

УДК 533.9.082.76

З. М. Егорова, А. В. Кашеваров

**О ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗОНДА ЛЕНГМЮРА
В МЕДЛЕННО ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ**

Теоретическое определение вольт-амперной характеристики зонда Ленгмюра в плазме высокой плотности представляет собой достаточно сложную задачу. Она успешно решена лишь для сферического зонда в неподвижной плазме [1]. В результате численных расчетов в [1] получены вольт-амперные характеристики в широком диапазоне значений потенциала зонда и отношения дебаевского радиуса к радиусу зонда $\alpha = \lambda_D/R$. Имеется также приближенное, основанное на асимптотическом анализе решение этой задачи при $\alpha \ll 1$ и умеренных потенциалах зонда [2].

Цилиндрический зонд более сложен для теоретического анализа. Существуют два подхода при рассмотрении этой проблемы. В первом случае зонд конечных размеров рассматривается как отрезок зонда бесконечной длины. При этом решения для неподвижной плазмы, подобные приведенным в [1, 2], не могут быть найдены из-за невозможности удовлетворения граничных условий на бесконечности. Во втором случае цилиндрический зонд аппроксимируется эллипсоидом вращения. Этот подход для неподвижной плазмы был применен, например, в [3], но из-за сложности задачи там получены лишь токи насыщения.

Метод токов насыщения [4] является в настоящее время наиболее распространенным приближенным способом решения задачи для движущейся плазмы, когда определение вольт-амперной характеристики становится еще более трудным. Он позволяет выводить конкретные диагностические формулы для различных течений плазмы. Важным режимом движения плазмы является течение при малых числах Рейнольдса, которое реализуется, например, при зондовых измерениях в плазме лабораторных пламен. Ионный ток насыщения в медленно движущейся плазме при электрическом числе Рейнольдса $Re_e \ll 1$ на цилиндрический зонд, аппроксимируемый эллипсоидом вращения, получен в [5]. Ток насыщения на отрезок цилиндрического зонда бесконечной длины при $1 \leq Re_e \leq 15$ рассчитан в [6].

При определении концентрации заряженных частиц по ионному току насыщения зондовой характеристики, полученной в эксперименте, возникает вопрос о выборе на характеристике точки, в которой ток равен теоретическому току насыщения. В данной работе, следуя [2], определяется вольт-амперная характеристика цилиндрического зонда в движущейся при $Re_e \ll 1$ плазме. Это позволяет дать ответ на поставленный вопрос не только при $Re_e \ll 1$, но (приближенно) и для значений $Re_e \sim 1$, характерных для зондовых измерений в пламени.

1. Рассмотрим течение столкновительной плазмы вблизи цилиндрического проводящего тела (зонда) бесконечной длины, ось симметрии которого расположена перпендикулярно скорости набегающего потока U_∞ . Обтекание происходит при $Re_e \ll 1$. Плазма состоит из нейтральных

частиц, положительных однозарядных ионов и отрицательно заряженных частиц — электронов (либо ионов), причем концентрация нейтралов много больше концентрации заряженных частиц, так что плазма является слабо пониженой. Концентрация же заряженных частиц такова, что $\alpha \ll 1$. Будем считать также, что температура ионов совпадает с температурой нейтральных частиц и не изменяется в поле течения. В случае же, когда перенос отрицательного заряда осуществляется электронами, возможно различие температур отрицательно T_- и положительно T_+ заряженных частиц, но их отношение остается постоянным: $\tau = T_+/T_- = \text{const}$. Химические реакции в потоке примем замороженными.

Введение в рассмотрение отрицательных ионов обусловлено их влиянием на зондовые характеристики в плазме продуктов сгорания [7], где роль отрицательных ионов при некоторых условиях может быть существенной [8]. Ниже рассмотрены два предельных случая, когда перенос отрицательного заряда осуществляется только электронами или только ионами.

При сделанных предположениях работа зонда в плазме описывается уравнениями [9] в безразмерном виде

$$(1.1) \quad \tau \operatorname{Re}_e(\mathbf{u} \nabla n_+) - \nabla(\tau \nabla n_+ - n_+ \nabla \psi) = 0;$$

$$(1.2) \quad \beta \operatorname{Re}_e(u \nabla n_-) - \nabla(\nabla n_- + n_- \nabla \psi) = 0;$$

$$(1.3) \quad \alpha^2 \nabla^2 \psi = n_+ - n_-.$$

Здесь $\operatorname{Re}_e = U_\infty R/D_+$; \mathbf{u} — поле скоростей нейтрального газа, отнесенное к скорости набегающего потока; n_+ и n_- — концентрации положительно и отрицательно заряженных частиц, отнесенные к концентрации в набегающем потоке; ψ — безразмерный электрический потенциал, связанный с размерным потенциалом ϕ соотношением $\psi = -e\phi/kT_-$ (e — заряд электрона, k — постоянная Больцмана); $\beta = D_+/D_-$ — отношение коэффициентов диффузии положительно и отрицательно заряженных частиц. В случае, если отрицательно заряженными частицами являются электроны, $\beta \ll 1$, а если ионы, то β порядка единицы (примем $\beta = 1$).

Поле скоростей нейтрального газа считается заданным и из-за слабой ионизации не зависит от наличия заряженного компонента. Граничные условия уравнений (1.1) — (1.3) следующие: на поверхности зонда при $r = 1$

$$(1.4) \quad n_+ = n_- = 0, \quad \psi = \psi_p \quad (\text{задано});$$

на большом расстоянии от поверхности зонда при $r \rightarrow \infty$

$$(1.5) \quad n_+ \rightarrow 1, \quad n_- \rightarrow 1, \quad \psi \rightarrow 0.$$

Если ввиду малости Re_e пренебречь конвективными членами уравнений (1.1), (1.2), перейти к полярным координатам (r, θ) и не учитывать зависимости искомых функций от переменной θ , то (1.1) и (1.2) интегрируются:

$$(1.6) \quad \tau \frac{dn_+}{dr} - n_+ \frac{d\psi}{dr} = \frac{\tau I_+}{r};$$

$$(1.7) \quad \frac{dn_-}{dr} + n_- \frac{d\psi}{dr} = \frac{I_-}{r}$$

(постоянные интегрирования I_+ и I_- представляют собой безразмерные плотности токов на зонд положительно и отрицательно заряженных частиц). Уравнения (1.6) и (1.7) являются точными для неподвижной плазмы ($\operatorname{Re}_e = 0$).

Известно, что при $\alpha \ll 1$ из (1.3) следует, что в большей части пространства, за исключением тонкого слоя объемного заряда, примыкающего к поверхности зонда, имеет место квазинейтральность плазмы ($n_+ \simeq n_- = n$). Складывая (1.6) и (1.7) и интегрируя, для концентрации за-

ряженных частиц в квазинейтральной области получим

$$(1.8) \quad n = A + \frac{\tau I_+ + I_-}{1 + \tau} \ln r$$

(A — постоянная интегрирования).

Так как хотя бы один из потоков I_+ или I_- отличен от нуля, из (1.8) видно, что при $r \rightarrow \infty$ концентрация n неограниченно возрастает и граничное условие (1.5) не может быть выполнено. Таким образом, не существует решения задачи (1.1) — (1.5) при $Re_e = 0$, однако при $Re_e \ll 1$ оно может быть найдено.

2. Данная задача имеет сходство с задачей плоского обтекания цилиндрического тела неограниченным потоком при малых числах Рейнольдса [10]. Даже при очень малых Re_e нельзя полностью пренебречь конвективными членами уравнений (1.1), (1.2), ими можно пренебречь вблизи зонда, но они должны быть сохранены на достаточно большом расстоянии от зонда, где, несмотря на малость Re_e , конвективные члены становятся одного порядка с диффузионными.

Решение (1.8) приближенно справедливо в квазинейтральной области вблизи зонда и представляет собой главный член внутреннего асимптотического разложения квазинейтральной концентрации заряженных частиц по Re_e . Получим решение, справедливое вдали от тела.

Складывая (1.1) и (1.2), с учетом квазинейтральности имеем

$$(2.1) \quad \nabla^2 n - 2\kappa(\mathbf{u}\nabla n) = 0,$$

где $\kappa = (\tau + \beta) Re_e / 2(1 + \tau)$.

Рассматривая уравнение (2.1), нетрудно видеть, что условие $Re_e \ll 1$ в постановке задачи может быть заменено на $Re_e \ll (1 + \tau) / (\tau + \beta)$. Именно при таких Re_e второй член уравнения (2.1) мал и им можно пренебречь вблизи зонда. Указанные выше условия тождественны, когда отрицательно заряженные частицы — ионы ($\beta = 1$), а когда электроны ($\beta \ll 1$), то использование второго условия приводит к тому, что представленный теоретический анализ пригоден для несколько больших Re_e , чем в первом случае.

Вдали от тела нельзя пренебречь вторым членом уравнения (2.1), кроме того, скорость потока близка к невозмущенной: $u_r = \cos \theta$, $u_\theta = -\sin \theta$ (u_r и u_θ — компоненты скорости). Решением уравнения (2.1), удовлетворяющим условию (1.5), является [11]

$$(2.2) \quad n = 1 + \exp(\kappa r \cos \theta) \sum_{m=0}^{\infty} B_m K_m(\kappa r) \cos m \theta.$$

Здесь K_m — модифицированные функции Бесселя 2-го рода порядка m ; B_m — постоянные интегрирования.

При малых значениях κ и фиксированном расстоянии r , беря первый член разложения в ряд функции $K_0(\kappa r)$, получим первый член внутреннего разложения внешнего решения

$$(2.3) \quad n = 1 - B_0(C + \ln(\kappa r/2))$$

($C = 0,5772\dots$ — постоянная Эйлера). Постоянные B_1, B_2, \dots положены равными нулю, чтобы решение, определяемое выражением (2.3), не зависело от угловой координаты θ и возможно было провести асимптотическое сращивание с внутренним решением, заданным соотношением (1.8).

В соответствии с принципом асимптотического сращивания [10] константы A и B_0 в (1.8) и (2.3) имеют вид

$$A = 1 + \frac{\tau I_+ + I_-}{1 + \tau} \left(C + \ln \frac{\kappa}{2} \right), \quad B_0 = - \frac{\tau I_+ + I_-}{1 + \tau}$$

и квазинейтральная концентрация вблизи зонда дается выражением

$$(2.4) \quad n = 1 + \frac{\tau I_+ + I_-}{1 + \tau} \left(C + \ln \frac{\kappa}{2} + \ln r \right).$$

Из (2.4), полагая $n = 0$ при $r = 1$ и I_+ либо $I_- \rightarrow 0$, для токов насыщения (ср. [5]) получаем выражения

$$(2.5) \quad I_+^* = -(1 + 1/\tau)/(C + \ln(\kappa/2)), \quad I_-^* = \tau I_+^*.$$

Интегрируя (1.6) с учетом (2.4), находим главный член внутреннего асимптотического разложения потенциала в квазинейтральной области:

$$(2.6) \quad \psi = -\frac{\tau(I_+ - I_-)}{\tau I_+ + I_-} \ln \left[1 + \frac{\tau I_+ + I_-}{1 + \tau} \left(C + \ln \frac{\kappa}{2} + \ln r \right) \right] + c_1.$$

Постоянная c_1 должна быть определена из срачивания потенциала, определяемого выражением (2.6), с решением для потенциала во внешней области. Покажем, что $c_1 = 0$. Умножая (1.1) на β , а (1.2) на τ и вычитая одно из другого, имеем уравнение

$$(2.7) \quad \nabla [(\beta + \tau)n \nabla \psi + \tau(1 - \beta) \nabla n] = 0,$$

справедливое во всей квазинейтральной области и для любых Re_e . Решением уравнения (2.7) является

$$(2.8) \quad \psi = -\frac{\tau(1 - \beta)}{\tau + \beta} \ln n + \psi_1,$$

где ψ_1 удовлетворяет

$$(2.9) \quad \nabla(n \nabla \psi_1) = 0$$

и $\psi_1 \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$.

Получим решение уравнения (2.9) во внутренней области. Принимая во внимание, что для возможности асимптотического срачивания составляющая потенциала ψ_1 во внутренней области не должна зависеть от угловой координаты, и используя (2.4), имеем

$$(2.10) \quad \psi_1 = c_2 \frac{1 + \tau}{\tau I_+ + I_-} \ln \left[1 + \frac{\tau I_+ + I_-}{1 + \tau} \left(C + \ln \frac{\kappa}{2} + \ln r \right) \right]$$

(c_2 — постоянная интегрирования).

Так как уравнение (2.7) справедливо во всей квазинейтральной области, то (2.8), в котором концентрация n определяется выражением (2.4), а ψ_1 дается соотношением (2.10), можно рассматривать как первый член внешнего асимптотического разложения потенциала во внутренней области. В соответствии с принципом асимптотического срачивания в (2.10) $c_2 = -\tau(\beta I_+ - I_-)/(\tau + \beta)$, а в (2.6) $c_1 = 0$.

Отметим, что подобная задача была рассмотрена в [12]. Отличие от настоящей работы состоит в том, что в [12] вводился условный опорный электрод в виде цилиндра достаточно большого радиуса, пронизываемый для плазмы, на поверхности которого электрический потенциал равен нулю. В результате вычисленные вольт-амперные характеристики зависят от удаления опорного электрода от поверхности зонда. Однако удаление этого электрода на бесконечность приводит в [12] к бесконечному возрастанию потенциала зонда. Очевидно, в [12] допущена ошибка при определении постоянной c_1 в выражении (2.6).

3. Сделаем замену $\xi = \ln r$. Из (2.6) видно, что $\psi \rightarrow \infty$, когда $\xi \rightarrow \xi_s$:

$$\xi_s = -(1 + \tau)/(\tau I_+ + I_-) - \ln(\kappa/2) - C.$$

Следовательно, квазинейтральные решения (2.4), (2.6) справедливы только для $\xi > \xi_s$. Для анализа слоя объемного заряда при $\xi \lesssim \xi_s$ воспользуемся методом, предложенным в [2].

Вводя переменную $E = d\psi/d\xi$, уравнения (1.3), (1.6) и (1.7) можно свести к одному уравнению для переменной E . Сделав в нем преобразование

$$\zeta = \alpha x^{-2/3}(\xi - \xi_s), \quad E(\xi) = \alpha x^{-2/3} F(\zeta)$$

($\alpha = [(\tau I_+ + I_-) \exp(2\xi_s)/\tau]^{1/3}$) и пренебрегая членами порядка $\alpha^{2/3}$, имеем уравнение для переменной F , которое можно проинтегрировать и по-

лучить уравнение слоя объемного заряда [2]:

$$(3.1) \quad F'' = (1/\tau - 1)FF' + (1/2\tau)F^3 + \zeta F + \lambda \\ (\lambda = \tau(I_+ - I_-)/(\tau I_+ + I_-)).$$

Решение уравнения (3.1) при $\zeta \rightarrow \infty$ должно стремиться к квазинейтральному решению (2.6). Это в новых переменных записывается в виде

$$(3.2) \quad F \rightarrow -\lambda/\zeta \quad \text{при } \zeta \rightarrow \infty.$$

На поверхности зонда [2]

$$(3.3) \quad F'_p = 0 \quad \text{при } \zeta_p = -F_p^2/2\tau,$$

где индекс p указывает, что переменная определяется на поверхности.

Метод решения задачи (3.1)–(3.3) состоит в следующем. Для заданного значения λ подбирается точка (ζ_p, F_p) на поверхности зонда такая, чтобы при интегрировании с условием (2.3) выполнялось и (3.2). Когда значение ζ_p найдено, можно определить I_+ и I_- из соотношения $\zeta_p = -\alpha\alpha^{-2/3}\xi_s$ и выражения для λ . Потенциал зонда вычисляется по формуле

$$\psi_p = \int_{\zeta_p}^{\zeta_*} F d\zeta + \psi(\zeta_*),$$

где ζ_* — точка, до которой ведется интегрирование и решение сшивается с квазинейтральным; $\psi(\zeta_*)$ — потенциал, найденный из выражения (2.6) для квазинейтральной области.

Решение уравнения (3.1) проводилось численно путем перехода к системе дифференциальных уравнений первого порядка и затем к разностным уравнениям по формулам, приведенным в [13]. Для различных значений λ значения ζ_p , при которых обеспечивается выполнение условия (3.2), приведены в [2], однако в данной работе они использованы в качестве ориентировочных.

В зависимости от значения ζ_p можно выделить два вида интегральных кривых. Если ζ_p по абсолютной величине несколько меньше значения, при котором выполняется условие (3.2), то интегральная кривая, приближаясь с ростом ζ к кривой, описывающей квазинейтральное решение, в дальнейшем пересекает ее; если же несколько больше, то разность между двумя решениями по абсолютной величине постепенно уменьшается, достигает минимума, а затем начинает увеличиваться. Повышая точность задания ζ_p , можно добиться, чтобы этот минимум не превышал определенной заранее заданной малой величины (10^{-4}). В этом случае считалось, что значение ζ_p найдено, а точка минимума есть ζ_* .

Поиск параметра ζ_p производился автоматически в процессе счета. В результате при одинаковых λ значения ζ_p настоящей работы несколько меньше по абсолютной величине по сравнению с данными [2]. Это связано, видимо, с более совершенной вычислительной техникой.

Отметим, что метод, развитый в [2], позволяет получать характеристики только для умеренных значений потенциала зонда. При больших потенциалах зонда слой объемного заряда имеет сложную структуру; этот случай требует отдельного рассмотрения [14].

4. Рассчитанные вольт-амперные характеристики представлены на рис. 1–3. При $\tau = 1$ они симметричны относительно оси ординат (рис. 1, 2). Штриховыми линиями показаны уровни токов насыщения. На рис. 3 $Re_c = 0,2$, $\tau = 0,5$.

Из рисунков видно, что когда ионный ток достигает насыщения ($I_- \rightarrow 0$), его величина весьма близка к теоретическому значению (2.5) лишь для достаточно малого значения α ($\alpha = 10^{-3}$). Насыщение полного тока при этом наступает независимо от τ при потенциале $\psi_p \approx 10$. При

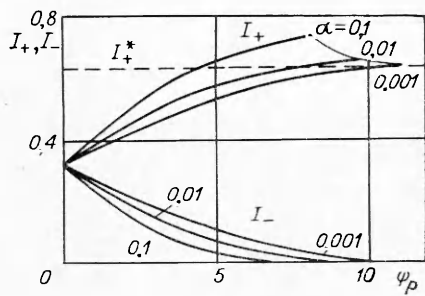


Рис. 1

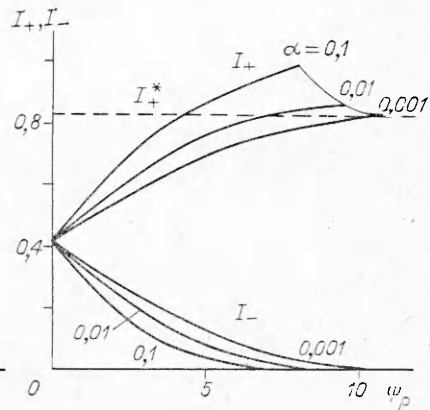


Рис. 2

больших α (например, при $\alpha = 0,1$) величина тока на зонд, когда он достигает насыщения, несколько превышает теоретическое значение. Превышение составляет $\sim 25\%$. Значение $\alpha = 0,1$ достаточно часто имеет место при проведении зондовых измерений. Следовательно, использование теоретического значения тока насыщения, например, работы [6] для определения концентрации может привести к ее завышению из-за конечности α на указанную величину.

Отметим, что значения $Re_e = 0,2$ и $0,4$, приведенные на рис. 1 и 2, отвечают случаю, когда перенос отрицательного заряда осуществляется электронами. Если же отрицательными частицами являются ионы, то $Re_e = 0,1$ и $0,2$ (рис. 1, 2). Таким образом, при одном и том же Re_e безразмерный ток на зонд в случае отрицательных ионов возрастает. Сравнивая рис. 1 и 2, можем оценить, что увеличение ионного тока из-за присутствия отрицательных ионов в плазме составляет $\sim 30\%$.

5. Сравним полученные вольт-амперные характеристики с характеристикой цилиндрического зонда диаметром $0,5$ мм, снятой в ацетиленовоздушном пламени с присадкой натрия (рис. 4). Так как Re_e , рассмотренные в предыдущих разделах, трудно реализуемы в эксперименте, сравнение носит качественный характер. Скорость потока газов пламени составляла $4,4 \pm 0,5$ м/с, температура 2370 ± 10 К, коэффициент диффузии ионов $D_+ = 5,2$ см²/с [15]. Таким образом, $Re_e = 2,1$.

Размерные электрические токи заряженных частиц на зонд J_{\pm} связаны с безразмерными плотностями потоков соотношением

$$(5.1) \quad J_{\pm} = 2\pi e N_{\infty} D_{\pm} L I_{\pm},$$

где N_{∞} — концентрация заряженных частиц в набегающем потоке; L — длина зонда. Потенциал зонда на рис. 4 отсчитывается относительно опорного электрода, которым является корпус горелки.

Рассмотрение рис. 4 показывает, что ионный ток достигает насыщения приблизительно при $\phi = -0,5$ В, электронный ток — при $\phi = 2$ В. Для сравнения с теоретическими результатами необходимо определить эти потенциалы относительно потенциала плазмы и привести их к безразмерному виду.

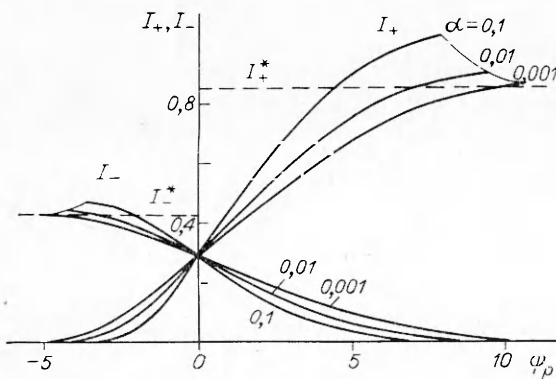


Рис. 3

Потенциал плазмы можно оценить из следующих соображений. Из рис. 1, 2 видно, что при $\tau = 1$, когда потенциал зонда равен потенциалу плазмы $\psi_p = 0$, безразмерные токи положительно

и отрицательно заряженных частиц равны и составляют половину от токов насыщения. Размерные же токи насыщения, как следует из (5.1), относятся как соответствующие коэффициенты диффузии. Исходя из этого, можно получить, что суммарный размерный ток при потенциале плазмы J_0 связан с ионным током насыщения J_+^* соотношением

$$J_0 = 0,5J_+^*(1 - 1/\beta).$$

Используя данные [16], можно оценить, что при $T = 2370$ К в ацетилено-воздушном пламени коэффициент диффузии электронов равен $D_- = 240$ см²/с. Таким образом, электронный ток насыщения должен приблизительно в 46 раз превышать ионный. Однако, как видно из рис. 4, это превышение составляет всего лишь 7 раз.

Отношение электронного тока насыщения к ионному уменьшается, если $\tau < 1$. Так как температура поверхности зонда всегда меньше температуры невозмущенного пламени, то не исключена возможность отрыва температуры электронов от температуры значительно более тяжелых положительных ионов у поверхности зонда. Указанное отношение уменьшается также, если предположить, что отрицательный заряд частично переносится ионами, коэффициент диффузии которых значительно меньше, чем электронов. Последние исследования [8] свидетельствуют, что доля отрицательных ионов может быть существенной у более холодной поверхности зонда.

Принимая на основании рис. 4 «эффективное» значение $\beta = 0.15$ и предполагая, что ионный ток при $-0,5$ В соответствует теоретическому току насыщения (пренебрегаем конечностью α), получим, что при потенциале плазмы ток на зонд равен 1,7 мкА и потенциал плазмы около 0,5 В. Безразмерные потенциалы зонда, при которых токи достигают насыщения, $\psi_p \approx 5$ для ионного и $\psi_p \approx -7,5$ для электронного токов, что несколько меньше, чем указано в п. 4.

Результаты данной работы могут быть полезны при расчете вольт-амперных характеристик цилиндрического зонда при $Re_e \sim 1$.

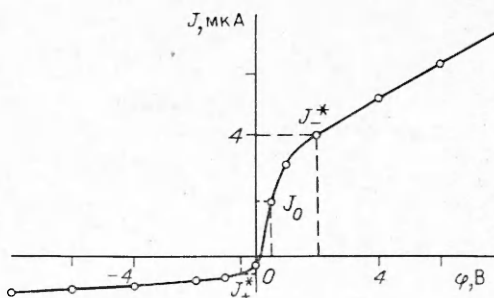


Рис. 4

ЛИТЕРАТУРА

1. Baum E., Chapkis R. L. Theory of a spherical electrostatic probe in a continuum gas: an exact solution // AIAA J.— 1970.— V. 8, N 6.
2. Cohen I. M. Asymptotic theory of spherical electrostatic probes in a slightly ionized, collision-dominated gas // Phys. Fluids.— 1963.— V. 6, N 10.
3. Su C. H., Kiel R. E. Continuum theory of electrostatic probes // J. Appl. Phys.— 1966.— V. 37, N 13.
4. Бенилов М. С., Тирский Г. А. О токах насыщения на зонд в плотной плазме // ПМТФ.— 1979.— № 6.
5. Бенилов М. С., Рогов Б. В., Тирский Г. А. Об ионном токе насыщения на электрический зонд в медленно движущейся плазме // ПМТФ.— 1982.— № 3.
6. Егорова З. М., Кашеваров А. В., Цхай П. С. Ионный ток насыщения на электрические зонды в потоках плазмы при малых числах Рейнольдса // ПМТФ.— 1990.— № 1.
7. Бенилов М. С., Косов В. Ф., Рогов Б. В., Синельников В. А. Токи насыщения на электрические зонды в потоках химически реагирующей плазмы с различными сортами ионов // ТВТ.— 1987.— Т. 25, № 3.
8. Бенилов М. С., Гринэ В. М., Лаш А. А. и др. Снижение концентрации в плазме продуктов сгорания вследствие образования отрицательных ионов // ТВТ.— 1990.— Т. 28, № 3.
9. Лэм. Общая теория течения слабо ионизованных газов // РТК.— 1964.— Т. 2, № 2.
10. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости.— М.: Мир, 1967.
11. Егорова З. М., Кашеваров А. В., Фомина Е. М., Цхай Н. С. Об измерении концентрации заряженных частиц цилиндрическим зондом Ленгмюра в плазме пламени // ТВТ.— 1988.— Т. 26, № 3.

12. Wortberg G. Die zylindrische Langmuir-Sonde im langsam strömenden Plasma hoher Dichte: Dissertation.— Aachen, 1966.
13. Бабушка И., Витасек Э., Прагер М. Численные процессы решения дифференциальных уравнений.— М.: Мир, 1969.
14. Su C. H., Lam S. H. Continuum theory of spherical electrostatic probes // Phys. Fluids.— 1963.— V. 6, N 10.
15. Mallard W. G., Smyth K. S. Mobility measurements of atomic ions in flames using laser-enhanced ionization // Comb. Flame.— 1982.— V. 44, N 1.
16. Бенилов М. С., Рогов Б. В., Соколова И. А., Тирский Т. А. Химически неравновесный многокомпонентный пограничный слой плазмы молекулярных газов со щелочной присадкой // ПМТФ.— 1986.— № 5.

г. Жуковский

Поступила 8/IV 1991 г.,
в окончательном варианте — 12/III 1992 г.

УДК 534.222.2 + 624.131

Н. Н. Гердюков, А. Г. Иоилев, С. А. Новиков

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ ПО ПЕСЧАНОМУ ГРУНТУ

Поведение песчаного грунта при камуфлетном взрыве сферического заряда взрывчатого вещества (ВВ) изучалось в [1—5]. Измерения проводились тензометрическими датчиками давления на приведенных расстояниях больше $0,5 \text{ м/кг}^{1/3}$ (напряжения меньше 5 МПа). Отмечалось, что на приведенных расстояниях более $1 \text{ м/кг}^{1/3}$ становится заметным размывание фронта ударной волны (УВ) — она начинает вырождаться в волну сжатия. Применение пьезоэлектрических датчиков давления (ПДД) [6, 7] позволило исследовать распространение сферических взрывных волн в области давлений 0,02—150 МПа в насыщенном песчаном грунте естественной влажности (начальная плотность $1,54 \text{ г/см}^3$, влажность $w = 3\text{—}5\%$).

Нагружение массива грунта осуществлялось сферическими зарядами ТГ 50/50 массой $q = 0,03; 0,05; 0,063; 0,1; 0,25; 0,36$ и $0,92 \text{ кг}$. Измерения нормального σ поверхности взрывной волны напряжения проводились с помощью датчиков ПДД в титановом корпусе [6, 7] на приведенных расстояниях $x_* = x/q^{1/3} = 0,1; 0,2; 0,4; 0,5; 0,63; 0,8; 1; 1,05; 1,27$ и $2,54 \text{ м/кг}^{1/3}$. Усредненные по нескольким экспериментам результаты измерений представлены на рис. 1 (σ_n — амплитуда нормального напряжения в проходящей взрывной волне, 1 — экспериментальные данные, $2 - A = 0,42 \text{ МПа}$, $n = 2,73$, $3 - A = 0,88 \text{ МПа}$, $n = 2,18$, $4 - A = 0,59 \text{ МПа}$, $n = 2,35$, $5 - A = 0,37 \text{ МПа}$, $n = 3,13$). Полученные экспериментальные данные можно аппроксимировать зависимостями вида $\sigma_n = Ax_*^{-n}$ с точностью 20—26%. Значения A , n , x_* даны в таблице (γ — плотность скелета грунта). Заметим, что показатель n увеличивается с ростом x_* .

Источник	γ , г/см ³	w , %	A , МПа	n	x_* , м/кг ^{1/3}
[2]	1,45—1,55	2—4	0,35	3,3	0,5 ... 2,5
[3]	1,42—1,48	4—8	0,45	3,3	0,8 ... 1,3
		3—6	0,28	3,3	
		5—7	0,6	3,2	
[4]	1,5—1,52	7—8	0,9	2,56	0,54 ... 2,2
настоящая работа	1,48—1,5	3—5	0,42	2,73	0,2 ... 1,3
			0,88	2,18	0,1 ... 0,4
			0,59	2,35	0,1 ... 0,8
			0,37	3,13	0,6 ... 2,6