

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН

УДК 535.3

Формирование вихревых лазерных пучков с нулевым орбитальным угловым моментом и ненулевым топологическим зарядом

В.П. Аксенов¹, В.В. Дудоров¹, В.В. Колосов^{1,2}, Г.А. Филимонов^{1*}

¹Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН

634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

²Томский научный центр СО РАН

634021, г. Томск, пр. Академический, 10/4

Поступила в редакцию 16.06.2017 г.

Исследована структура интерференционного поля, являющегося результатом сложения волновых полей субпучков, апертуры которых размещены на сторонах правильных шестиугольников. Поле на каждой субапертуре представляет собой усеченный гауссов пучок с постоянным фазовым сдвигом между соседними субапертурами, таким образом, что при обходе по периметру шестиугольника полный фазовый набег становится кратным 2π . Установлено, что полный орбитальный момент синтезированного пучка равен нулю. В центральной части пучка существует область, в пределах которой интеграл от плотности орбитального углового момента дает значение, равное единице, а циркуляция от градиента фазы по границе этой области дает единичный топологический заряд.

Ключевые слова: вихревой пучок, массив когерентных излучателей, орбитальный угловой момент, топологический заряд; vortex beam, coherent beam array, orbital angular momentum, topological charge.

В международном научно-техническом сообществе, занимающемся проблемами оптической связи, идет интенсивная работа над созданием технологий мультиплексирования с модовым разделением [1], которые используют вихревые пучки, несущие орбитальный угловой момент (ОУМ). Эти пучки, характеризующиеся целочисленным значением ОУМ, называют еще ОУМ-модами [2]. Данные технологии базируются на мультиплексировании и демultipлексировании большого числа мод с разными значениями ОУМ. На стороне передатчика создается и передается в атмосферу суперпозиция мод, а на приемной стороне изначально посланные моды с закодированной информацией извлекаются из этой суперпозиции, дополнительно подвергшейся искажающему влиянию турбулентной атмосферы на пути от передатчика до приемника.

Отметим, что кодировать информацию можно также значениями орбитального углового момента пучка [3], который лишь для однородной среды является целочисленным. Следует брать в расчет, что относительная дисперсия флуктуаций полного орбитального углового момента пучка при распространении в турбулентной атмосфере оказывается значительно меньше, чем относительная дисперсия флуктуаций интенсивности в том же самом пучке [4].

Для генерации вихревых пучков предложено множество подходов [1]. Однако большинство разработанных методов не обеспечивает высоких скоростей управления ОУМ пучка, что делает невозможным его использование для кодировки информации. В работах [6–8] мы исследовали возможность формирования вихревого лазерного пучка на основе сложения излучения матрицы когерентных излучателей [5]. Использование данного подхода позволяет оперировать фазой излучения с частотой в десятки гигагерц, что может обеспечить высокую скорость передачи данных, кодированных величиной ОУМ. В имитационном эксперименте [8] благодаря заданию соответствующих значений фазы в каждом из элементарных пучков (субпучков), излучаемых субапертурами многолучевой системы, и последующей их интерференции мы сформировали волновое поле с сингулярностями волнового фронта, которое впоследствии было воспроизведено в лабораторном эксперименте [9].

В настоящей работе, в отличие от [8], где выполнялось сравнение пространственной динамики волнового поля и статистики флуктуаций интенсивности лаггер-гауссова и синтезированного пучков, численно исследуются такие характеристики сформированного пучка, как плотность ОУМ и полный ОУМ, а также структура фазовых дислокаций волнового фронта через определение топологического заряда.

Поле синтезированного вихревого пучка в начальной плоскости представляет собой сумму полей

* Валерий Петрович Аксенов (avp@iao.ru); Вадим Витальевич Дудоров (dvv@iao.ru); Валерий Викторович Колосов (kvv@iao.ru); Григорий Алексеевич Филимонов (fga@iao.ru).

на N_a субапертурах матрицы когерентных излучателей [5–8]:

$$E(x, y, 0) = \sum_{\text{sub}=1}^{N_a} E_{\text{sub}}(x, y, 0), \quad (1)$$

где

$$E_{\text{sub}}(x, y, 0) = A_{\text{sub}}(x - x_{\text{sub}}^c, y - y_{\text{sub}}^c) \exp(il\varphi_{\text{sub}}), \quad (2)$$

$$A_{\text{sub}}(x, y) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{(0,89a_{\text{sub}})^2}\right), & x^2 + y^2 \leq a_{\text{sub}}^2; \\ 0, & x^2 + y^2 > a_{\text{sub}}^2; \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi_{\text{sub}} = \arctg\left(\frac{y_{\text{sub}}^c}{x_{\text{sub}}^c}\right); \quad (4)$$

x_{sub}^c и y_{sub}^c – координаты центра субапертуры; a_{sub} – радиус субапертуры; φ_{sub} – значение фазы в пределах субапертуры. При формировании вихревых пучков отсутствует центральный субпучок с координатами $x_{\text{sub}}^c = 0$ и $y_{\text{sub}}^c = 0$. Остальные субапертуры располагаются в виде гексагональной упаковки [5–8].

Свойства поля $E(x, y, z)$ будем изучать не только через построение распределения интенсивности и фазы в его поперечном сечении, но и через анализ перераспределения плотности энергии и топологических свойств волнового фронта по мере распространения пучка от плоскости $z = 0$. Для этого вычислим поперечную компоненту вектора Умова–Пойнтинга, которая в параксиальном приближении может быть представлена в виде [3]:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\perp}(\mathbf{r}, z) &= \frac{i}{2}(E(\mathbf{r}, z)\nabla_{\perp}E^*(\mathbf{r}, z) - E^*(\mathbf{r}, z)\nabla_{\perp}E(\mathbf{r}, z)) = \\ &= I(\mathbf{r}, z)\nabla_{\perp}\varphi(\mathbf{r}, z). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $I(\mathbf{r}, z)$ и $\varphi(\mathbf{r}, z)$ – интенсивность и фаза поля $E(\mathbf{r}, z)$, $\mathbf{r} = (x, y)$. С учетом (5) можно записать выражение для нормированной (удельной) плотности ОУМ [3]:

$$\begin{aligned} l_z(\mathbf{r}, z) &= \frac{1}{P_0}[\mathbf{r} \times \mathbf{P}_{\perp}(\mathbf{r}, z)]\mathbf{n}_z = \\ &= \frac{I(\mathbf{r}, z)}{P_0}[\mathbf{r} \times \nabla_{\perp}\varphi(\mathbf{r}, z)]\mathbf{n}_z, \end{aligned} \quad (6)$$

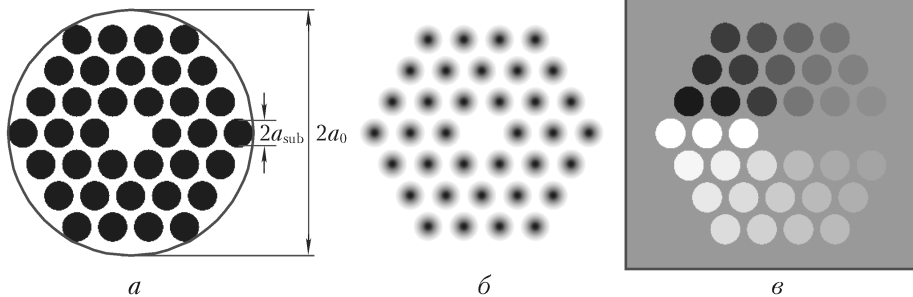


Рис. 1. Геометрическая схема расположения субапертур (а). Распределения интенсивности (б) и фазы (в) для синтезированного пучка, содержащего 36 субапертур, в плоскости $z = 0$; $l = 1$

где $P_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{r}, 0) d\mathbf{r}$ – мощность излучения; \mathbf{n}_z – единичный вектор в направлении оси распространения излучения.

Полный удельный орбитальный угловой момент лазерного пучка [3] на дистанции z находится по формуле

$$L_z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2r l_z(\mathbf{r}, z). \quad (7)$$

Расчеты ОУМ по формуле (7) для начального поля, заданного в виде (1)–(4), дают нулевые значения для любых параметров l и N_a . Это имеет следующее объяснение. Плотность ОУМ (6) пропорциональна интенсивности в заданной точке плоскости. Интенсивность излучения в начальной плоскости отлична от нуля только в пределах субапертур. Но в пределах субапертур фаза задается константой φ_{sub} , т.е. в начальной плоскости в пределах субапертуры градиент фазы в (6) равен нулю. Таким образом, в начальной плоскости плотность орбитального углового момента имеет нулевое значение во всех точках. Следовательно, суммарный ОУМ (7) синтезированного пучка $L_z(z = 0)$ также равен нулю, несмотря на то что значение фазы субпучков меняется в пределах от 0 до 2π .

В [8] выполнено сравнение характеристик поля синтезированного пучка с характеристиками вихревых пучков Лагерра–Гаусса. Установлено, что чем больше субапертур имеет когерентная матрица, тем ближе к идеальной спирали, характерной для вихревых пучков Лагерра–Гаусса, становится поперечное распределение фазы в центральной области пучка по мере распространения. Следуя результатам [8], в расчетах будем использовать конфигурацию из трех вложенных друг в друга шестигранных колец элементарных источников. Геометрическая схема расположения субапертур, а также распределения интенсивности и фазы для такого пучка в плоскости $z = 0$ представлены на рис. 1.

В этой конфигурации из 36 субапертур, согласно выражениям (1)–(4), фазы субапертур φ_{sub} принимают 24 различных значения. Каждые три значения фазового сдвига на субапертурах, лежащих на прямых, которые исходят из центра, принимают

равные значения. Распределения интенсивности в пределах всех субапертур являются гауссовыми с одинаковыми пиковыми значениями на оси. Поперечный размер субапертур по отношению к радиусу гауссова пучка выбран таким образом, чтобы апертура пропускала 92% энергии гауссова пучка.

Распространение лазерных пучков в атмосфере в параксиальном приближении описывается параболическим уравнением для комплексной амплитуды поля A :

$$2ik \frac{\partial A(x, y, z)}{\partial z} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2k^2 n_1(x, y, z) \right) A(x, y, z). \quad (8)$$

Здесь $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны; $n_1(x, y, z)$ – вариации показателя преломления (в данной работе $n_1(x, y, z) = 0$). В качестве основы расчетных схем используем метод численного решения (8) на основе расщепления по физическим факторам [10], реализованный в параллельном коде [11–13].

Для исследования зависимости принимаемого значения ОУМ от радиуса приемной апертуры в определении (7) интегрирование по неограниченной плоскости заменим интегрированием по площади круга радиуса a_t с центром на оси пучка

$$L_z(a_t) = \frac{1}{J_{\text{PIB}}} \int_0^{a_t} \int_0^{2\pi} dr r d\varepsilon [\mathbf{r}(r, \varepsilon) \times \mathbf{P}_\perp(r, \varepsilon, z)], \quad (9)$$

где

$$J_{\text{PIB}} = \int_0^{a_t} \int_0^{2\pi} dr r d\varepsilon I(r, \varepsilon, z). \quad (10)$$

На рис. 2 показаны результаты расчетов распределения интенсивности, фазы и плотности ОУМ пучка, сформированного из 36 субпучков, на дистанции $z/z_d = 0,4$, где $z_d = ka_0^2/2$, $a_0 = 8,5a_{\text{sub}}$ – радиус синтезированного пучка, определенный на рис. 1.

Дистанция $z/z_d = 0,4$ выбрана исходя из необходимости существенного перекрытия полей отдель-

ных субпучков вследствие дифракционного расплывания. Радиус субапертуры a_{sub} на рис. 2 почти в 10 раз меньше, чем радиус всего пучка a_0 . Это означает, что дистанция $z/z_d = 2z/ka_0^2 = 0,4$ соответствует дистанции $z/z_{d_sub} = 2z/k(0,89a_{\text{sub}})^2 = 36,5$ для отдельного субпучка, ширина которого на ней в результате дифракционного расплывания примерно в 4 раза превышает начальный радиус пучка a_0 . Дифракционное расплывание приводит к полному перекрытию субпучков в центральной области, и начальные фазовые сдвиги на субапертурах создают в этой области суммарное поле с винтовыми дислокациями. Это подтверждается наличием центральной винтовой дислокации в распределении фазы на рис. 2, б.

Распределение плотности ОУМ (6) представлено на рис. 2, в. Светлым на рисунке обозначены положительные, а темным – отрицательные значения. Видно, что плотность ОУМ отлична от нуля в центральной части, где она принимает положительные значения. Кроме того, имеется еще шесть областей, расположенных в вершинах шестиугольника на периферии пучка, в пределах которых плотность ОУМ ненулевая и принимает как положительные, так и отрицательные значения. Следовательно, в интерференционном поле синтезированного пучка область ненулевой плотности ОУМ является многосвязной и знакопеременной, в отличие от односвязной плотности ОУМ лаггер-гауссова пучка [14], поэтому значения ОУМ синтезированного вихревого пучка зависят от радиуса a_t . Зависимости принимаемой мощности и величины $L_z(a_t)$ от радиуса a_t приведены на рис. 3. Для приемной апертуры радиусом $a_t/a_0 \leq 3$ будет зафиксировано значение ОУМ, близкое к единице, а для приемной апертуры радиусом $a_t/a_0 > 6$ – близкое к нулю.

Поведение кривой ОУМ на рис. 3 показывает, как наличие положительных и отрицательных значений плотности ОУМ (6) влияет на значение ОУМ в пределах ограниченной апертуры (9). Видно, что $L_z(a_t) \rightarrow 0$ при $a_t \rightarrow \infty$. Таким образом, значение полного ОУМ синтезированного пучка равно нулю в любой точке дистанции. Этот факт является отражением закона сохранения ОУМ.

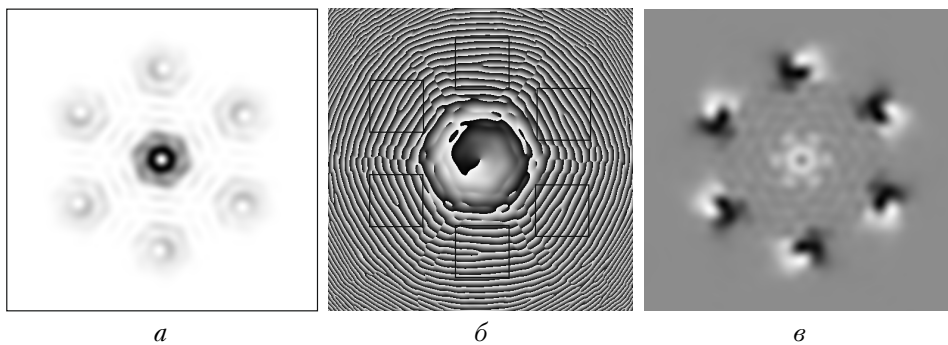


Рис. 2. Распределения интенсивности вихревого синтезированного пучка (а), фазы (б) и плотности ОУМ l_z (в) в конце дистанции $z/z_d = 0,4$. Размер области моделирования равен $80a_0$, разрешение расчетной сетки 3096×3096 узлов; квадратами обозначены области, содержащие периферийные винтовые дислокации фазы, которые расположены в вершинах правильного шестиугольника

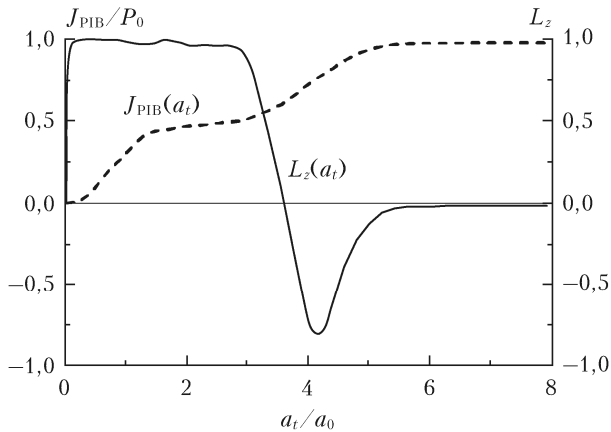


Рис. 3. Зависимости энергии и ОУМ от радиуса приемной апертуры. Параметры расчетов как на рис. 2

Из [15–17] известно, что набег фазы поля при обходе вдоль контура, охватывающего оптический вихрь, должен изменяться как целое, умноженное на 2π . Этот целый множитель называется топологическим зарядом и может быть определен посредством интеграла

$$T = \frac{1}{2\pi} \oint_C \nabla_{\perp} \phi(\mathbf{r}, z) d\mathbf{r}, \quad (11)$$

где C — контур интегрирования; $d\mathbf{r}$ — бесконечно малый вектор, направление которого совпадает с касательной к контуру C . Отметим, что этот интеграл определяет топологический заряд совокупности оптических вихрей, находящихся внутри контура [18].

Величина T , изначально предложенная для оценки локальных топологических дефектов кристаллической решетки [15] (а впоследствии — для описания топологических дефектов волнового фронта), является оценкой «топологической дефектности» пучка. Рассмотрим теперь топологический заряд полученного синтезированного пучка, взяв в качестве контура C окружность радиуса a_t .

Зависимость топологического заряда от радиуса окружности для распределения фазы, изображенного на рис. 2, представлена на рис. 4.

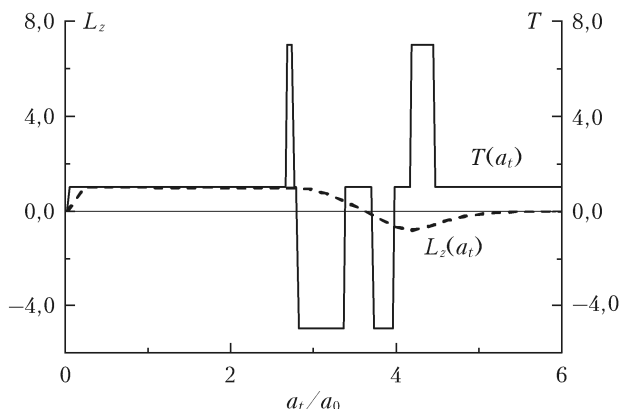


Рис. 4. Зависимости топологического заряда и ОУМ от радиуса приемной апертуры. Параметры расчетов как на рис. 2

С увеличением радиуса круга, для которого определяются величины $L_z(a_t)$ и T , проявляются детали структуры суммарного поля интерферирующих субпучков. В расчет $L_z(a_t)$ и T вовлекаются не только центральные, но и периферийные области пучка, которые могут увеличить или уменьшить текущие значения соответствующих величин. В фазовой структуре интерференционного поля прослеживаются структурные особенности его формирования, связанные с размещением субапертур по сторонам шестиугольников. Так, в центре области моделирования топологический заряд равен единице, а на периферии начинает испытывать ступенчатые скачкообразные изменения с шагом ± 6 , никогда не принимая нулевое значение. Скачкообразное изменение топологического заряда связано с гексагональной симметрией задачи. Поэтому все значения поля на плоскости, перпендикулярной оси распространения, повторяются 6 раз при угловом смещении вокруг оси на 60° .

Проведенный анализ указывает на то, что значения ОУМ кардинально зависят от радиуса апертуры приемника, который должен быть, с одной стороны, достаточно большим, чтобы захватить необходимое количество энергии для распознавания сигнала, но в то же время не должен превышать радиус области, внутри которой ОУМ принимает значение, равное единице.

Итак, мы изучили закономерности пространственной эволюции орбитального углового момента и формирования винтовых дислокаций фазы волнового поля, являющегося результатом сложения полей, сформированных гексагонально размещенными элементарными лазерными источниками. Фазы каждого элементарного пучка были постоянны в пределах его апертуры, но при обходе по периметру излучающей системы последовательно возрастали от 0 до 2π . Показано, что полный орбитальный момент сгенерированного таким образом пучка равен нулю как в плоскости излучения, так и на любом расстоянии от нее, что соответствует закону сохранения орбитального углового момента. Поведение циркуляции градиента фазы отражает особенности гексагонального размещения излучателей. В приосевой части пучка существует ограниченная область, в пределах которой интеграл от плотности ОУМ равен единице, а циркуляция от градиента фазы по периметру этой области равна 2π .

1. Willner A.E., Huang H., Yan Y., Ren Y., Ahmed N., Xie G., Bao C., Li L., Cao Y., Zhao Z., Wang J., Lavery M.P.J., Tur M., Ramchandran S., Molisch A.F., Ashrafi N., Ashrafi S. Optical communications using orbital angular momentum beams // *Adv. Opt. Photon.* 2015. V. 7, N 1. P. 66–106.
2. Yao A.M., Padgett M.J. Orbital angular momentum: Origins, behavior and applications // *Adv. Opt. Photon.* 2011. V. 3. P. 161–204.
3. Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J.C., Woerdman J.P. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre–Gaussian laser modes // *Phys. Rev. A.* 1992. V. 45, N 11. P. 8185–8189.
4. Aksenov V.P., Kolosov V.V., Filimonov G.A., Pogutsa S.E. Orbital angular momentum of a laser beam in

- a turbulent medium: Preservation of the average value and variance of fluctuations // *J. Opt.* 2016. V. 18. P. 054013.
5. *Lachinova S.L., Vorontsov M.A.* Exotic laser beam engineering with coherent fiber-array systems // *J. Opt.* 2013. V. 15. P. 105501.
 6. *Aksenov V.P., Dudorov V.V., Kolosov V.V.* Vortex beam generation based on fiber array combining and propagation through a turbulent atmosphere // *Proc. SPIE.* 2016. V. 9979. P. 997908-1–997908-12.
 7. *Dudorov V.V., Aksenov V.P., Kolosov V.V.* Characterization of vortex beams synthesized on the basis of a fiber laser array // *Proc. SPIE.* 2015. V. 9680. CID: 96802D1-7.
 8. *Аксенов В.П., Дудоров В.В., Колосов В.В.* Особенности вихревых пучков, сформированных матрицей волоконных лазеров, и их распространение в турбулентной атмосфере // *Квант. электрон.* 2016. Т. 46, № 8. С. 726–732.
 9. *Аксенов В.П., Дудоров В.В., Колосов В.В., Левицкий М.Е., Ростов А.П., Симонова Г.В., Филимонов Г.А.* Система когерентного сложения излучения матрицы волоконных лазеров. Формирование вихревых пучков // Тез. докл. XXIII Рабочей группы «Аэрозоли Сибири», 29 ноября – 2 декабря 2016. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2016. С. 108–109.
 10. *Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D.* Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere // *Appl. Phys. A.* 1976. V. 10, N 2. P. 129–160.
 11. *Dudorov V.V., Kolosov V.V., Filimonov G.A.* Algorithm for formation of an infinite random turbulent screen // *Proc. SPIE.* 2006. V. 6160. P. 61600R.
 12. *Дудоров В.В., Колосов В.В., Филимонов Г.А.* Алгоритм формирования бесконечных турбулентных экранов для моделирования долговременных лазерных экспериментов в атмосфере // *Изв. Томского политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов.* 2006. Т. 309, № 8. С. 85–89.
 13. *Коняев П.А., Тартаковский Е.А., Филимонов Г.А.* Численное моделирование распространения оптических волн с использованием технологий параллельного программирования // *Оптика атмосф. и океана.* 2011. Т. 24, № 5. С. 359–365; *Konyaev P.A., Tartakovskii E.A., Filimonov G.A.* Computer simulation of optical wave propagation with the use of parallel programming // *Atmos. Ocean. Opt.* 2011. V. 24, N 5. P. 425–431.
 14. *Aksenov V.P., Kolosov V.V., Filimonov G.A., Pogutsa Ch.E.* Orbital angular momentum of laser beam in the turbulent medium: Asymptotic estimates and numerical simulation // *Proc. SPIE.* 2015. V. 9680. P. 96800-1–96800-6.
 15. *Nye J.F.* Natural focusing and the fine structure of light: Caustics and wave dislocations. Bristol, Philadelphia: Inst. Phys. Pub., 1999. 328 p.
 16. *Gbur G., Tyson R.K.* Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation // *J. Opt. Soc. Am. A.* 2008. V. 25. P. 225–230.
 17. *Фалищ А.В.* Блуждание и флуктуации интенсивности фокусированного лаггерра-гауссова пучка в турбулентной атмосфере // *Оптика атмосф. и океана.* 2015. Т. 28, № 9. С. 763–771.
 18. *Karman G.P., Beijersbergen M.W., van Duijl A., Woerdman J.P.* Creation and annihilation of phase singularities in a focal field // *Opt. Lett.* 1997. V. 22. P. 1503–1505.

V.P. Aksenov, V.V. Dudorov, V.V. Kolosov, G.A. Filimonov. **Generation of laser vortex beams with zero orbital angular momentum and nonzero topological charge.**

The structure of the interference field resulted from the combination of the wave fields of subbeams with apertures located on sides of a regular hexagon is studied. The field on each subapertures is a truncated Gaussian beam with the constant phase shift between neighbor subapertures so as the total phase incursion becomes equal to 2π when walking around the hexagon. It is ascertained that the total angular momentum of the beam synthesized in such a way is zero. There is a region in the central part of the beam where the integral of the density of orbital angular momentum gives the unit orbital angular momentum, and the circulation of the phase gradient at the boundary of this region gives unit topological charge.