолжить.

Последний член в уравнении (2.2) учитывает влияние шероховатости на коэффициент трения $\Psi_r = c_{fr} / c_f$. Шероховатость поверхности задается через характерное число Рейнольдса $Re_k = \rho_0 u_0 k / \mu_0$, записанное по высоте бугорков k . Параметры, входящие в этот сомножитель, вычисляются следующим образом:

$$(2.4) \quad k^+ = \frac{k u_*}{v_{ст}} = Re_k \frac{\mu_0}{\mu_{ст}} \sqrt{\frac{c_{fr} \rho_{ст}}{2 \rho_0}}, \\ \delta^+ = \frac{\delta u_*}{v_{ст}} = Re_k^{**} \frac{\delta}{\delta^{**}} \sqrt{\frac{c_f \rho_{ст}}{2 \rho_0}}, \\ \frac{\delta^{**}}{\delta} = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{c_f}{2} - \frac{c_f}{2\kappa^2} \left(2 - \frac{\alpha}{2} + \beta \right)}.$$

$$\text{В уравнениях (2.2), (2.4) } \kappa = 0,4, C = 5,5, \alpha = 1 - h_{ст}^* / h_{ст}, \beta = r \frac{k}{2} M^2 \frac{T_v}{T_{ст}},$$

u_* — динамическая скорость, $v_{ст}$ — кинематическая вязкость.



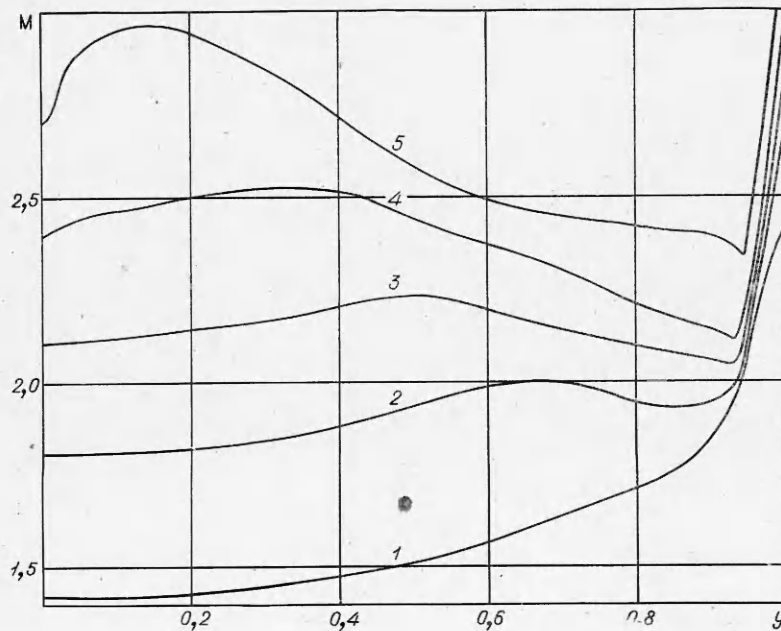
Ф и г. 1

Функция Ψ_r определяется методом последовательных приближений, в качестве первого полагается поверхность гладкой $\Psi_r = 1$ и принимается $c_f = c_{fs}$ для гладкой поверхности, $c_f = c_{fr}$ — для шероховатой при одинаковых числах Re^{**} . Это относится к определению величин δ^+ , δ , δ^{**} .

Для учета нестационарного отвода тепла в многослойную цилиндрическую стенку решается нестационарное уравнение теплопроводности (без учета перетечек вдоль стенки)

$$(2.5) \quad c\gamma \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \lambda \frac{\partial T}{\partial r}.$$

Конечно-разностная схема этого уравнения для переменных от темпера-



Ф и г. 2

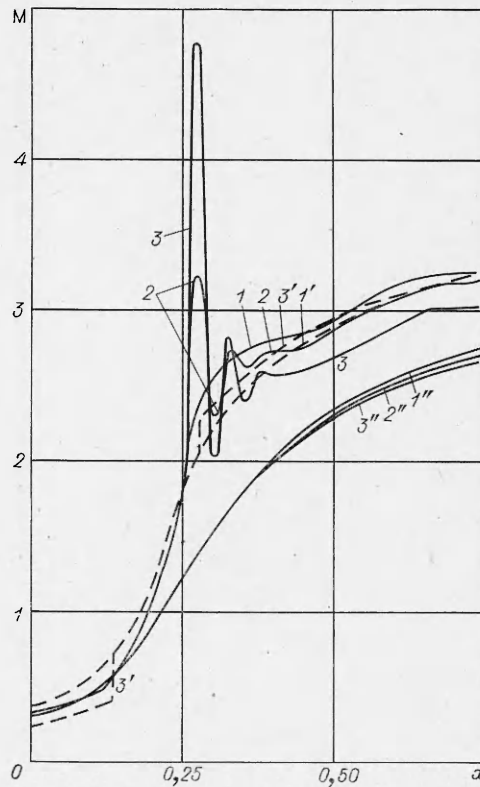
туры теплофизических свойств материалов записана в [11]. Граничным условием на неуносимой стенке и на уносимой до начала разгара служит условие 3-го рода, заимствованное из [18]. После начала уноса для уносимых материалов устанавливается постоянная температура уноса $T_{ст}$ [11], определяемая с учетом теплот реакций термического разложения материала в узком фронте, теплот химических реакций на границе с двухфазным потоком при диффузионном режиме реагирования, а также теплофизических свойств материалов. Начальное распределение температур по толщине стенки задается. На стыке двух материалов ставятся условия равенства температур и тепловых потоков.

Попеременным решением уравнения (2.5) с уравнениями (2.1) при использовании параметров на внешней границе пограничного слоя, полученных из систем (1.1), (1.2) для промежутка времени, в котором процесс считается квазистационарным, определяются величины толщин уноса и

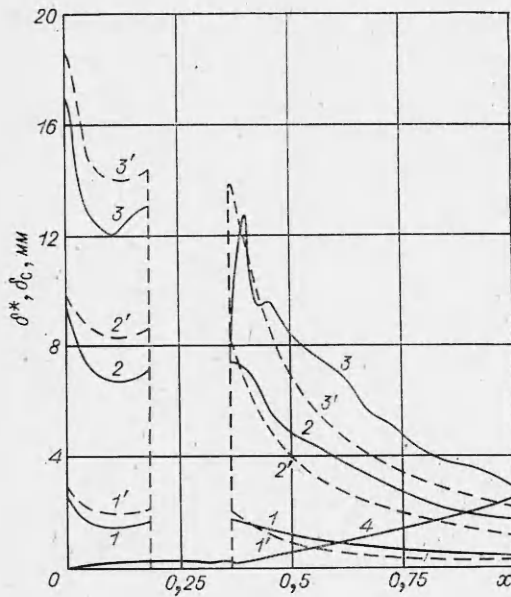
прококсованного слоя, тепловых потоков в стенку, потерь удельного импульса на трение, теплового состояния стенки и т. д. во времени. Методом последовательных приближений окончательно уточняются параметры двухфазного течения с изменением профиля (характеристик ТПС), затем осуществляется переход к новому промежутку времени.

3. По изложенной методике проведены расчеты для контура сопла, представленного на фиг. 1, для параметров смеси в форкамере $p_{00} = 43$ атм, $T_{00} = 3450$ К, весовой доли частиц $z = 0,32$, $k = 1,19$, диаметра частиц $d_p = 2$ мкм. Сплошной линией показан первоначальный профиль сопла, штриховой — конечный, искаженный за счет уноса материала стенки; штрихпунктирными — предельные линии для частиц в начальном и конечном профилях. Распределение чисел Маха поперек сопла для различных сечений 1—5 (см. фиг. 1) в сверхзвуковой части показано на фиг. 2. Возле стенки появляется высокоскоростная и низкотемпературная область чистого газа, хорошо выделяемая данной расчетной схемой. Скорость частиц меньше скорости газа, максимальное отставание наблюдается в области наибольших градиентов скоростей, т. е. в области трансзвука.

Распределение чисел Маха по длине сопла показано на фиг. 3. Линиями 1 и 1' отмечены величины соответственно на стенке и оси сопла для исходного профиля (без разгара) по расчету для двухфазного двумерного неравновесного потока, кривой 1' — для равновесной смеси по одномерному расчету. По мере искажения профиля сопла за счет уноса материала стенки (t^0 изменяется от 0 до 70 с) газодинамические параметры потока на стенке сильно меняются для двумерной двухфазной задачи (кривые 2 и 3) в месте появления ступеньки на стыке неуносимого и уносимого мате-



Фиг. 3



Ф и г. 4

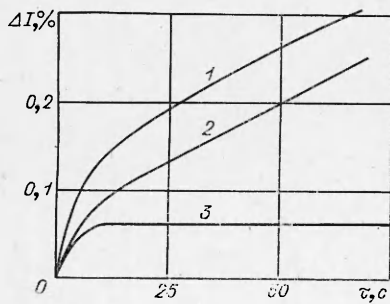
ответствующему изменению величины уноса по длине сопла, представленному на фиг. 4, где кривые 1—3 характеризуют линейный разгар профиля сопла в моменты времени 10, 40, 70 с с учетом течения двумерной двухфазной неравновесной смеси, соответствующие кривые со штрихом — для одномерной равновесной газодинамики. В сверхзвуковой части сопла ($x > 0,25$) для двумерной задачи характерно появление максимумов и минимумов в величине уноса, особенно в конечный момент времени, чего не наблюдается при одномерной газодинамике. Это связано с изменением параметров потока на стенке (см. фиг. 3). Необходимо отметить, что эти особенности уноса материала стенки с учетом двумерной и двухфазной газодинамики хорошо повторяют результаты экспериментов.

Кривой 4 на фиг. 4 показано изменение толщины вытеснения пограничного слоя, которая слабо меняется в результате прогрева и уноса стенок сопла. Видно, что к срезу сопла изменение первоначального профиля за счет толщины вытеснения пограничного слоя значительно и соизмеримо с толщиной унесенного материала (это необходимо учитывать).

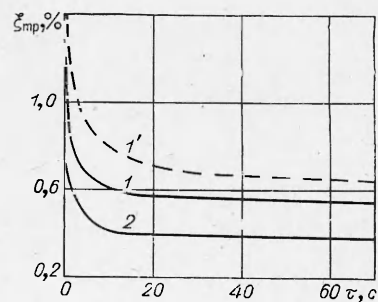
За счет искажения профиля сопла (толщина вытеснения и унос) по-

риалов. В области внезапного уширения профиля сопла за счет разгара имеют место сначала разрежение, затем скачок уплотнения, далее — интерференция при их взаимодействии с ядром потока. С увеличением разгара интенсивность локальных колебаний газодинамических параметров возрастает (кривая 2 при $t^0 = 30$ с, 3 — $t^0 = 70$ с). Эти изменения параметров практически не доходят до оси потока (кривые 1''—3'' в соответствующие моменты времени). Здесь же представлены изменения чисел Маха для одномерного равновесного расчета исходного профиля (кривая 1') и искаженного за счет уноса (кривая 3' — $t^0 = 70$ с).

Изменение газодинамических параметров приводит к соот-



Ф и г. 5



Ф и г. 6

являются дополнительные потери удельного импульса ΔI сопла, показанные на фиг. 5 кривой 1 для уносимого сопла с шероховатой стенкой, 2 — уносимого с гладкой стенкой, 3 — неуносимого с гладкой стенкой. Видно, что по мере увеличения толщины унесенного материала ΔI возрастает (кривые 1, 2). Шероховатость вносит дополнительную величину за счет толщины вытеснения. Толщина вытеснения на гладкой стенке без уноса для данного профиля приводит к незначительным дополнительным потерям удельного импульса, соизмеримым с точностью расчетов. Потери удельного импульса на трение $\xi_{тр}$ с учетом (и без него) двумерности и неравновесности показаны на фиг. 6 (кривые 1 и 2 — разгораемое шероховатое и гладкое сопло по двумерной газодинамике соответственно, 1' — шероховатое разгораемое по одномерной). Шероховатость увеличивает потери удельного импульса на трение.

На фиг. 3—6 наблюдается влияние нестационарности процесса прогрева стенок сопла. Это влияние особенно заметно для малых сопел (большая относительная толщина стенки) и коротких времен их работы. В таких ситуациях неучет нестационарности и нарастания пограничного слоя сопряжен с большими погрешностями. Представленная комплексная задача позволяет получить много полезной информации по учету влияния различных факторов на отдельные составляющие потерь удельного импульса сопла, параметры двухфазного течения и характеристики пограничного слоя.

Поступила 30 VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматуллин Х. А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред.— ПММ, 1956, т. 20, вып. 2.
2. Крайко А. Н., Стернин Л. Е. К теории течений двухскоростной сплошной среды с твердыми и жидкими частицами.— ПММ, 1965, т. 29, вып. 3.
3. Верецака Л. П., Крайко А. Н., Стернин Л. Е. Метод характеристик для расчета сверхзвуковых течений газа с инородными частицами в плоских и осесимметричных соплах.— В кн.: Сообщения по прикладной математике. М., изд. ВЦ АН СССР, 1969.
4. Нигматуллин Р. И. Методы механики сплошной среды для описания многофазных смесей.— ПММ, 1970, т. 34, вып. 6.
5. Крайко А. Н., Ткаленко Р. А. К решению прямой задачи теории сопла Лавала для сверхзвуковой смеси при малом отставании частиц.— ПМТФ, 1973, № 4.
6. Васенин И. М., Рычков А. Д. Численное решение задачи о смеси газа и частиц в осесимметричном сопле Лавала.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1973, № 5.
7. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М., «Машиностроение», 1974.
8. Høglund R. E. Recent advances in gas-particle nozzle flows.— «ARS J.», 1962, vol. 32, N 5.
9. McCormack R. W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering. AIAA Paper, 1969, N 69—354.
10. McCormack R. W. Computational efficiency achieved by time splitting of finite difference operators. AIAA Paper, 1972, N 72—154.
11. Зауличный Е. Г. Трение, теплообмен и унос материала в турбулентном пограничном слое сжимаемого высокоэнтальпийного газа в условиях существенной неизотермичности, вдува, отрицательного градиента давления.— В кн.: Тепло- и массообмен. Т. 1. Ч. 1. Минск, изд. Ин-та тепло- и массообмена АН БССР, 1972.
12. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
13. Шваб В. А., Лошкарев В. А. Некоторые вопросы исследования абляционного разрушения теплозащитных покрытий на основе высокополимеров.— ФГВ, 1973, № 6.
14. Лошкарев В. А., Тиванов Г. Г. Исследование некоторых физико-химических процессов в обугленных слоях аблирующих тел теплозащитных покрытий.— ФГВ, 1975, № 1.

15. Леонтьев А. И., Волчков Э. П., Зауличный Е. Г. Определение износа материала стенки в турбулентном пограничном слое за счет химической эрозии при дополнительном вдуве инертного неоднородного газа через уносимую поверхность в условиях существенной неизотермичности.— «Инж.-физ. журн.», 1969, т. 17, № 1.
16. Неслер Д. Е. Теплопередача в сжимаемом турбулентном пограничном слое на шероховатой поверхности.— «Ракетн. техн. и космонавтика», 1971, т. 9, № 9.
17. Леонтьев А. И., Зауличный Е. Г. Определение относительных коэффициентов тепло- и массообмена и критических параметров отрыва для турбулентного пограничного слоя при неоднородном вдуве в условиях неизотермичности.— «Инж.-физ. журн.», 1970, т. 19, № 4.
18. Бэк. Численная аппроксимация конвективного граничного условия.— Рус. пер. «Теплопередача». Серия С, 1962, т. 84, № 1.

УДК 532.5.013.2+534.222.2

ОБ ОДНОМЕРНОЙ ПУЛЬСАЦИИ ТОРОИДАЛЬНОЙ ГАЗОВОЙ ПОЛОСТИ В СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В. К. Кедринский

(Новосибирск)

В рамках акустического приближения рассмотрим задачу о пульсации тороидальной полости, образованной в результате взрыва заряда ВВ в виде кольца, при условии выполнения неравенства $a \gg R$, где $a = \text{const}$ — радиус тора; R — радиус полости. При этом, как показывают экспериментальные данные, сечение тороидальной полости практически сохраняет форму правильного круга в течение 1-го периода пульсации при $a \approx 10^3 R_*$, а при $a \approx 10^2 R_*$ — в течение 1-го полупериода (R_* — радиус заряда). Задача о пульсации газового тора в несжимаемой жидкости рассмотрена в [1], однако она не дает возможности оценить такой важный параметр, как максимальный радиус расширившейся полости, а следовательно, и распределение энергии между продуктами детонации и ударной волной в случае взрыва с осевой симметрией.

Решение указанной задачи связано со многими трудностями, в частности со сложностью решения волнового уравнения. Поэтому прежде всего необходимо найти метод построения уравнения одномерной пульсации, который позволил бы упростить поставленную задачу. Так как для ряда пространственных потенциальных задач идеальной несжимаемой жидкости при определенных допущениях может быть найдено выражение для потенциала скорости, естественно попытка его использования для перехода к акустическим моделям. Реальность такого метода показана ниже на примере построения уравнения одномерной пульсации пузырьков.

1. Пусть потенциал скорости в случае несжимаемой жидкости имеет вид $\varphi = \Phi(t)/f(r)$. Тогда его акустический вариант может быть представлен как $\varphi = \Phi(t - r/c_0)/f(r)$. Так как рассматривается потенциальное течение жидкости $u = -\nabla\varphi$, где u — скорость частицы жидкости, то

$$(1.1) \quad u = \Phi_f r / f^2 + \Phi' / c_0 f,$$

где штрих означает производную по $\zeta = t - r/c_0$. Интеграл Коши—Лагранжа с учетом вида φ может быть записан как

$$(1.2) \quad \Phi' = f(\omega + u^2/2),$$