

К РАСЧЕТУ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА В КАНАЛАХ СЛОЖНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

УДК 533.6:519.6

О. Б. Хайруллина

Институт математики и механики УрО РАН,
620219 Екатеринбург

Каналы сложных конфигураций — основные элементы двигательных и различных технологических установок, в частности камер сгорания двигателей, в которых образуются сложные нестационарные гидро- и газодинамические течения. В ряде прикладных задач важным моментом является знание структуры этих течений, а также параметров, характеризующих их.

Для расчета газового потока в камере сгорания введем некоторые упрощения [1–3]. Будем рассматривать осесимметричные односвязные каналы сложных геометрий с сопловой частью. Считаем, что поверхности каналов состоят из участков пористой поверхности, через которые вдувается газ, твердых стенок и участков выхода газа, размеры пограничных слоев, нарастающих вдоль стенок, малы по сравнению с поперечными размерами каналов, пограничные слои не взаимодействуют между собой, вдуваемый газ однороден, но неизоэнергетичен и течение газа стационарное. Тогда для численного моделирования газодинамических процессов в каналах можно использовать модель совершенного газа, течение которого удовлетворяет уравнениям Эйлера.

Даже в такой упрощенной постановке задачи разработка эффективных численных методов расчета вихревых течений газа в каналах сложных конфигураций вызывает трудности, особенно, если скорость газа меняется в трансзвуковом диапазоне. Трудности заключаются в следующем: параметры течения газа имеют большой диапазон изменения, в течениях газа образуются из-за сложности геометрий каналов и взаимодействия встречных потоков замкнутые линии тока, при переходе течения от дозвукового к сверхзвуковому меняется тип уравнения [4].

В большинстве работ по расчету вихревых течений в каналах предполагаются отсутствие замкнутых вихревых потоков или ограничения на конфигурации каналов. Обзор работ приведен в [5]. В настоящей работе излагается конструктивный подход для решения этой задачи, который позволил эффективно рассчитывать стационарные газодинамические течения с присутствием замкнутых линий тока в дозвуковой части осесимметричных односвязных каналов сложных конфигураций.

Стационарное течение газа в каналах часто рассчитывается методом установления. Однако если каналы имеют сложную форму и сопло утоплено, то из-за взаимодействия встречных потоков газа волновые процессы, возникающие в зоне с малыми скоростями, медленно затухают, и метод установления очень медленно сходится либо вообще оказывается расходящимся [4, 6]. В данной работе при расчете течений газа используется комбинированный подход, когда область во всем газовом тракте разбивается на три подобласти (дозвуковую, трансзвуковую и сверхзвуковую) с перекрытием [4].

Для расчета дозвукового течения необходимо задать три условия на границе входа и одно — на выходе из канала [1, 4]. На выходе, как правило, задается расход газа. На входных участках в большинстве работ, как и в [6], задаются поток массы в направлении нормали и энтальпия. В предлагаемой методике предусмотрена возможность расчета

течений как при вышеописанном наборе входных данных, так и при задании на входе плотности и скорости в направлении нормали. В том и другом случае в какой-либо точке задается давление. В комплексе программ СОКОЛ, в котором реализован предлагаемый метод, задействованы и другие наборы входных данных, но они сводятся к этим двум основным. В дозвуковой подобласти течение рассчитывается конечно-разностным итерационным методом [5] в переменных функция тока — вихрь, являющимся модификацией подхода [6].

Одно из основных отличий метода [5] от [6] — применение неортогональных оптимальных криволинейных сеток [7, 8], что позволило снять ограничения на класс рассматриваемых конфигураций каналов.

Для численного моделирования уравнения Эйлера записываются в интегральной форме в криволинейной системе координат (q_1, q_2) :

$$\oint_C \left[\frac{1}{\rho r \Delta} \left(A_1 \frac{\partial \psi}{\partial q_2} - A_3 \frac{\partial \psi}{\partial q_1} \right) dq_1 - \frac{1}{\rho r \Delta} \left(A_2 \frac{\partial \psi}{\partial q_1} - A_3 \frac{\partial \psi}{\partial q_2} \right) dq_2 \right] = \iint_{D_C} \omega \Delta dq_1 dq_2,$$

$$\oint_C \frac{\omega}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial \psi}{\partial q_2} dq_2 \right) = - \oint_C \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial V^2}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial V^2}{\partial q_2} dq_2 \right), \quad (1)$$

$$\oint_C H \left(\frac{\partial \psi}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial \psi}{\partial q_2} dq_2 \right) = 0.$$

Здесь

$$A_1 = x_1^2 + r_1^2; \quad A_2 = x_2^2 + r_2^2; \quad A_3 = x_1 x_2 + r_1 r_2;$$

$$\Delta = x_1 r_2 - x_2 r_1; \quad x_i = \partial x / \partial q_i; \quad r_i = \partial r / \partial q_i; \quad (i = 1, 2);$$

D_C — произвольная область с гладкой границей C из заданной области течения Ω . При этом компоненты вектора скорости V_1, V_2 , функция тока ψ , вихревая функция ω , энтальпия H , давление P и плотность ρ удовлетворяют соотношениям

$$V_1 = -\frac{1}{\rho r \Delta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial q_1} x_2 - \frac{\partial \psi}{\partial q_2} x_1 \right), \quad V_2 = -\frac{1}{\rho r \Delta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial q_1} r_2 - \frac{\partial \psi}{\partial q_2} r_1 \right),$$

$$\omega = \left(\frac{\partial V_1}{\partial q_1} x_2 - \frac{\partial V_1}{\partial q_2} x_1 + \frac{\partial V_2}{\partial q_1} r_2 - \frac{\partial V_2}{\partial q_2} r_1 \right) \frac{1}{\Delta},$$

$$P = P_0 - \int_{L(M_0, M)} \left(\frac{\rho}{2} \frac{\partial V^2}{\partial q_1} + \frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial q_1} \right) dq_1 - \int_{L(M_0, M)} \left(\frac{\rho}{2} \frac{\partial V^2}{\partial q_2} + \frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial q_2} \right) dq_2$$

и граничным условиям

$$\psi = \psi_0 + \int_{q_{10}}^{q_1} r(\xi, q_2) \rho(\xi, q_2) [V_1(\xi, q_2) r_1(\xi, q_2) - V_2(\xi, q_2) x_1(\xi, q_2)] d\xi +$$

$$+ \int_{q_{20}}^{q_1} r(q_1, \eta) \rho(q_1, \eta) [V_1(q_1, \eta) r_2(q_1, \eta) - V_2(q_1, \eta) x_2(q_1, \eta)] d\eta, \quad \rho|_{\Gamma} = \rho_0, \quad \mathbf{Vn}|_{\Gamma} = V_0,$$

где x, r — координаты декартовой системы; Γ — граница проницаемости газа; $L(M_0, M)$ — произвольная кривая, соединяющая точку $M \in \Omega$ с точкой M_0 , в которой задано давление; q_{10}, q_{20} — точка начала обхода границы при вычислении функции тока.

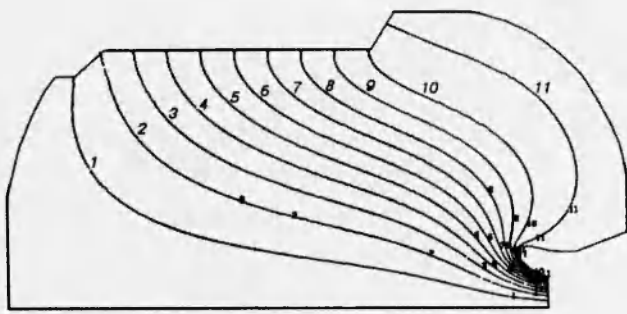


Рис. 1

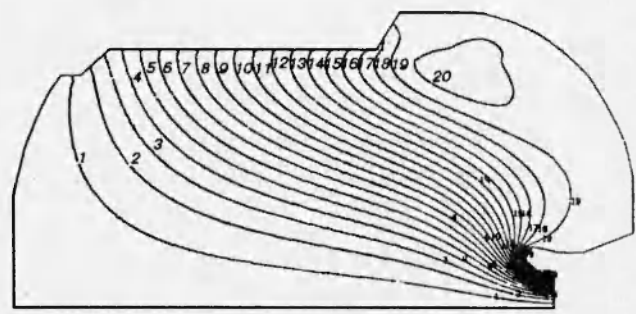


Рис. 2

Если в [6] предполагалось отсутствие замкнутых вихревых потоков, то в предлагаемой методике специальная аппроксимация уравнений (1), учитывающая особенности криволинейных сеток и точно передающая постоянное течение, а также использование при решении линейных алгебраических систем уравнений на каждой итерации прямого экономичного способа обращения матрицы с применением регуляризации и учетом блочной трехдиагональной ее структуры (из-за криволинейности сеток матрицы несимметричны) позволили рассчитывать установившиеся течения газа с большим количеством замкнутых вихревых потоков при малых числах Маха [5]. Видоизмененная постановка граничных условий потребовала по сравнению с [6] другую организацию итерационного процесса. Давление рассчитывается методом согласованной аппроксимации, разработанным в [9].

С целью проверки работоспособности алгоритма расчета дозвукового течения [10], а также качественного и количественного сравнения в ряде областей течение в дозвуковой зоне рассчитывалось предлагаемым методом, методом конечных элементов в рамках несжимаемой жидкости, а также другим итерационным конечно-разностным методом в рамках модели вязкой сжимаемой жидкости [11]. Все три метода улавливали замкнутые вихревые потоки. Количественное сравнение показало, что в этих расчетах модуль скорости и давление максимально отличаются на границе выхода из дозвуковой зоны (отличие составляет не более 10%).

Расчеты течений по заданному приходу массы газа, энтальпии и по заданным плотности и скорости вдува газа показали, что в ряде областей по этим входным данным рассчитываются разные структуры течений. Хотя плотность и скорость при первом наборе данных на участках вдува мало отличались от постоянных, заданных при втором наборе данных, в первом случае, как правило, рассчитывается изоэнергетическое течение (рис. 1), во втором — неизоэнергетическое (рис. 2).

При втором наборе входных данных образовалась циркуляционная зона, занимающая значительную площадь в надсопловой части (на рисунках представлены линии тока).

Сравнения аналогичных расчетов подтверждают утверждение, сделанное в [1, с. 78], что задание граничных условий для системы уравнений, описывающих течение газа в камерах сгорания, представляет самостоятельную задачу повышенной сложности, и в каждом конкретном случае эти условия должны отражать специфику конструкции изделия. Поэтому при реальных расчетах необходимо заботиться о правильной постановке граничных условий.

Если канал имеет сопловую часть, то по заданным граничным условиям на входе газодинамический процесс в дозвуковой зоне не всегда выходит на нужный режим: либо в критическом сечении число Маха не равно единице, либо происходит запаривание потока

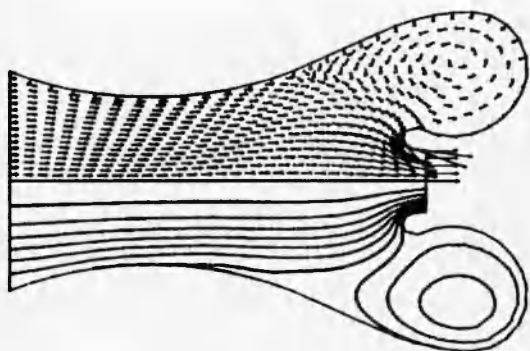


Рис. 3

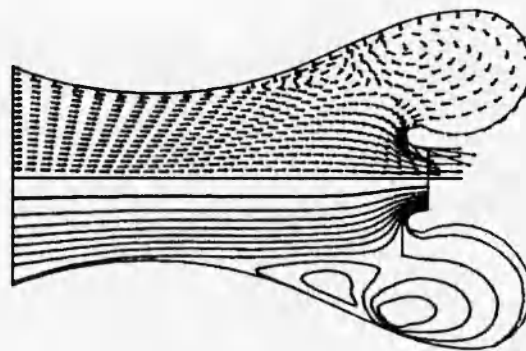


Рис. 4

в камере. При изменении входных данных эти явления исчезали, и, таким образом, потребовался алгоритм корректировки граничных условий. Для этого используется подход, предложенный в [4]. Суть его заключается в организации итераций дозвук — трансзвук, т. е. в поочередном расчете течений методами, соответствующими типу течения отдельно в дозвуковой ($x_0 \leq x \leq x_d$) [10] и трансзвуковой ($x_t \leq x \leq x_s$) зонах с некоторым перекрытием этих зон ($x_t < x_d < x_s$).

После расчета дозвукового течения в сечении $x = x_t$, расположенном левее правой границы $x = x_d$ дозвуковой зоны, вычисляются полная энтальпия, энтропия, тангенс угла наклона линий тока, задаваемые в качестве граничных условий [4] для расчета течений в трансзвуковой зоне. В трансзвуковой зоне течение рассчитывается так, чтобы в критическом сечении число Маха было порядка единицы, после чего в этом сечении вычисляется расход газа. Так как расход газа должен быть равен приходу газа, то по полученному расходу массы газа в критическом сечении подправляется безразмерная плотность ρ_0 на входе. Весь расчет повторяется снова до тех пор, пока расход массы газа будет отличаться от его прихода не более чем на 1%. Как правило, это 2–4 итерации. При переходе к размерным величинам по заданным плотности ρ_0 и скорости V_0 газа на границе входа и давлению торможения P_0 вычисляется новое значение давления торможения

$$P_{0k} = \rho_0 P_0 / \rho_k,$$

соответствующее рассчитанному течению с плотностью ρ_k на входе.

Расчет течения в трансзвуковой зоне проводится методом установления с использованием схемы Мак-Кормака по программе А. Д. Рычкова, которая включена в качестве модуля TRANS в комплекс программ СОКОЛ. В качестве примера рассмотрим течение газа в канале, приведенном на рис. 3, 4 (верхняя половина — поля скоростей, а нижняя — линии тока).

По боковой поверхности канала газ подается с постоянными плотностью и скоростью, на левом его торце скорость распределена по косинусоидальному закону, так что на оси симметрии она в 15 раз больше, чем на боковой поверхности. В результате расчета течения газа только в дозвуковой зоне получен замкнутый вихревой поток, занимающий всю надсопловую часть (рис. 3), на входе в трансзвуковую зону число Маха было порядка 0,35. После организации итераций дозвук — трансзвук в этом модельном варианте заданное давление торможения уменьшилось почти на 45%, скорость на входе в трансзвуковую зону увеличилась до 0,5, вихрь освободил значительную площадь, и картина течения в надсопловой части изменилась (рис. 4). В первом расчете газ поднимался по твердой стенке

вверх, во втором центр вихря сместился влево, и газ по твердой стенке стал стекать.

Многочисленные расчеты показали, что учет параметров в трансзвуковой зоне оказывает влияние на вихреобразование в дозвуковой зоне, при этом давление торможения может как уменьшаться, так и увеличиваться. Сравнение расчета с экспериментом при организации итераций дозвук — трансзвук показало, что давление торможения восстанавливается с точностью до 0,1 %.

Комплекс программ СОКОЛ разработан для персональных машин типа РС, для визуального исследования рассчитанного течения имеет разнообразный графический сервис. СОКОЛ позволяет эффективно рассчитывать стационарные потенциальные и вихревые течения жидкости и газа с присутствием большого количества замкнутых вихревых потоков в односвязных осесимметричных каналах произвольных конфигураций. Использование программ СОКОЛ и СПЕКТР (расчет собственных частот и функций акустических колебаний в камерах сгорания [12]) для исследования взаимодействия акустических волн с вихревым потоком, сопровождающегося колебаниями давления, позволило проводить расчеты в газовом тракте при проектировании газодинамических устройств с надежно прогнозируемыми характеристиками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Райзберг Б. А., Ерохин Б. Т., Самсонов К. П. Основы теории рабочих процессов в реактивных системах на твердом топливе. М.: Машиностроение, 1972.
2. Липанов А. М., Бобрышев В. П., Алиев А. В. и др. Численный эксперимент в теории РДТТ. Екатеринбург: Наука, 1994.
3. Ахмадеев В. Ф., Гусева Г. Н., Козлов Л. Н. и др. Гидродинамические источники акустических колебаний в камерах сгорания. М.: ЦНИИТИКПК, 1990.
4. Рычков А. Д. Математическое моделирование газодинамических процессов в каналах и соплах. Новосибирск: Наука, 1988.
5. Хайруллина О. Б. Расчет стационарных дозвуковых вихревых потоков идеального газа в осесимметричных каналах сложных геометрий // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Мат. моделирование физических процессов. 1990. Вып. 3. С. 32–39.
6. Хакимянов Г. С., Яушев И. К. Итерационный метод расчета двумерных дозвуковых установившихся внутренних течений идеальной сжимаемой жидкости. Новосибирск, 1987. (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 4-87).
7. Хайруллина О. Б. Метод расчета блочных оптимальных сеток в двумерных многосвязных областях // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Мат. моделирование физических процессов. 1992. Вып. 1. С. 62–66.
8. Хайруллина О. Б. Построение блочно-регулярных оптимальных сеток // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Мат. моделирование физических процессов. 1994. Вып. 1. С. 19–25.
9. Хакимянов Г. С., Яушев И. К. О расчете давления в двумерных стационарных задачах гидродинамики // Проблемы динамики вязкой жидкости. Новосибирск: ИТПМ, 1985. С. 280–284.
10. Хайруллина О. Б. РДТ ИММ-комплекс программ расчета стационарных дозвуковых течений в каналах сложных конфигураций // Вычислительные технологии. Т. 1, № 2: Тр. шк.-семина по комплексам программ матфизики, Ростов-на-Дону, 1990. Новосибирск, 1992. С. 327–333.

11. Ахмадеев В. Ф., Сидоров А. Ф., Спиридонов Ф. Ф., Хайруллина О. Б. О трех методах численного моделирования дозвуковых течений в осесимметричных каналах сложной формы // Моделирование в механике. Новосибирск: ВЦ; ИТПМ, 1990. Т. 4(21), № 5. С. 15–25.
12. Коковихина О. В. О распространении акустических колебаний в вихревых потоках // Моделирование в механике. Новосибирск: ВЦ; ИТПМ, 1993. Т. 7(24), № 1. С. 89–97.

Поступила в редакцию 1/III 1995 г.
