

4. Бахман И. П., Беляев А. Ф. Горение гетерогенных конденсированных систем.— М.: Наука, 1967.
5. Батунер Л. М., Позин М. Е. Математические методы в химической технике.— Л.: Химия, 1966.
6. Беляев А. Ф., Лукашеня Г. В. ПМТФ, 1963, 6, 114.
7. Беляев А. Ф., Цыганов С. А. Докл. АН СССР, 1964, 157, 2, 378.
8. Кондрик Б. Н., Райкова В. М., Самсонов Б. С. ФГВ, 1973, 9, 1, 84.
9. Андреев К. К. Термическое разложение и горение взрывчатых веществ.— М.: Наука, 1966.
10. Светлов Б. С., Лурье Б. А., Корнилова Г. Е. Кинетика и катализ, 1972, XIII, 5, 1146.
11. Зенин А. А. Физические процессы при горении и взрыве.— М.: Атомиздат, 1980.
12. Lengelle G., Bizot A., Dutergue J. et al. // Progr. Astron. Aeron., 1984, 90, 361.

г. Москва

Поступила в редакцию 5/IV 1989,
после доработки — 16/X 1989

УДК 536.46

И. Н. Меграбова, Вит. А. Вольперт, Вл. А. Вольперт, С. П. Давтян

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ РЕЖИМОВ ГОРЕНИЯ В ПОТОКЕ

В работах [1—3] исследовались фронтальные режимы протекания экзотермической реакции в сферических и цилиндрических реакторах. Интерес к этим задачам связан с практическим применением таких реакторов и их преимуществами перед трубчатыми — отсутствием прилипания реагентов к стенкам и пробоя. Создание теоретических основ процесса начато в [1—3] с изучения простейшей физической модели, в которой активная зона реактора расположена между двумя коаксиальными цилиндрами и реакционноспособная смесь подается через внутреннюю цилиндрическую поверхность радиуса r_0 , а продукты одностадийного химического превращения выводятся через внешнюю поверхность радиуса r_1 .

В традиционных упрощающих предположениях теории горения математическая постановка теплодиффузионной задачи, не учитывающая распределение вдоль оси цилиндра, имеет в полярных координатах вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T - v(r) \frac{\partial T}{\partial t} + q(1 - \eta) k(T),$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -v(r) \frac{\partial \eta}{\partial r} + (1 - \eta) k(T).$$

Здесь T — температура; η — глубина превращения реагента; t — время; κ — коэффициент теплопроводности; q — адиабатический разогрев; $k(T) = k_0 \exp(-E/RT)$ — аррениусовская температурная зависимость скорости реакции; $\Delta T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$ — оператор Лапласа в полярных координатах r, φ . Скорость потока $v(r)$ зависит только от радиуса, и предположение о постоянстве плотности смеси дает

$$v(r) = ur_0/r.$$

Граничные условия:

$$r = r_0: T = T_n, \eta = 0; r = r_1: \partial T / \partial r = 0.$$

Приближенное аналитическое решение задачи получено в [1,2], где определена структура решения и, в частности, координата r_* фронта реакции в зависимости от параметров задачи. В [3] исследована устойчивость стационарного режима к малым возмущениям, выведено и изучено дисперсионное соотношение, содержащее три безразмерных параметра

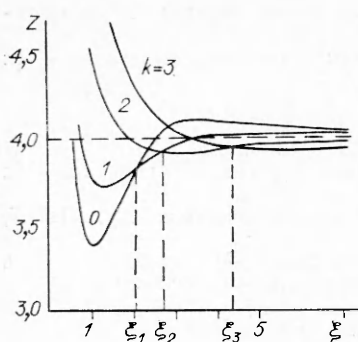


Рис. 1. Границы двумерной устойчивости стационарного режима горения для различных значений k .

задачи: $\xi = ur_0/\kappa$, $\zeta = \xi r_0/r_*$, $Z = Eq/[2R(T_n + q)^2]$. Границы двумерной устойчивости на плоскости параметров (ξ, Z) при фиксированном ζ показаны на рис. 1 (качественный вид границ не зависит существенно от величины ζ). Численный счет одномерной задачи подтвердил основные выводы аналитических исследований [3].

Основная цель настоящей работы — численное моделирование двумерных режимов горения в потоке, появляющихся при потере устойчивости одномерного (не распределенного по углу) стационарного решения. Вопрос о появляющихся вблизи границы устойчивости режимах можно изучить методами теории бифуркаций, что требует, однако, весьма громоздких аналитических вычислений. Поскольку правильные представления об ответвляющихся решениях необходимы для понимания численного счета, приведем формулировки результатов, получаемых для задачи в общей математической постановке (ср. [4]) без детальных бифуркационных расчетов конкретной модели.

Пусть ξ лежит в области между ξ_1 и ξ_2 (см. рис. 1). Тогда увеличение Z от небольших значений, лежащих в области устойчивости (под кривой $k=1$), к величинам, лежащим в области неустойчивости, приводит к потере устойчивости с волновым числом $k=1$. При этом появляются два типа одноочаговых режимов: спиновые и симметричные. В первом происходит вращение очага повышенной температуры по углу с постоянной угловой скоростью ω , и положение фронта горения описывается функцией либо от комбинации $\varphi + \omega t$, либо $\varphi - \omega t$ в зависимости от направления вращения спина. В симметричном режиме обе моды, зависящие от $\varphi + \omega t$ и $\varphi - \omega t$, присутствуют с одинаковыми весами, что приводит к следующей качественной картине (ср. [4]): очаг долгое время не меняет своего положения по углу, потом быстро переходит в противоположную по углу область реактора, а затем все периодически повторяется.

При потере устойчивости с $k=2$ ($\xi_2 < \xi < \xi_3$), $k=3$ ($\xi_3 < \xi < \xi_4$) и т. д. появляются симметричные и спиновые режимы с соответствующим количеством очагов, равным k , которые расположены симметрично по углу. Важный вывод бифуркационного анализа заключается в том, что появляющиеся одновременно симметричные и спиновые режимы не могут быть одновременно устойчивыми. Вопрос об устойчивости должен решаться для конкретных моделей.

Опишем качественно получаемые численным моделированием результаты. Для выбранных значений параметров потеря устойчивости при небольших скоростях подачи u (соответственно небольших ξ) приводит к появлению одномерных автоколебаний. При больших u переход через границу устойчивости (увеличение Z) также дает автоколебания, но при дальнейшем росте Z устанавливается одноочаговый симметричный режим. Повышая u , получим двухочаговый симметричный режим, также возникающий как проявление двумерной неустойчивости одномерных автоколебаний. При дальнейшем росте u наблюдались двух- и трехочаговые спиновые режимы.

Перейдем к детальному описанию проведенного численного счета и его результатов. Счет двумерных режимов проводился методом установления для следующих значений параметров: $\kappa = 5 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $T_n = 300$ К, $q = 170$ К, $r_0 = 4 \cdot 10^{-2}$ м, $r_1 = 3,6 \cdot 10^{-1}$ м. Энергия активации E варьировалась от $7,5 \cdot 10^4$ до 10^5 Дж/моль, предэкспонент $k_0 = 10^6 \div 2,5 \cdot 10^9$ с⁻¹, $u = 3,3 \cdot 10^{-5} \div 6 \cdot 10^{-5}$ м/с. Указанные параметры характерны для про-

Рис. 2. Пространственное распределение температуры для двухочагового спинового режима.

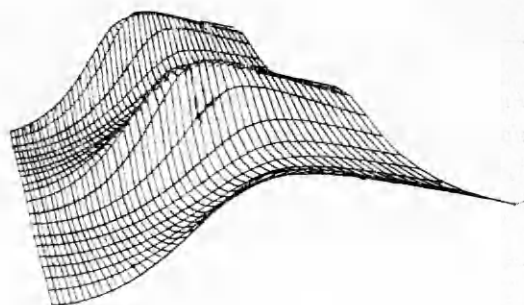
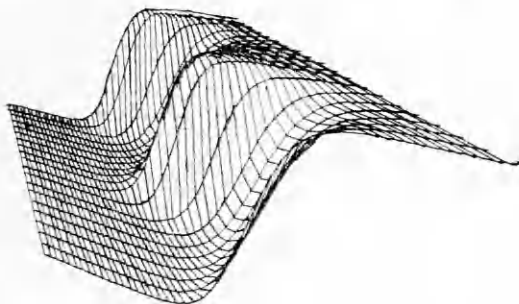


Рис. 3. Пространственное распределение глубины превращения для двухочагового спинового режима.

цесса полимеризации метилметакрилата. Значения E и k_0 подбирались в каждом варианте счета так, чтобы нормальная скорость горения [5] оставалась неизменной ($\approx 2 \cdot 10^{-5}$ м/с).

При выборе начальных условий следили за тем, чтобы они не обладали дополнительной симметрией, что могло бы привести к численной реализации в течение длительного времени неустойчивых режимов. Как правило, в качестве начальных условий выбирался одномерный режим с двумерным ступенчатым возмущением профиля температуры.

Спиновые режимы. Двухочаговый спиновой режим обнаружен при $u = 5 \cdot 10^{-5}$ м/с ($\bar{\xi} \approx 4$) и $E \geq 9,2 \cdot 10^4$ Дж/моль. В случае $E = 9,2 \cdot 10^4$ Дж/моль период обращения спинового режима составлял примерно $1,2 \cdot 10^4$ с, а амплитуда очага — $1,5 \cdot 10^{-2}$ м. (Под амплитудой очага понимается размер выпуклости фронта горения, точнее, разность между максимальной и минимальной по углу координатами фронта. Под фронтом понимается положение изолинии $\eta = 0,5$.) При $E = 9,6 \cdot 10^4$ Дж/моль период спина практически не изменился, а амплитуда увеличилась до $2 \cdot 10^{-2}$ м. На рис. 2, 3 приведены пространственные профили температуры и глубины превращения.

Трехочаговый спиновой режим (рис. 4, 5) наблюдался при $u = 6 \cdot 10^{-5}$ м/с ($\bar{\xi} \approx 4,8$) для тех же значений энергии активации. Период в обоих случаях составлял примерно $1,44 \cdot 10^4$ с, а амплитуда возрастала от $5 \cdot 10^{-3}$ до $1,5 \cdot 10^{-2}$ м.

Указанные спиновые режимы возникают при потере устойчивости стационарного решения по отношению к двумерным возмущениям, но стационарный режим при этом сохраняет устойчивость к одномерным возмущениям (это было проверено в случае трехочагового спинового режима при $u = 6 \cdot 10^{-5}$ м/с). Более того, когда при дальнейшем увеличении энергии активации (т. е. Z на рис. 1) при решении одномерной задачи появляются автоколебания, то в счете двумерной задачи спиновые режимы не сопровождаются автоколебаниями, что позволяет высказать предположение о неустойчивости одномерных автоколебаний относительно двумерных возмущений.

Симметричные режимы. Одноочаговый симметричный режим наблюдался при $u = 3,7 \cdot 10^{-5}$ м/с и $E \geq 8,4 \cdot 10^4$ Дж/моль. С увеличением E от $8,8 \cdot 10^4$ до 10^5 Дж/моль период симметричного режима возрастал от $1,38 \cdot 10^4$ до $1,56 \cdot 10^4$ с, а амплитуда — от 10^{-4} до $3 \cdot 10^{-2}$ м. Отметим,

Рис. 4. Пространственное распределение температуры для трехочагового спинового режима.

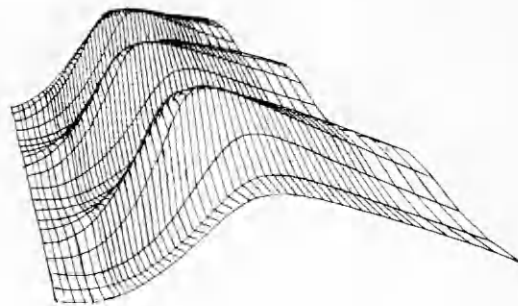
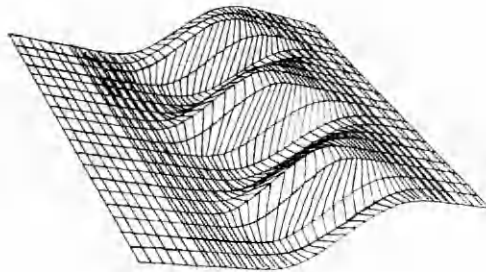


Рис. 5. Пространственное распределение глубины превращения для трехочагового спинового режима.

что одномерные автоколебания возникают здесь уже при $E = 8,4 \cdot 10^4$ Дж/моль, и в отличие от спиновых режимов симметричные существуют на фоне развитых одномерных автоколебаний. В некоторых вариантах счета перемещение очага на противоположную сторону реактора происходило путем его разделения на два слабо выраженных очага, быстродвигающихся симметрично по углу в разные стороны и встречающихся в диаметрально противоположной исходному очагу точке. В других случаях происходил быстрый переход очага на другую сторону без раздвоения.

Эффекты, связанные с переходом очагов, не всегда достаточно четко выражены, поэтому трудно судить, характеризуют ли они установившийся режим или связаны с тем, что режим устанавливается длительное время. Одноочаговый симметричный режим на фоне автоколебаний наблюдался также при $u = 4,33 \cdot 10^{-5}$ м/с, $E = 8,4 \cdot 10^4$ Дж/моль и $u = 4,67 \cdot 10^{-5}$ м/с, $E = 8,8 \cdot 10^4$ Дж/моль. Процесс установления одноочагового симметричного режима показан на рис. 6, где отложено положение очага по углу в зависимости от времени.

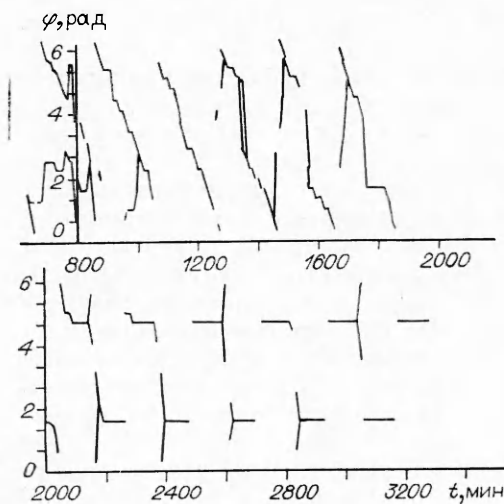


Рис. 6. Процесс установления одноочагового симметричного режима.

Наряду с описанным выше одноочаговым симметричным режимом наблюдался также двухочаговый ($u = 4,75 \cdot 10^{-5}$ м/с, $E = 9,2 \cdot 10^4$ Дж/моль). Численное моделирование дало следующую картину. Два очага, расположенные друг напротив друга, быстро двигаются в одну сторону и останавливаются каждый раз, пройдя угол $\pi/2$. Это движение также происходит на фоне одномерных автоколебаний, имеющих тот же период, что и двумерное вращение.

Неустойчивые режимы. Для численного анализа двумерных режимов существенную роль играет выбор начальных условий.

Как уже отмечалось в качестве таковых брались одномерные распределения температуры и глубины превращения, а затем температура возмущалась ступенчатым образом:

$$T(t, r, \varphi)|_{t=0} = T_0(r) + \varepsilon_1(r, \varphi) - \varepsilon_2(r, \varphi),$$

где ε_1 и ε_2 отличны от нуля на некотором отрезке по r вблизи фронта и при $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$ и $\varphi_2 < \varphi < \varphi_3$ соответственно. Указанная начальная функция отражает в некотором смысле вид одноочагового спинового режима, что и проявлялось в ряде случаев на счете. Неправильно, однако, было бы предполагать, что такой выбор начальных условий должен всегда приводить к появлению спиновых режимов. В тех случаях, когда стационарный режим или одномерные колебания устойчивы, двумерные возмущения достаточно быстро затухают. При счете двух- и трехочаговых спиновых режимов указанный выбор начальных условий не препятствует появлению еще одного или двух очагов.

При счете вблизи границы устойчивости одномерных колебаний, если ε_1 и ε_2 достаточно малы, быстро устанавливается симметричный режим, который сопровождается автоколебаниями и либо затухает, либо стабилизируется в зависимости от величины E . Если же ε_1 и ε_2 достаточно велики, то в ряде случаев устанавливается одноочаговый спиновый режим, при котором очаг вращается с постоянной угловой скоростью и может сделать несколько десятков оборотов, хотя этот режим и является неустойчивым. При этом двумерная амплитуда для спинового режима может в несколько раз превышать ширину зоны реакции и на порядок превышать двумерную амплитуду для симметричного режима.

Характерная особенность описываемых здесь спиновых режимов состоит в том, что они сопровождаются одномерными колебаниями, причем амплитуда этих колебаний может существенно уменьшаться под воздействием спинового режима. Также меняется и период одномерных колебаний. Например, при $u = 3,7 \cdot 10^{-5}$ м/с, $E = 9,2 \cdot 10^4$ Дж/моль период одномерных колебаний $1,44 \cdot 10^4$ с, амплитуда $5 \cdot 10^{-2}$ м; период симметричного режима $1,44 \cdot 10^4$ с, максимальная амплитуда $5 \cdot 10^{-4}$ м; период спинового режима $9,6 \cdot 10^3$ с, амплитуда до $4 \cdot 10^{-2}$ м; период и амплитуда одномерных колебаний при спиновом режиме соответственно $1,68 \cdot 10^4$ с и $2 \cdot 10^{-2}$ м.

Отметим, что двумерная амплитуда для такого спинового режима не есть величина постоянная. Она периодически колеблется с частотой, вдвое большей частоты самого спинового режима, причем эти колебания могут быть весьма существенны (в приведенном выше примере от $2 \cdot 10^{-2}$ до $4 \cdot 10^{-2}$ м). Небольшие колебания двумерной амплитуды свойственны и устойчивым спиновым режимам, что, по-видимому, связано с процессом установления.

Через определенное время спиновый режим начинает разрушаться. Частота двумерных колебаний становится уже не постоянной и колеблется с возрастающей амплитудой. В определенный момент происходит срыв спинового режима и быстро устанавливается симметричный режим.

Описанное поведение может быть объяснено следующим образом. При потере устойчивости одномерных колебаний одновременно появляются спиновые и симметричные моды, причем устойчив симметричный режим. Спиновый режим неустойчив, но у него есть не только неустойчивое, но и устойчивое многообразие. Если бы начальное условие точно попало на устойчивое многообразие, то установился бы спиновый режим, причем его амплитуда, вероятно, была бы существенно меньше той, что наблюдалась. Можно предположить, что установление амплитуды спинового режима происходит достаточно долго и в описанном выше случае срыв решения произошел существенно раньше. Таким образом, временное установление спинового режима происходит в силу близости начальных условий к устойчивому многообразию для спинового режима.

Если задавать в начальном условии не один очаг, а два, то можно получить и другие неустойчивые режимы, например, двухочаговый спиновый режим или двухочаговый симметричный, переходящий в одноочаговый.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабаджанян А. С., Вольперт Вит. А., Вольперт Вл. А. и др. Фронтальные режимы протекания экзотермической реакции в сферических и цилиндрических реакторах/АН СССР. ОИХФ.— Препр.— Черноголовка, 1986.
2. Бабаджанян А. С., Вольперт Вит. А., Вольперт Вл. А. и др. ФГВ, 1988, 24, 6, 77.
3. Бабаджанян А. С., Вольперт Вит. А., Вольперт Вл. А. и др. ФГВ, 1989, 25, 1, 27.
4. Вольперт В. А., Вольперт А. И., Мержанов А. Г. Докл. АН СССР, 1982, 263, 4, 918.
5. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б. и др. Математическая теория горения и взрыва.— М.: Наука, 1980.

п. Черноголовка

Поступила в редакцию 18/1 1989

УДК 661.76.014.001.573 : 517.9

В. И. Кормилицын, Н. Ю. Кудрявцев

ФАКЕЛЬНОЕ СЖИГАНИЕ ПРИРОДНОГО ГАЗА С ПОДАЧЕЙ ВОДЫ В ЗОНУ ГОРЕНИЯ

Широкое применение в народном хозяйстве энергетических установок на органическом топливе и высокие требования к защите атмосферы при их эксплуатации приводят к необходимости ограничения вредных выбросов. Основным токсичным веществом при сжигании наиболее экологически чистого топлива — природного газа — являются оксиды азота NO_x , состоящие из оксида NO и диоксида азота NO_2 .

В камере сгорания образованию NO_2 обязательно предшествует появление NO . Преобладающие в продуктах сгорания термические оксиды азота получаются при очень высоких температурах, однако это происходит довольно медленно в сравнении с процессом горения — за несколько миллисекунд. Отсюда вытекают два основных подхода к борьбе с выбросами NO : снижение максимальной температуры или уменьшение времени пребывания продуктов сгорания в зоне активного горения.

Стандартным промышленным способом борьбы с выбросами NO_x стал впрыск воды или пара в камеру сгорания [1, 2]. Физическая основа этого метода — отвод теплоты в зоне горения на испарение капель воды и перегрев образовавшегося пара. Установлено, что для эффективного впрыска воды без значительного снижения экономичности установки требуется избирательное, т. е. локальное воздействие на факел [2]. Следовательно, пути управления процессом подавления образования NO_x должны быть направлены непосредственно на определение локальных высокотемпературных зон и состоять в эффективном воздействии на них. Однако отсутствие до последнего времени строгого теоретического обоснования степени подавления NO_x вводом воды в зону горения при сжигании природного газа не позволяет на практике найти оптимальные условия реализации этого метода.

Ясно, что назрела необходимость в систематическом изучении всех факторов, которые могут влиять на процесс горения в топках энергетических установок, с целью повышения эффективности сжигания топлива и уменьшения загрязнения окружающей среды. Один из путей решения этой проблемы — привлечение теоретических разработок и, в частности, методов математического моделирования. В настоящей работе представ-