

ОПТИКА СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

УДК 533.6.011

Исследование влияния показателя степенной модели спектра турбулентности в сверхзвуковом потоке на распространение лазерного пучка

Д.А. Маракасов[✉], А.А. Сухарев*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 15.09.2023;

после доработки 07.05.2024;

принята к печати 05.06.2024

Исследуется влияние отклонений от модели Колмогорова—Обухова в спектрах флуктуаций показателя преломления в сверхзвуковом воздушном потоке на просвечивающее оптическое излучение. Представлены аналитические оценки статистических моментов поля и результаты численного моделирования распространения лазерного излучения через скоростной воздушный поток, формирующийся при обтекании летательного аппарата. Проводится сопоставление оценок радиуса когерентности и относительной дисперсии флуктуаций интенсивности оптической волны. Продемонстрировано, что учет отклонений от модели развитой турбулентности может приводить к существенным (в несколько раз) изменениям характеристик лазерного пучка на удалении уже в несколько сотен метров. Полученные результаты могут быть использованы для определения искажений излучения, обусловленных влиянием турбулентности в оптически активном слое вблизи поверхности сверхзвукового летательного аппарата, на локационных и связанных трассах.

Ключевые слова: высокоскоростной турбулентный поток, неколмогоровский спектр, просвечивание, функция когерентности, флуктуации интенсивности; high-speed turbulent flow, non-Kolmogorov spectrum, transmission, coherence function, intensity fluctuations.

Введение

Высокоскоростные турбулентные течения, в частности воздушные потоки, формирующиеся при сверхзвуковом обтекании тел различной формы, характеризуются сложной пространственной конфигурацией ударных волн [1–3]. Скачкообразные изменения газодинамических параметров потока в области ударной волны могут существенно влиять на распространяющееся через поток оптическое излучение вследствие как пространственной неоднородности средней плотности среды, так и формирования источников турбулентности в широком диапазоне масштабов. Неоднородность осредненного поля плотности воздуха приводит в основном к изменению направления распространения и формы лазерного пучка, излучаемого с поверхности летательного аппарата (ЛА), в частности к дополнительной его фокусировке [4]. Учет эффектов, связанных со случайными флуктуациями плотности и скорости среды, требует корректного задания модели турбулентности.

В работах [5, 6] показано, что при скоростях потока до 10М в турбулентную форму переходит

относительно небольшая часть энергии потока, поэтому флуктуации температуры и плотности газа невелики по сравнению с их средними значениями. Структура турбулентности в таком потоке в целом остается подобной структуре в дозвуковом потоке, хотя возможно и возбуждение пульсаций акустического и энтропийного типов. Характерные скорости турбулентного движения можно считать дозвуковыми, в результате эффекты, связанные со сжимаемостью газа, во флуктуационной составляющей движения проявляются незначительно. Это позволило авторам [7–9] использовать для описания флуктуаций плотности в сверхзвуковых течениях изотропную модель развитой турбулентности [10].

Ввиду сильной пространственной неоднородности параметров потока (плотности воздуха) их спектральный состав может отличаться от степенного закона Колмогорова—Обухова [10]. Результаты исследования взаимодействия турбулентности с ударными волнами представлены в ряде работ [11–14]. Формирование системы вихрей, образующих дорожку Кармана, которые вместе с продуктами своего распада обогащают крупномасштабную составляющую пульсаций, ведет к более крутой зависимости спектра на степенном участке аналогично когерентным структурам, наблюдаемым в атмосфере при сложном рельефе местности [15, 16]. Прохождение турбулентных вихрей через ударную волну может

* Дмитрий Анатольевич Маракасов (mda@iao.ru);
Артем Андреевич Сухарев (sukharev@iao.ru).

приводить к их дроблению и обогащению мелко-массштабной фракции. Экспериментальные исследования [17] подтвердили, что спектр флуктуаций интенсивности лазерного пучка, прошедшего через поток, в инерционном интервале хотя и соответствует степенной модели турбулентности, но значения показателя лежат в интервале $[-4; -3]$ и могут заметно отличаться от предсказываемой колмогоровской моделью величины $-11/3$. При решении задач распространения оптических волн через высокоскоростное турбулентное течение эти отклонения могут привести к заметным изменениям оценок характеристик излучения.

Цель настоящей работы — исследование влияния на оптическое излучение отклонений от модели Колмогорова—Обухова в спектрах флуктуаций показателя преломления в сверхзвуковом воздушном потоке. Для моделирования распространения лазерного пучка использовалась конфигурация газодинамических полей, найденная в [18] из численного решения системы уравнений RANS (Reynolds-averaged Navier—Stokes) совместно с транспортными уравнениями для турбулентных параметров модели k - ω sst [19, 20] и определения дисперсии флуктуаций плотности [21]. Показана существенная зависимость статистических характеристик, описывающих деградацию фазовой структуры и амплитудного распределения лазерного излучения, от параметров степенной модели спектра турбулентности и, в частности, показателя степени. Приведены аналитические оценки радиуса когерентности и относительной дисперсии флуктуаций интенсивности плоской волны, а также результаты численного моделирования, подтверждающие их корректность.

1. Модель спектра флуктуаций показателя преломления

Для определения параметров высокоскоростного турбулентного потока (ТП), оказывающих влияние на распространяющийся в нем оптический пучок, воспользуемся методикой построения оптической модели сверхзвукового потока, используемой авторами в статьях [4, 18]. Оптическая модель потока строится на решении уравнений гидродинамики (RANS и транспортные уравнения модели k - ω sst [19, 20]), что позволяет найти базовые физические параметры (плотность, скорость, давление, температуру и др.), и транспортного уравнения, найденного в [21], для определения дисперсии флуктуаций плотности. Полученное решение характеризует турбулентность в потоке через одноточечные моменты флуктуирующих параметров, а именно: турбулентной кинетической энергии k , скорости ее диссипации ε и дисперсии плотности σ_ρ^2 . Для оценки возмущений, вносимых потоком в оптическое излучение, этого недостаточно, требуется определить спектральный состав турбулентных пульсаций.

Эксперименты по просвечиванию сверхзвуковых течений [17, 22] показали, что спектры интенсивности лазерного излучения, прошедшего через участок турбулентного сверхзвукового течения,

имеют выраженный участок со степенной зависимостью. Полученные результаты хорошо описываются в рамках изотропной модели турбулентности [17]. Структурная функция $D_n(r) = \langle (n(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}/2) - (n(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}/2)))^2 \rangle$ ($n(\mathbf{r})$ — случайное поле флуктуаций показателя преломления, $\mathbf{r}$ — вектор пространственного радиуса) и спектральная плотность $\Phi_n(\kappa)$ связаны соотношением $D_n(r) = 2 \int d\kappa \Phi_n(\kappa) (1 - e^{-2\pi i \kappa r})$ (κ — вектор пространственных частот).

Поскольку сверхзвуковые течения характеризуются значительными изменениями осредненных параметров в пространстве, необходимо ввести в модель переход к энергетическому интервалу. Переход к вязкому интервалу при соответствующих сверхзвуковых потоках значениям k и ε происходит при относительно малых разностях (внутренний масштаб турбулентности $l_0 \sim 10^{-5}$ м). Это позволяет при анализе свойств оптических волн, распространяющихся через сверхзвуковой поток, использовать для описания турбулентных спектров обобщенную модель Кармана с неколомгоровским наклоном, положив внутренний масштаб $l_0 = 0$ [23]:

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{C}{(\kappa_0^2 + \kappa^2)^{v/2}}, \quad (1)$$

где C — амплитудный коэффициент; v — показатель степени в степенном интервале; κ_0 — волновое число, соответствующее внешнему масштабу. Как показали результаты экспериментов [22], параметры спектра (1) меняются в зависимости от расположения точки наблюдения в потоке, в частности показатель v на начальном слаботурбулентном участке сверхзвуковой струи имеет заметно меньшие значения, нежели в зонах смешения.

Структурная функция, соответствующая спектру (1), имеет вид [24]:

$$D_n(r) = \frac{2\pi^{3/2}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} C \kappa_0^{3-v} \times \left[\Gamma\left(\frac{v-3}{2}\right) - 2(\pi r \kappa_0)^{(v-3)/2} K_{(v-3)/2}(2\pi r \kappa_0) \right], \quad (2)$$

где Γ — гамма-функция, K_α — функция Макдональда [25]. Отметим, что для $3 < v < 5$ структурную функцию (2) на малых разностях $r \kappa_0 \ll 1$ можно представить в виде $D_n(r) \approx \frac{C}{A(v)} r^\mu$, $\mu = v - 3$, где

$$A(v) = -\frac{1}{2\pi^{v-3/2}} \frac{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3-v}{2}\right)}. \quad (3)$$

Коэффициент пропорциональности в степенном интервале будем, вслед за [26], трактовать как обобщенную структурную характеристику показателя преломления $C_n^2 = C/A(v)$. В общем случае размерность C_n^2 зависит от значения показателя в модели спектра (1), а именно $[M^{3-v}]$.

Дисперсию флуктуаций показателя преломления найдем из соотношения $D_n(\infty) = 2\sigma_n^2$. Вычисляя предел правой части (2) при $r\kappa_0 \rightarrow \infty$, имеем

$$\sigma_n^2 = \pi^{3/2} A(\nu) \kappa_0^{3-\nu} C_n^2 \frac{\Gamma\left(\frac{\nu-3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}. \quad (4)$$

Это выражение эквивалентно полученному в [23].

Внешний масштаб турбулентности L_0 определим как абсциссу точки пересечения асимптот структурной функции (2), соответствующих интервалам $r\kappa_0 \ll 1$ ($D_{n1}(r) = C_n^2 r^\mu$) и $r\kappa_0 \gg 1$ ($D_{n2}(r) = 2\sigma_n^2$), т.е. потребуем выполнения равенства $D_{n1}(L_0) = D_{n2}(L_0)$. Отсюда получаем

$$L_0 = \left(\frac{2\sigma_n^2}{C_n^2} \right)^{1/(\nu-3)} = C_L(\nu) \kappa_0^{-1},$$

$$C_L(\nu) = \frac{1}{\pi} \left(-\frac{\Gamma\left(\frac{\nu-3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3-\nu}{2}\right)} \right)^{1/(\nu-3)}. \quad (5)$$

Хотя параметры, характеризующие границу энергетического интервала в прямом (L_0) и обратном (κ_0) пространствах, обратно пропорциональны, связывающий их коэффициент $C_L(\nu)$ зависит от ν .

Соотношения (4), (5) позволяют связать параметры модели (1), (2) с величиной σ_p^2 , определенной из решения гидродинамической задачи. Используя соотношение Гладстона–Дейла [27], выражающее показатель преломления через плотность среды, имеем

$$C_n^2 = 2L_0^{3-\nu} \frac{\sigma_p^2}{K^2}, \quad (6)$$

где $K = 0,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{кг}$ – постоянная Гладстона–Дейла для воздуха. Оценку внешнего масштаба турбулентности можно получить, отталкиваясь от характерных пространственных масштабов полей осредненных гидродинамических параметров течения.

Переход к колмогоровской модели происходит при $\mu = 2/3$ ($\nu = 11/3$). В этом случае параметры спектра (3) принимают известные из литературы значения [10]:

$$A(\nu) = 0,009693. \quad (7)$$

Значение $\mu = 5/3$ ($\nu = 14/3$) соответствует модели когерентной турбулентности [15, 16] при устремлении к нулю внутреннего масштаба. В этом случае из (3) получаем $A(14/3) = 0,002375$.

2. Характеристики оптической волны

Приведенные выше соотношения полностью определяют параметры модели турбулентности (1), (2) через пространственные распределения гидродинамических характеристик потока, найденные на основе численного решения уравнений модели RANS,

дополненных транспортными уравнениями для характеристик турбулентности. Оценим влияние отличий спектра флуктуаций показателя преломления от колмогоровской модели на характеристики оптической волны, распространяющейся через сверхзвуковой поток. Прежде всего найдем их аналитические оценки для плоской волны, распространяющейся через турбулентный слой.

2.1. Радиус когерентности

Важной характеристикой оптической волны, показывающей степень деградации ее фазовой структуры, является радиус когерентности.

Пусть оптическая волна распространяется на трассе длиной L в турбулентной среде со структурной функцией показателя преломления $D_n(\mathbf{r})$. Выберем ось z декартовой системы координат вдоль направления распространения. Функция когерентности поля в сечении z

$$\Gamma_2(z; \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \langle U(z, \mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2) U^*(z, \mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2) \rangle, \quad (8)$$

где $U(z, \boldsymbol{\rho})$ – комплексная амплитуда поля; $\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}$ – координатные векторы в поперечной плоскости, имеет вид [10]:

$$\Gamma_2(L; \boldsymbol{\rho}) = |U_0|^2 e^{-\frac{4\pi^2 z}{\lambda^2} \int_0^L dz H(z, \boldsymbol{\rho})}, \quad (9)$$

где U_0 – комплексная амплитуда плоской волны в начале трассы. Структурная функция фазы $H(z, \boldsymbol{\rho})$ выражается через спектр корреляционной функции показателя преломления:

$$H(z; \boldsymbol{\rho}) = \int d\mathbf{k} (1 - \exp(2\pi i \mathbf{k} \boldsymbol{\rho})) \Phi_n(\mathbf{k}; z). \quad (10)$$

Для степенного спектра с внешним масштабом вида (1) имеем

$$H(z; \boldsymbol{\rho}) = \pi \frac{A(\nu)}{\frac{\nu}{2} - 1} C_n^2(z) \kappa_0^{2-\nu} \times$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{2(\pi r \kappa_0)^{(\nu/2)-1}}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2} - 1\right)} K_{(\nu/2)-1}(2\pi r \kappa_0) \right\}. \quad (11)$$

Радиус когерентности плоской волны определим, приравняв показатель экспоненты в (9) к -1 :

$$1 - \frac{2s^{(\nu/2)-1}}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2} - 1\right)} K_{(\nu/2)-1}(2s) = M,$$

$$M = \left(\frac{4\pi^3}{\lambda^2} \frac{A(\nu)}{\frac{\nu}{2} - 1} \kappa_0^{2-\nu} \int_0^L dz C_n^2(z) \right)^{-1}, \quad s = \pi r \kappa_0. \quad (12)$$

Разрешая первое уравнение (12) относительно s , вычисляем радиус когерентности $\rho_{\text{coh}} = s/\pi \kappa_0$.

Следует отметить, что при $M > 1$ функция когерентности плоской волны по абсолютной величине нигде не опускается ниже уровня $1/e$ относительно максимума, т.е. в этом случае вводить радиус когерентности не имеет смысла. Другой важный случай возникает при $M \ll 1$, что может реализовываться либо при достаточно интенсивной турбулентности, либо при достаточно малом обратном внешнем масштабе. Здесь можно разложить функцию Макдональда в степенной ряд и ограничиться первым значащим членом. При $\nu < 4$ зависимость радиуса когерентности от внешнего масштаба пропадает:

$$\rho_{\text{coh}} = \left(C_{\text{coh}}(\nu) \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \int_0^L dz C_n^2(z) \right)^{-1/(\nu-2)},$$

$$C_{\text{coh}}(\nu) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma\left(1 - \frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3-\nu}{2}\right)}, \quad 3 < \nu < 4. \quad (13)$$

В этом диапазоне значений ν выражение для радиуса когерентности переходит в формулу для чисто степенного спектра при $\kappa_0 \rightarrow 0$, полученную в [28].

При больших значениях ν ($\nu > 4$) имеем

$$\rho_{\text{coh}} = \kappa_0^{(\nu/2)-2} \left(\frac{4\pi^5}{\lambda^2} \frac{A(\nu)}{\left(\frac{\nu}{2}-1\right)\left(\frac{\nu}{2}-2\right)} \int_0^L dz C_n^2(z) \right)^{-1/2},$$

$\nu > 4. \quad (14)$

Отметим, что конечный внешний масштаб является необходимым условием существования ненулевого радиуса когерентности. При устремлении обратного внешнего масштаба к нулю радиус когерентности (14) обращается в нуль при любом отличном от нуля профиле $C_n^2(z)$.

2.2. Дисперсия флуктуаций интенсивности

Во многих приложениях важное значение имеет параметр β_0^2 , определяющий относительную дисперсию флуктуаций плоской волны в первом приближении теории возмущений (дисперсия Рытова). В первом приближении метода плавных возмущений его можно выразить через спектр флуктуаций показателя преломления следующим образом [10]:

$$\beta_0^2 = 4k^2 \int d\mathbf{\kappa} \int_0^L dz \Phi_n(\mathbf{\kappa}, z) \sin^2(\pi \mathbf{\kappa}^2 (L-z)), \quad (15)$$

где k — волновое число.

Подстановка в (15) спектра (1) дает

$$\beta_0^2 = 4\pi k^2 A(\nu) \int_0^L dz C_n^2(z) \times$$

$$\times \left\{ \frac{\kappa_0^{2-\nu}}{\nu-2} \left[1 - {}_1F_2 \left(4; \frac{3}{2} - \frac{\nu}{4}, 1 - \frac{\nu}{4}; - \left(\frac{\pi \lambda (L-z)}{L_0^2} \right)^2 \right) \right] \right\} -$$

$$- \frac{1}{2} \Gamma \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) (2\pi \lambda (L-z))^{\nu/2-1} \times$$

$$\times \sin \left(\frac{\pi \nu}{4} + 2\pi \lambda (L-z) \kappa_0^2 \right) \Bigg\}. \quad (16)$$

В случае $\nu < 6$ при $\lambda L \kappa_0^2 \ll 1$ в выражении (16) пропадает зависимость от внешнего масштаба:

$$\beta_0^2 = C_\beta(\nu) \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^{3-(\nu/2)} \int_0^L dz C_n^2(z) (L-z)^{(\nu/2)-1},$$

$$C_\beta(\nu) = \frac{2^{\nu-3} \pi^{3/2}}{\Gamma\left(\frac{3-\nu}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi \nu}{4}\right)}. \quad (17)$$

Для модели Колмогорова–Обухова с $\nu = 11/3$ формула (17) переходит в известное выражение [10, 24]:

$$\beta_0^2 = 2,25 k^{7/6} L^{11/6} \int_0^1 d\xi (1-\xi)^{5/6} C_n^2(L\xi).$$

При постоянной вдоль трассы $C_n^2(L\xi) = C_n^2$ формула (17) соответствует выражениям, полученным в [29], а в частном случае модели когерентной турбулентности, для которой следует положить $\nu = 14/3$, — результатам [15].

Анализ полученных выражений для параметров ρ_{coh} , β_0^2 показывает, что их зависимость от показателя степени в модели турбулентности может приводить к заметным ошибкам при оценке параметров просвечивающей оптической волны на основе эквивалентной структурной постоянной [26].

3. Численное моделирование распространения лазерного излучения через ударную волну

Для оценки влияния отклонений спектрального состава турбулентности от модели Колмогорова–Обухова на параметры просвечивающего турбулентный поток излучения было выполнено численное моделирование распространения оптического пучка через высокоскоростной (сверхзвуковой) ТП, образующийся при обтекании оживального тела, имитирующего фюзеляж летательного аппарата (ЛА). Дисперсия плотности воздуха σ_p^2 и внешний масштаб турбулентности L_0 рассчитывались на основе решения гидродинамической задачи из [18]. На рис. 1, а в качестве примера представлен фрагмент расчетной сетки с наибольшим сгущением ячеек в области максимальных значений искомым основных физических величин. Задача решалась в двумерной аксиально симметричной постановке (z — ось симметрии). Вычисленные значения дисперсии флуктуаций плотности на этой расчетной сетке при обтекании модельного тела на высоте $H = 5$ км и скорости набегающего потока $V = 2$ М показаны на рис. 1, б. Видно, что значения σ_p^2 в области ударной волной на несколько порядков превосходят величины в невозмущенном ударной волной пространстве.

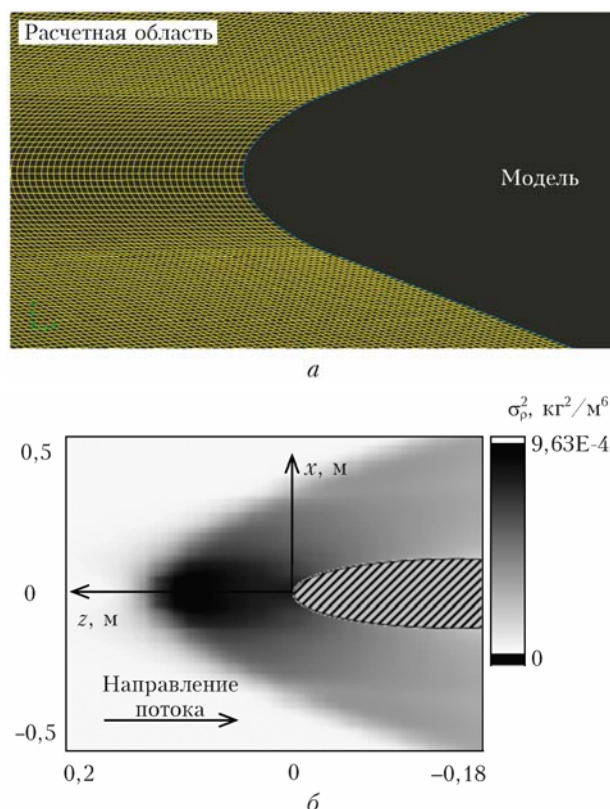


Рис. 1. Фрагмент расчетной сетки (а), дисперсия флуктуаций плотности, $H = 5$ км, $V = 2$ М (б)

Параметры модели (1), (2) определялись из соотношений (5), (6) после задания показателя ν . Рассматривалось обтекание модели оживального тела на высотах $H = 5$ и 10 км с $V = 1$ М и 2 М. Внешний масштаб L_0 оценивался из характерной толщины возмущенного слоя, прилегающего к поверхности модели.

После прохождения ТП дальнейшее распространение лазерного пучка (направление распространения — ось z) осуществлялось в однородной среде вдоль трасс протяженностью $L = 100, 500, 1000, 2000, 5000, 10000$ м. Расчеты проводились для коллимированного гауссова пучка с начальным радиусом на выходной апертуре $r_0 = 16,5$ см, длина волны излучения $\lambda = 0,2; 0,5; 1,06$ мкм. Поскольку длина

трассы значительно превосходит размеры ТП, при моделировании он заменялся на слой толщиной $\Delta z = 0,15$ м (что близко к толщине возмущающего слоя над моделью при излучении в нормальном к поверхности направлении [18]) с равномерным профилем с интегральным значением дисперсии флуктуаций плотности $\bar{\sigma}_p^2 = \frac{1}{\Delta z} \int \sigma_p^2 dz$. Рассчитанные из формул (5) и (6) параметры при изменении показателя ν в диапазоне (3; 4) представлены в таблице.

По результатам моделирования были выполнены расчеты средней интенсивности $\langle I \rangle$, радиуса когерентности $\rho_{\text{coh}}(\nu)$, СКО интенсивности $\sigma_I = \sqrt{\frac{\langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} - 1}$. На рис. 2 представлены результаты

расчетов радиуса когерентности в зависимости от показателя ν . Видно, что, в отличие от приближенных формул (13), строгое решение (12) хорошо соответствует результатам моделирования во всей области значений параметров, где имеет смысл введение этой характеристики. Небольшое завышение оценки, полученной из результатов моделирования, по сравнению со строгим решением (12) вблизи нижней границы исследуемого интервала значений ν , связано с увеличением вклада мелкомасштабной турбулентности, который не в полной мере отображается при численном моделировании вследствие конечного размера ячеек расчетной сетки. Приближенная формула (13), наоборот, дает заметно заниженные оценки радиуса когерентности вблизи верхней границы расчетного интервала показателя ν . Из графиков видно, что на начальном участке ($3 < \nu < 3,3$) радиус когерентности быстро падает. В оставшейся части исследованного интервала значений ν убывание сменяется выходом на примерно постоянный уровень или медленным ростом. Отметим, что размах вариаций радиуса когерентности в рассматриваемом диапазоне значений ν существен — минимум и максимум отличаются в несколько раз.

На рис. 3 показана зависимость СКО интенсивности от показателя. Налицо хорошее соответствие результатов моделирования с формулой (17) в режиме слабых флуктуаций интенсивности ($\beta_0^2 < 0,4$).

Параметры модели турбулентности в сверхзвуковом потоке

ν	$\kappa_0, \text{М}^{-1}$	$\bar{C}_n^2, \text{М}^{3-\nu}$			
		$H = 5 \text{ км}, V = 1 \text{ М}$	$H = 5 \text{ км}, V = 2 \text{ М}$	$H = 10 \text{ км}, V = 1 \text{ М}$	$H = 10 \text{ км}, V = 2 \text{ М}$
3,1	1,19026	$1,9161 \cdot 10^{-12}$	$7,9722 \cdot 10^{-11}$	$5,1834 \cdot 10^{-13}$	$2,7608 \cdot 10^{-11}$
3,2	1,18666	$2,3163 \cdot 10^{-12}$	$9,6376 \cdot 10^{-11}$	$6,2663 \cdot 10^{-13}$	$3,3376 \cdot 10^{-11}$
3,3	1,18063	$2,8002 \cdot 10^{-12}$	$1,1650 \cdot 10^{-10}$	$7,5753 \cdot 10^{-13}$	$4,0348 \cdot 10^{-11}$
3,4	1,17211	$3,3852 \cdot 10^{-12}$	$1,4084 \cdot 10^{-10}$	$9,1578 \cdot 10^{-13}$	$4,8777 \cdot 10^{-11}$
3,5	1,161	$4,0924 \cdot 10^{-12}$	$1,7027 \cdot 10^{-10}$	$1,1070 \cdot 10^{-13}$	$5,8966 \cdot 10^{-11}$
3,6	1,1472	$4,9473 \cdot 10^{-12}$	$2,0584 \cdot 10^{-10}$	$1,3383 \cdot 10^{-13}$	$7,1285 \cdot 10^{-11}$
3,7	1,13053	$5,9809 \cdot 10^{-12}$	$2,4884 \cdot 10^{-10}$	$1,6179 \cdot 10^{-13}$	$8,6176 \cdot 10^{-11}$
3,8	1,1108	$7,2303 \cdot 10^{-12}$	$3,0082 \cdot 10^{-10}$	$1,9559 \cdot 10^{-12}$	$1,0417 \cdot 10^{-10}$
3,9	1,08775	$8,7407 \cdot 10^{-12}$	$3,6367 \cdot 10^{-10}$	$2,3645 \cdot 10^{-12}$	$1,2594 \cdot 10^{-10}$

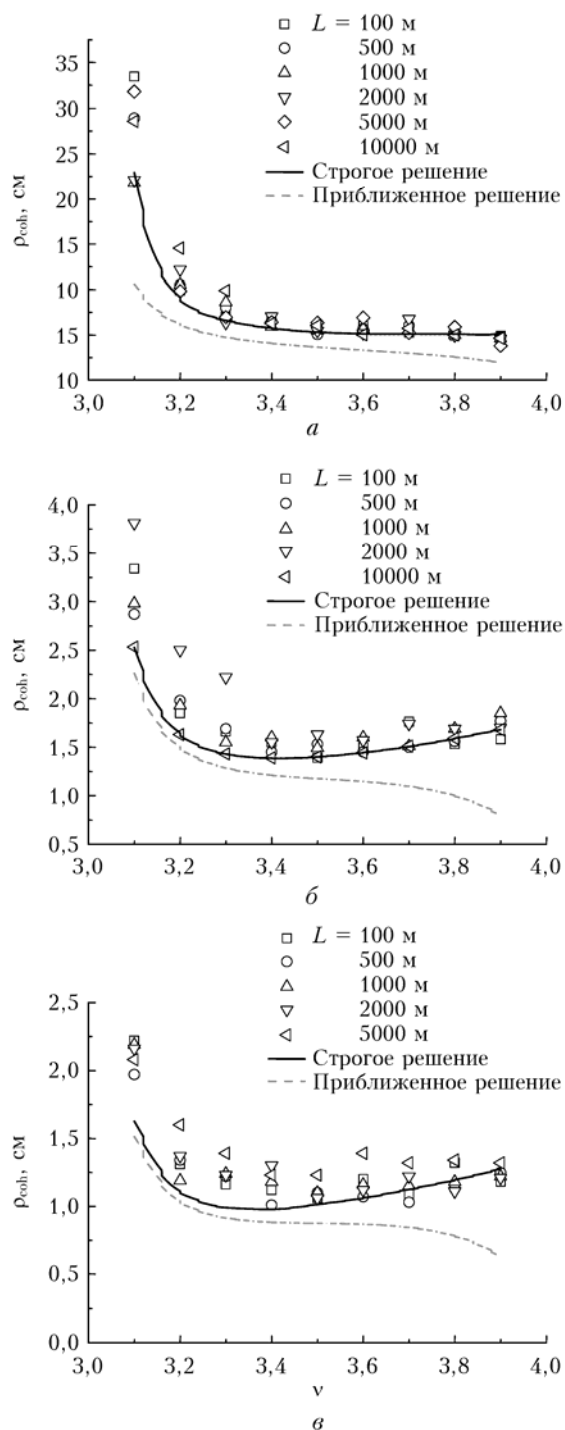


Рис. 2. Зависимость радиуса когерентности от показателя степенной модели (1), (2) при различных условиях распространения: $H = 10$ км, $\lambda = 0,2$ мкм, $V = 1$ М (а); $H = 5$ км, $\lambda = 1,06$ мкм, $V = 2$ М (б); $H = 10$ км, $\lambda = 0,5$ мкм, $V = 2$ М (в)

Для слабых флуктуаций СКО интенсивности имеет максимум в рассматриваемом интервале. Нарастание флуктуаций с увеличением длины трассы приводит к росту абсциссы точки максимума, более быстрое для результатов моделирования по сравнению с расчетом по приближенной формуле (17).

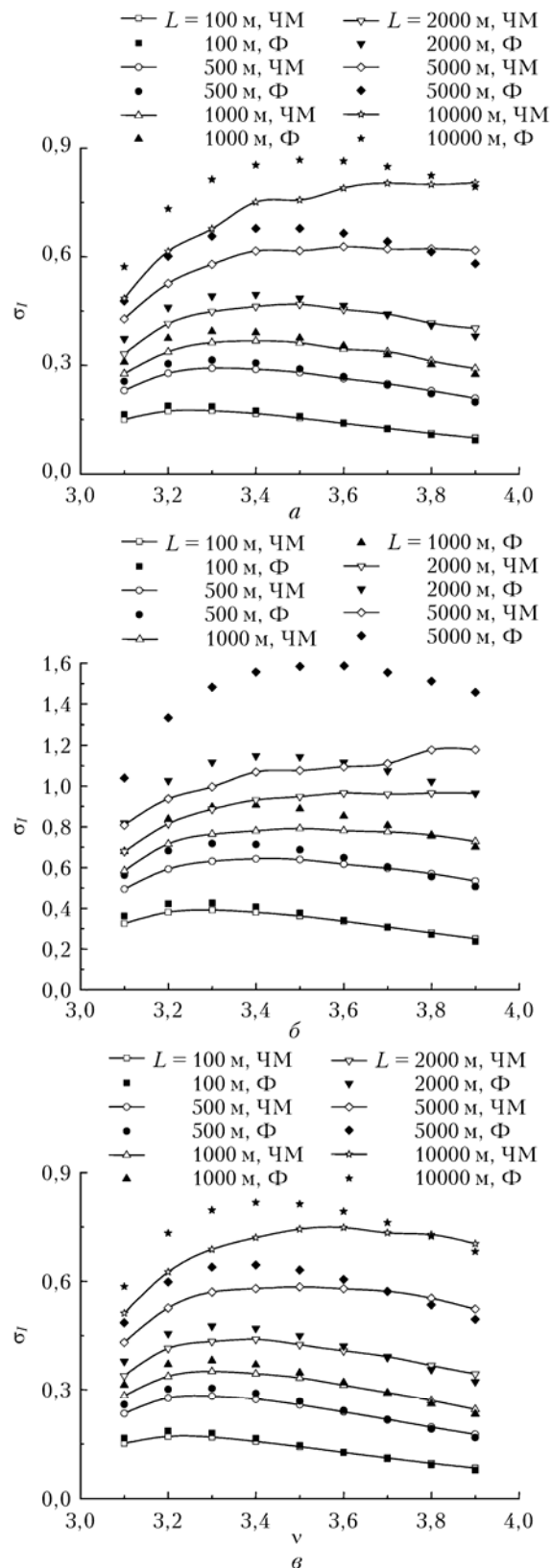


Рис. 3. Зависимость СКО интенсивности от показателя степенной модели (1), (2) при различных условиях распространения: $H = 5$ км, $\lambda = 0,5$ мкм, $V = 1$ М (а); $H = 10$ км, $\lambda = 1,06$ мкм, $V = 2$ М (б); $H = 10$ км, $\lambda = 0,2$ мкм, $V = 1$ М (в) по результатам численного моделирования (ЧМ) и из соотношения (17) (Ф)

Относительный размах вариаций СКО интенсивности несколько меньше, чем у радиуса когерентности. Максимальное значение СКО в рассматриваемой области превосходит минимальное в полтора раза и более.

Заключение

Представлены оценки статистических характеристик оптической волны, просвечивающей турбулентный сверхзвуковой поток, в зависимости от параметров степенной модели турбулентности. Показано, что учет отклонений от модели развитой турбулентности наблюдающихся в экспериментах по лазерному просвечиванию сверхзвуковых течений может приводить к существенным (в несколько раз) изменениям характеристик лазерного пучка на удалении уже в несколько сотен метров. Результаты доказывают, что для различных оптических приложений, в частности разработки связанных и локационных устройств для сверхзвуковых летательных аппаратов, недостаточно использовать эквивалентные параметры [26], требуется более детальная проработка модели спектрального состава турбулентности в оптически активном слое у поверхности летательного аппарата.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания ИОА СО РАН.

Список литературы

1. Courant R., Friedrichs K.O. Supersonic Flow and Shock Waves. New York: Springer, 1976. 464 p.
2. Smits A.J., Dussauge J.-P. Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow. New York: AIP Press, 1996. 357 p.
3. Бойко В.М., Достовалов А.В., Запругаев В.И., Кавун И.Н., Киселев Н.П., Пивоваров А.А. Исследование структуры сверхзвуковых неизобарических струй // Ученые записки. ЦАГИ. 2010. Т. 41. С. 44–57.
4. Банах В.А., Сухарев А.А., Фалиц А.В. Дифракция оптического пучка на ударной волне, возникающей вблизи сверхзвукового летательного аппарата // Оптика атмосф. и океана. 2013. Т. 26, № 11. С. 932–941.
5. Kovaszny L.S.G. Turbulence in supersonic flow // J. Aeronaut. Sci. 1953. V. 20, N 10. P. 657–674.
6. Morkovin M.V. Effects of compressibility on turbulent flows // Mécanique de la Turbulence, Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique, No. 108. Paris: CNRS, 1962. P. 367–380.
7. Sutton G.W., Hwang Y., Pond J., Snow R. Hypersonic interceptor aero-optics performance predictions // J. Spacecraft Rockets. 1994. V. 31, N 4. P. 592–599.
8. Pade O., Frumker E., Rojt P.I. Optical distortions caused by propagation through turbulent shear layers // Proc. SPIE. 2004. V. 5237. P. 31–38. DOI: 10.1117/12.510945.
9. Henriksson M., Edefur H., Fureby C., Parmhed O., Peng S.-H., Sjöqvist L., Tidström J., Wallin S. Simulation of laser propagation through jet plumes using computational fluid dynamics // Proc. SPIE. 2013. V. 8898. P. 88980E-1–88980E-13. DOI: 10.1117/12.2028339.
10. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
11. Ryu J., Livescu D. Turbulence structure behind the shock in canonical shock–vortical turbulence interaction // J. Fluid Mech. 2014. V. 756. P. R1–1–R1–13. DOI: 10.1017/jfm.2014.477.
12. Quadros R., Sinha K., Larsson J. Turbulent energy flux generated by shock/homogeneous turbulence interaction // J. Fluid Mech. 2016. V. 796. P. 113–157. DOI: 10.1017/jfm.2016.236.
13. Huete C., Cuadra A., Vera M., Urzay J. Thermochemical effects on hypersonic shock waves interacting with weak turbulence // Phys. Fluids. 2021. V. 33. P. 086111-1–086111-16. DOI: 10.1063/5.0059948.
14. Thakare P., Nair V., Sinha K. A weakly nonlinear framework to study shock–vorticity interaction // J. Fluid Mech. 2022. V. 933. P. A48-1–A48-32. DOI: 10.2514/6.2022-4051.
15. Носов В.В., Ковадло П.Г., Лукин В.П., Торгаев А.В. Атмосферная когерентная турбулентность // Оптика атмосф. и океана. 2012. Т. 25, № 9. С. 753–759; Nosov V.V., Kovadlo P.G., Lukin V.P., Torgaev A.V. Atmospheric coherent turbulence // Atmos. Ocean. Opt. 2013. V. 26, N 3. P. 201–206.
16. Носов В.В., Лукин В.П., Ковадло П.Г., Носов Е.В., Торгаев А.В. Оптические свойства турбулентности в горном пограничном слое атмосферы. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2016. 153 с.
17. Маракасов Д.А., Сазанович В.М., Сухарев А.А., Цвык Р.Ш. Флуктуации интенсивности лазерного пучка, распространяющегося через сверхзвуковую затопленную струю // Оптика атмосф. и океана. 2012. Т. 25, № 11. С. 985–992; Marakasov D.A., Sazanovich V.M., Sukharev A.A., Tsvyk R.Sh. Intensity fluctuations of a laser beam propagating through a supersonic flooded jet // Atmos. Ocean. Opt. 2013. V. 26, N 3. P. 233–240.
18. Сухарев А.А. Аэрооптические эффекты, обусловленные обтеканием оживального тела сверхзвуковым потоком воздуха // Оптика атмосф. и океана. 2018. Т. 31, № 11. С. 917–922. DOI: 10.15372/AOO20181110; Sukharev A.A. Aero-optical effects caused by supersonic airflow around an ogival body // Atmos. Ocean. Opt. 2019. V. 32, N 2. P. 207–212.
19. Menter F.R. Review of the SST turbulence model experience from an industrial perspective // Int. J. Comput. Fluid Dyn. 2009. V. 23, N 4. P. 305–316. DOI: 10.1080/10618560902773387.
20. Schobeiri M.T. Turbomachinery Flow Physics and Dynamic Performance. Berlin, Heidelberg: Springer, 2012. 725 p.
21. Yoshizawa A. Simplified statistical approach to complex turbulent flows and ensemble-mean compressible turbulence modeling // Phys. Fluids. 1995. V. 7, N 12. P. 3105–3116. DOI: 10.1063/1.868754.
22. Marakasov D.A., Sazanovich V.M., Tsvyk R.Sh., Shesternin A.N. Transformation of spectra of refraction index fluctuations in axisymmetric supersonic jet with the increase in the distance from the nozzle // MATEC Web Conf. 2017. V. 115. P. 02005-1–02005-5. DOI: 10.1051/mateconf/201711502005.
23. Toselli I., Gladysz S. Equivalent refractive-index structure constant of non-Kolmogorov turbulence: Comment // Opt. Express. 2022. V. 30. P. 40965–40967. DOI: 10.1364/OE.462690.
24. Исмаилов А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. М.: Мир, 1981. 280 с.
25. Абрамовиц М., Стиган И. (ред.) Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука, 1979. 832 с.
26. Li Y., Zhu W., Wu X., Rao R. Equivalent refractive-index structure constant of non-Kolmogorov turbulence

- // Opt. Express. 2015. V. 23, N 18. P. 23004–23012. DOI:10.1364/OE.462690.
27. Gladstone J.H., Dale T.P. Researches on the refraction, dispersion, and sensitiveness of liquids // Phil. Trans. R. Soc. Lond. 1863. V. 153. P. 317–343.
 28. Toselli I., Gladysz S. On the general equivalence of the Fried parameter and coherence radius for non-Kolmogorov and oceanic turbulence // OSA Continuum. 2019. V. 2. P. 43–48.
 29. Tan L., Du W., Ma J., Yu S., Han Q. Log-amplitude variance for a Gaussian-beam wave propagating through non-Kolmogorov turbulence // Opt. Express. 2010. V. 18, N 2. P. 451–462. DOI: 10.1364/OE.18.000451.

D.A. Marakasov, A.A. Sukharev. Influence of the exponent in the power-law model of turbulence spectrum in a supersonic flow on laser beam propagation.

The article studies the influence of deviations from the Kolmogorov–Obukhov model in the spectra of refractive index fluctuations in a supersonic air flow on transmitted optical radiation. Analytical estimates of the statistical moments of the field and the results of numerical simulation of laser radiation propagation through a high-speed air flow generated during flowing around an aircraft are presented. The estimates of the coherence length and the relative dispersion of optical wave intensity fluctuations are compared. Consideration of deviations from the model of developed turbulence is shown to cause significant (several times) changes in the estimates of laser beam characteristics at a distance of several hundred meters. The results can be used to estimate radiation distortions under the turbulence effect in the optically active layer near the surface of supersonic aircraft on location and communication routes.