УДК 532.517.4

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НА КОНТАКТНЫХ ГРАНИЦАХ ТРЕХСЛОЙНОЙ ГАЗОВОЙ СИСТЕМЫ. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

## А. Э. Большакова, В. В. Змушко, Н. В. Невмержицкий, А. Н. Разин, Е. Д. Сеньковский, Е. А. Сотсков

Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, 607188 Саров, Россия E-mails: AEBolshakova@vniief.ru, VVZmushko@vniief.ru, NVNevmerzhitskiy@vniief.ru, ANRazin@vniief.ru, EDSenkovskiy@vniief.ru, EASotskov@vniief.ru

Представлены результаты экспериментальных и расчетных исследований развития неустойчивости и перемешивания на контактных границах газов с разной плотностью. Показано, что неустойчивость и перемешивание на двух контактных границах трехслойной газовой системы возникают после прохождения через контактные границы ударной волны с числом Маха М = 1,3, которая формируется на левом торце и движется по трубе. Проведено два эксперимента, в первом из которых центральный слой заполняется тяжелым газом (элегаз), во втором — легким (гелий). Слева и справа от центрального слоя находится воздух при атмосферном давлении. Проведено сравнение полученных результатов.

Ключевые слова: трехслойная газовая система, контактные границы, ударные волны, неустойчивость, турбулентное перемешивание, математическое моделирование.

DOI: 10.15372/PMTF20210105

Введение. Неустойчивость и турбулентное перемешивание (ТП), развивающиеся на контактных границах (КГ) слоистых систем после прохождения ударной волны (УВ), могут оказывать значительное влияние на характеристики исследуемого течения, поэтому их необходимо учитывать при численном моделировании устройств для получения высоких плотностей энергии. В настоящее время для учета ТП в математических методиках используется ряд подходов. Наличие большого числа методик свидетельствует о слабой теоретической разработанности данной темы. При этом отсутствие необходимых экспериментальных данных (например, о взаимодействии УВ с пульсациями газодинамических величин и вихрями); наличие нерешенных проблем в используемых численных методиках (например, отсутствие сходимости решения на фронте скачка при разностном решении уравнений Эйлера, диссипативные и дисперсионные погрешности разностной схемы и т. п.) препятствуют получению решения с заданной точностью и не позволяют понять физические механизмы процессов перемешивания.

© Большакова А. Э., Змушко В. В., Невмержицкий Н. В., Разин А. Н., Сеньковский Е. Д., Сотсков Е. А., 2021

Среди подходов, используемых для описания развития неустойчивости и TП, значительная роль отводится численному моделированию на основе уравнений Эйлера или Навье — Стокса. По мнению ряда исследователей, такой подход к моделированию позволит описывать TП на границах слоистых систем с необходимой точностью лишь в будущем. Тем не менее работы по совершенствованию методик расчета (например, с использованием разностных схем повышенного порядка точности [1]) активно ведутся, и с развитием вычислительной техники и математических методов эти методики позволят описывать реальные процессы.

При организации расчета, как правило, возникает ряд проблем, которые в настоящее время не решены, в частности, проблема задания начальных данных для инициализации развития неустойчивости на КГ разноплотных газов. Зависимость результатов моделирования задачи от начальных условий для инициализации неустойчивости хорошо известна и является предметом экспериментальных, численных и теоретических исследований (см., например, [2–13]).

В работе [2] при моделировании лабораторного эксперимента, поставленного в Институте физики взрыва (ИФВ) по заданию Института теоретической и математической физики (ИТМФ) Всероссийского научно-исследовательского института экспериментальной физики, установлено, что если в расчетах не задавать шероховатость КГ, то достигнуть согласованного с экспериментом развития неустойчивости и ТП не удается. В работе [3] при моделировании вихря Тейлора — Грина выявлено, что форма и размерность (двумерная или трехмерная) начальных возмущений оказывают влияние на время перехода из режима развития неустойчивости в режим ТП.

Таким образом, вследствие сложности решаемых практических задач и нерешенности многих проблем численного моделирования турбулентных течений необходимо обоснование результатов расчетов. Как правило, для калибровки численных методик используются аналитические решения модельных уравнений, проводятся расчеты на сходимость решения при измельчении сетки и сравнение с данными, полученными по другим методикам. Однако без моделирования задачи с использованием экспериментальных данных достоверность получаемых результатов расчетов сомнительна.

Начиная с 2005 г. в ИФВ по заданию ИТМФ проводится комплекс экспериментальных исследований развития ТП на контактных границах слоистых газовых систем под действием УВ. Результаты экспериментов используются для понимания физического механизма процесса перемешивания, тестирования численных методик и отработки технологии расчета. В настоящее время большое количество экспериментов выполнено с трехслойными системами, в которых одна из КГ располагалась под углом к направлению движения УВ, вторая — поперек УВ [14–21]. При выбранных углах наклона КГ реализуется как регулярное (все волны пересекаются в одной точке на КГ), так и нерегулярное взаимодействие УВ с наклонной КГ [20].

В настоящей работе приведены данные расчетно-экспериментального исследования формирования поля течения в двух опытах с трехслойной газовой системой, в которых первая КГ имеет вид наклонной ступеньки, вторая КГ расположена поперек ударной трубы. В первом опыте центральный слой заполнен тяжелым газом (элегазом SF<sub>6</sub>), во втором легким (гелием He).

1. Экспериментальная установка. Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Ударная труба (УТ) состоит из камер высокого и низкого давления, канала и измерительной секции, включающей 2–3 отсека [21]. Камеры высокого и низкого давления разделены мембраной, изготовленной из целлофана.

Измерительная секция изготовлена из оптически прозрачного оргстекла. Внутреннее сечение секции имеет размеры 12 × 4 см. В измерительной секции устанавливались две





Д1, Д2 — датчики времени; 1 — камера высокого давления, 2 — ударная труба, 3 — мембрана, 4 — канал, 5 — камера низкого давления, 6 — измерительная секция

полимерные пленки толщиной  $\tau \approx 1$  мкм (КГ). Выходной торец последнего отсека секции представлял собой жесткую стенку из оргстекла. Объем измерительной секции между полимерными пленками заполнялся (методом прокачки приблизительно 50 раз по объему) либо гелием (скорость звука  $C_0 \approx 965$  м/с, начальная плотность  $\rho_0 = 0,000178$  г/см<sup>3</sup>, показатель адиабаты  $\gamma = 1,63$ ), либо элегазом ( $C_0 \approx 129,5$  м/с,  $\rho_0 = 0,0065$  г/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 1,094$ ) при атмосферном давлении. В камере низкого давления и в канале находился воздух при атмосферных условиях. Чистота газа контролировалась с помощью интерферометра с погрешностью, приближенно равной 3 %.

Камера высокого давления УТ заполнялась воздухом, сжатым до избыточного давления. Мембрана разрушалась в результате электровзрыва наклеенной на нее нихромовой проволочки. После разрыва мембраны по камере низкого давления распространялась стационарная УВ, число Маха которой определяется величиной избыточного давления.

При выходе УВ на первую контактную границу (КГ1) на ней происходит распад разрыва с образованием УВ, движущейся вниз по потоку, и отраженной волны, распространяющейся вверх по потоку. При падении УВ на КГ разделительная мембрана разрушается на фрагменты различных размеров, создавая спектр начальных возмущений, граница раздела газов начинает ускоренное движение, в результате чего на ней возникает неустойчивость Рихтмайера — Мешкова, приводящая к развитию ТП. В результате взаимодействия УВ, прошедшей КГ1, со второй контактной границей (КГ2) на ней также развивается неустойчивость Рихтмайера — Мешкова и в дальнейшем формируется зона ТП (ЗТП). Таким образом, в рассматриваемых системах ТП развивается на двух КГ под действием падающих УВ и волн, циркулирующих в центральном слое.

2. Математическая модель. Математическое моделирование лабораторных опытов выполнялось в двумерной постановке по методике МИМОЗА с использованием уравнений Эйлера без привлечения каких-либо моделей учета ТП. Расчетная методика основана на подходе Лагранжа — Эйлера, выделении газов путем задания их концентраций [22–25]. Такой подход является эффективным при моделировании задач механики сплошной среды с большими деформациями.

При решении уравнений Эйлера с использованием разностных схем возникает ряд математических проблем, не имеющих законченного решения [20], в том числе отсутствие сходимости решения на фронте УВ при измельчении сетки. Проблема сходимости разностного решения уравнений Эйлера на фронте УВ является актуальной при расчете турбулентных течений с использованием полуэмпирических моделей, так как генерационные члены уравнений ТП определяются градиентами средних газодинамических величин, а на фронте УВ градиенты зависят от размера сетки (обратно пропорциональны размеру расчетной ячейки). Также необходимо отметить проблему наличия диссипативных погрешностей разностных схем, подавляющих турбулентные пульсации газодинамических величин, в результате чего уменьшается точность расчета взаимодействия УВ с турбулентным потоком. Наконец, вследствие нефизичного размытия КГ в процессе расчета для отслеживания их положения необходимо использовать различные алгоритмы, которые могут не допускать перемешивание веществ даже в ситуациях, когда это должно происходить в реальности.

Расчетный шаг в методике МИМОЗА включает два этапа: на первом этапе выполняется интегрирование уравнений газовой динамики в лагранжевых координатах, на втором проводится пересчет полученных сеточных значений на первоначальную прямоугольную сетку [24] с помощью алгоритма, основанного на расщеплении задачи по координатам и использовании одномерного алгоритма высокого порядка точности.

На этапе расчета в лагранжевых координатах границы ячеек сетки перемещаются со скоростью, равной скорости газа, массы ячеек не изменяются. Интегрирование системы уравнений выполняется на разнесенной разностной сетке. Термодинамические параметры задачи соответствуют центру расчетной ячейки, координаты и компоненты скорости — узлам сетки. Используется полностью консервативная разностная схема предикторкорректор, аналогичная схеме, использовавшейся в работе [25]. Для предотвращения размытия контактных границ между веществами применяется алгоритм их выделения с помощью задания концентраций. Для подавления паразитических осцилляций численного решения в окрестности больших градиентов газодинамических величин вводится искусственная вязкость, являющаяся суммой квадратичной и линейной вязкостей. В ячейках, содержащих несколько веществ, давление вычисляется покомпонентно, а затем осредняется с учетом объемных концентраций веществ.

Проведена серия расчетов: 1) без задания начальных возмущений на КГ; 2) с возмущением плотности в одном слое ячеек слева и справа от КГ; 3) при задании формы КГ в виде синусоиды с амплитудой a = 0,002 см (на участке границы длиной 1 см размещалось приблизительно 20 волн). В последнем случае шероховатость КГ формируется путем возмущения концентраций веществ, прилегающих к границе: в ячейках сетки, содержащих КГ с синусоидальным возмущением заданной амплитуды, объемные концентрации рассчитываются в соответствии с долями площадей ячейки, на которые синусоида делит ячейки. В работе приводятся результаты расчетов только серии 3 (результаты серий 1 и 2 незначительно отличаются от результатов серии 3). Для базовой сетки (1N) длина стороны квадрата ячейки равна h = 0,04 см, для сетки 2N h = 0,02 см, для сетки 4N h = 0,01 см.



Рис. 2. Геометрия расчетной области: 1 — воздух, 2 — SF<sub>6</sub> или Не



Рис. 3. Регулярное взаимодействие УВ с наклонной ступенькой в различные моменты времени:

a-t=10мкс, b-t=37мкс, b-t=47мкс; 1-КГ1, 2-ударная волна, 3-КГ2; стрелки — направление течения



Рис. 4. Профили плотности (a) и продольной компоненты скорости (б) в расчетах на различных сетках при Y = 10 см, t = 47 мкс: 1 — сетка 1N, 2 — сетка 2N, 3 — сетка 4N

**3.** Результаты моделирования. Полученные результаты сравниваются путем привязки расчетного поля течения к экспериментальному по пространственной координате с помощью нанесенных на прозрачные стенки измерительной секции реперных линий, расположенных через равные промежутки начиная от правого торца трубы.

3.1. Опыт 1. Слои воздух — SF<sub>6</sub> — воздух. Схема постановки расчета приведена на рис. 2.

В начальный момент времени газы покоятся при атмосферном давлении. Воздух имеет следующие параметры: плотность  $\rho = 0,0012$  г/см<sup>3</sup>, показатель адиабаты  $\gamma = 1,4$ . На правой границе задается давление, при котором формируется УВ с числом Маха M = 1,3, на боковых стенках ставится условие скольжения потока, выходная граница представляет собой жесткую стенку. После разрыва диафрагмы УВ движется слева направо и при t = 0 приходит на первую КГ.

Исследуем движение КГ и УВ в расчете. На рис. 3 показано поле функции  $F = \exp(\nabla \rho)$ . На рис. 3, *а* видно, что падающая на КГ1 УВ взаимодействует с наклонной ступенькой и это взаимодействие является регулярным: все волны (падающая, прошедшая и отраженная) пересекаются в одной узловой точке [20]. Момент выхода УВ на КГ2 (t = 37 мкс) показан на рис. 3, *б*. На рис. 3, *в* приведена картина течения в момент времени, когда УВ прошла часть КГ2, а по центральному слою движется волна разрежения.

Профили плотности и продольной компоненты скорости при Y = 10 см, представленные на рис. 4, позволяют оценить положения границ волны разрежения и УВ, интенсивности волны разрежения и прошедшей УВ.

Расчетная и экспериментальная формы центрального слоя в случае регулярного взаимодействия УВ со ступенькой представлены на рис. 5. Для сравнения на экспериментальную картину поля течения (см. рис. 5,a) нанесены линии, обозначающие границу центрального слоя. Полученная контурная линия наложена на расчетное поле течения (см. рис.  $5, \delta$ ). Из рис. 5, a следует, что на КГ2 перемешивание развито слабо. На верхней половине КГ1 ширина зоны перемешивания приблизительно равна 3 см. При оценке ширины зоны необходимо учитывать, что изображение поля течения в опыте получено в проходящем свете: объем измерительной секции проецировался на плоскость. Для получения более подробной информации о перемешивании в заданной плоскости течения в экспериментах необходимо использовать метод лазерного ножа.

На рис. 6 представлена зависимость плотности от размера ячейки разностной сетки при Y = 4; 7 см. На рис. 6, *а* видно, что плотность слабо зависит от размера ячейки



Рис. 5. Экспериментальная (a) и расчетная (б) формы центрального слоя при регулярном взаимодействии УВ со ступенькой (t = 75,1 мкс): штриховые линии — границы центрального слоя, стрелки — направление течения, ЗТП1, ЗТП2 — зоны ТП на КГ1, КГ2 соответственно, ОВ — отраженное возмущение



Рис. 6. Профили плотности в расчетах на различных сетках при t = 76,5 мкс: a - Y = 4 см,  $\delta - Y = 7$  см; 1 -сетка 1N, 2 -сетка 2N, 3 -сетка 4N



Рис. 7. Зависимость завихренности потока от времени при различных размерах сетки:

 $a-\omega>0,\, \delta-\omega<0;\, 1-$ сетка 1<br/>N,2-сетка 2N,3-сетка 4N



Рис. 8. Нерегулярное взаимодействие УВ с наклонной ступенькой в различные моменты времени:

a-t=7,0мкс, б<br/> — t=15,0мкс; 1 — КГ1, 2 — КГ2, 3 — УВ, прошедшая КГ, 4 — УВ, падающая на КГ1; стрелки — направление течения



Рис. 9. Экспериментальная (a) и расчетная (б) формы центрального слоя при нерегулярном взаимодействии УВ со ступенькой при t = 37,3 мкс (штриховые линии — границы центрального слоя)

разностной сетки. В окрестности закрученного течения (см. рис. 6,6) наблюдается гетерогенное смешение легкого и тяжелого газов.

На рис. 7 показано влияние размера расчетной ячейки на завихренность потока. Завихренность потока рассчитывалась в каждой ячейке разностной сетки, а затем положительные ( $\omega > 0$ ) и отрицательные ( $\omega < 0$ ) значения суммировались по расчетной области. Согласно рис. 7 в расчетах наблюдается значительная зависимость завихренности от размера ячейки сетки.

3.2. Опыт 2. Слои воздух — Не — воздух. Опыт выполнен в аналогичной постановке, но в центральный слой закачивается легкий газ (Не).

На рис. 8 показано поле функции  $F = \exp(\nabla \rho)$ . На рис. 8,  $a \ (t = 7 \text{ мкс})$  видно, что падающая на КГ1 УВ взаимодействует с наклонной ступенькой и это взаимодействие является нерегулярным: волны (падающая, прошедшая и отраженная) пересекаются с КГ в разных точках [20]. На рис. 8,  $\delta$  показана картина течения в момент времени t = 15 мкс, когда УВ прошла КГ2.

Расчетная и экспериментальная формы центрального слоя в случае нерегулярного взаимодействия УВ со ступенькой показаны на рис. 9. Для сравнения на экспериментальную картину поля течения (см. рис. 9,a) нанесены линии, обозначающие границу центрального слоя. Полученная контурная линия наложена на расчетное поле течения (см. рис.  $9, \delta$ ). На рис. 9, a видно, что на КГ2 перемешивание развито лишь в ее нижней половине, на КГ1, по-видимому, наблюдается гетерогенное перемешивание газов.



Рис. 10. Профили плотности в расчетах на различных сетках при t = 34,5 мкс: a - Y = 6 см,  $\delta - Y = 10$  см; 1 -сетка 1N, 2 -сетка 2N, 3 -сетка 4N



Рис. 11. Зависимость потока от времени при различных размерах сетки:  $a-\omega>0,\, \delta-\omega<0;\, 1-$ сетка 1N,2-сетка 2N,3-сетка 4N

На рис. 10 приведены профили плотности, полученные в расчетах на сетках 1N, 2N, 4N при t = 34,5 мкс, Y = 6, 10 см. На всех сетках, за исключением окрестностей вихревых образований, получены близкие результаты. Влияние размера расчетной ячейки на величину завихренности потока можно оценить по данным, приведенным на рис. 11.

Заключение. Экспериментально и численно (с использованием методики МИМОЗА) исследовано развитие течения в трубе постоянного сечения после прохождения УВ по трехслойной газовой системе. В опытах положение и форма контактных границ формировались с помощью двух тонких пленок, между которыми закачивались газы с различной плотностью. В первом эксперименте (слои воздух — SF<sub>6</sub> — воздух) после отражения УВ от второй КГ турбулентное перемешивание развивается под влиянием волны разрежения, во втором эксперименте (слои воздух — He — воздух) между контактными границами циркулирует УВ. В экспериментах с помощью оптических методов фиксировалось поле течения в различные моменты времени. Изображения поля течения получены в проходящем свете (объем газа измерительной секции проецировался на плоскость).

Результаты моделирования лабораторных экспериментов получены путем интегрирования уравнений Эйлера с использованием разностной схемы второго порядка точности. Выполнено три серии расчетов (без учета начальных возмущений КГ, при задании случайных возмущений плотности в одном слое слева и в одном слое справа от КГ, при наложении на контактную границу возмущения в виде синусоиды). Показано, что форма центральной области газа трехслойной системы и положение скачков в поле течения, полученные в расчете, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Установлено, что рассмотренные способы инициирования развития неустойчивости и использованная в расчетах методика моделирования (в частности, отслеживание движения КГ с помощью задания концентраций) на некоторых участках КГ не обеспечивают перемешивания, согласующегося с результатами эксперимента.

В дальнейшем необходимо детально исследовать влияние начальной шероховатости контактных границ на развитие зон турбулентного перемешивания и, возможно, скорректировать технологию проведения расчетов. Для описания структуры течения предполагается провести эксперименты с использованием метода лазерного ножа.

## ЛИТЕРАТУРА

- Subramaniam A., Lele S. K. Numerical simulation of multi-material mixing in an inclined interface Richtmyer — Meshkov instability // AIP Conf. Proc. 2017. V. 1793. 150006. DOI: 10.1063/1.4971735.
- 2. Бодров Е. В., Змушко В. В., Невмержицкий Н. В. и др. Расчетно-экспериментальное исследование развития турбулентного перемешивания в газовой слойке при прохождении ударной волны // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2018. № 3. С. 54–62.
- Drikakis D., Fureby C., Grinstein F., Youngs D. Simulation of transition and turbulence decay in the Taylor — Green vortex // J. Turbulence. 2007. V. 8. P. 1–20.
- 4. Ukai S., Balakrishnan K., Menon S. Growth rate predictions of single- and multi-mode Richtmyer Meshkov instability with reshock // Shock Wave. 2011. V. 21. P. 533–546.
- Olson B., Greenough J. Large eddy simulation requirements for Richtmyer Meshkov instability // Phys. Fluids. 2014. V. 26. 044103.
- Cohen R., Dannevik W., Dimits A., et al. Three-dimensional simulation of a Richtmyer Meshkov instability with a two-scale initial perturbation // Phys. Fluids. 2002. V. 14. P. 3692–3709.
- Thornber B., Drikakis D., Williams R., Youngs D. The influence of initial conditions on turbulent mixing due to Richtmyer — Meshkov instability // J. Fluid Mech. 2010. V. 654. P. 99–139.
- Gowardhan A., Grinstein F. Numerical simulation of Richtmyer Meshkov instabilities in shocked gas curtains // J. Turbulence. 2011. V. 12. P. 1–24.
- Эмитренко Н. В., Ладонкина М. Е., Тишкин В. Ф. Численное исследование турбулентного перемешивания для одной задачи о развитии неустойчивости Рихтмайера — Мешкова // Вопр. атом. науки и техники. Сер. Мат. моделирование физ. процессов. 2004. Вып. 1. С. 12–26.
- Синькова О. Г., Стаценко В. П., Янилкин Ю. В. Численное моделирование опыта по исследованию турбулентного перемешивания после неоднократного прохождения ударной волны через границу раздела // Вопр. атом. науки и техники. Сер. Теорет. и прикл. физика. 2004. Вып. 3. С. 17–22.
- 11. Haines B., Grinstein F., Schwarzkopf J. Reynolds-averages Navier Stokes initialization and benchmarking in shock-driven turbulent mixing // J. Turbulence. 2013. V. 14, N 2. P. 46–70.
- Grinstein F. Initial conditions and modeling for simulations of shock driven turbulent material mixing // Comput. Fluids. 2017. V. 151. P. 58–72.
- Hahn M., Drikakis D., Youngs D., Williams R. Richtmyer Meshkov turbulent mixing arising from an inclined material interface with realistic surface perturbations and reshocked flow // Phys. Fluids. 2011. V. 23. 046101.

- 14. Сеньковский Е. Д., Невмержицкий Н. В., Разин А. Н. и др. Эксперименты по исследованию турбулентного перемешивания в трехслойных газовых системах // Сб. докл. междунар. конф. "9-е Харитоновские тематические научные чтения", Саров, 12–16 марта 2007 г. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2007. С. 637–642.
- 15. Невмержицкий Н. В., Разин А. Н., Трутнев Ю. А. и др. Исследование развития турбулентного перемешивания в трехслойных газовых системах с наклонной контактной границей // Вопр. атом. науки и техники. Сер. Теорет. и прикл. физика. 2008. Вып. 2. С. 12–17.
- 16. Невмержицкий Н. В., Разин А. Н., Сеньковский Е. Д. и др. Исследование турбулентного перемешивания в трехслойных газовых системах лазерным методом // Вопр. атом. науки и техники. Сер. Теорет. и прикл. физика. 2009. Вып. 3. С. 44–54.
- 17. Невмержицкий Н. В., Разин А. Н., Сеньковский Е. Д. и др. Исследование турбулентного перемешивания в трехслойных газовых системах // Сб. докл. междунар. конф. "13-е Харитоновские тематические научные чтения (Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны)", Саров, 14–18 марта 2011 г. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2011. С. 591–597.
- 18. Невмержицкий Н. В., Разин А. Н., Сеньковский Е. Д. и др. Развитие зон турбулентного перемешивания в трехслойных газовых системах в условиях регулярного и нерегулярного взаимодействия ударной волны с контактной границей // Сб. докл. междунар. конф. "17-е Харитоновские тематические научные чтения (Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны)", Саров, 23–25 марта 2015 г. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2015. С. 722–745.
- 19. Невмержицкий Н. В., Разин А. Н., Сеньковский Е. Д. и др. Экспериментальное и численное исследование процесса турбулентного перемешивания на контактных границах трехслойных газовых систем // ПМТФ. 2015. Т. 56, № 2. С. 32–42.
- 20. Разин А. Н. Моделирование неустойчивости и турбулентного перемешивания в слоистых системах. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2010.
- 21. **Невмержицкий Н. В.** Гидродинамические неустойчивости и турбулентное перемешивание веществ. Лабораторное моделирование. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2018.
- 22. Змушко В. В., Плетенев Ф. А., Сараев В. А., Софронов И. Д. Методика решения трехмерных уравнений газовой динамики в смешанных лагранжево-эйлеровых координатах // Вопр. атом. науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач мат. физики. 1988. Вып. 1. С. 22–27.
- 23. Софронов И. Д., Афанасьева Е. А., Винокуров О. А. и др. Комплекс программ МИМОЗА для решения многомерных задач механики сплошной среды на ЭВМ "Эльбрус-2" // Вопр. атом. науки и техники. Сер. Мат. моделирование физ. процессов. 1990. Вып. 2. С. 3–9.
- Zmushko V. V. Computation of convective flows and their realization in MIMOZA code // Proc. of the Intern. workshop "New models of numerical codes for shock wave processes in condensed media", Oxford, Sept. 15–19, 1997. Aldermaston: S. n., 1997.
- 25. **Ладагин В. К., Пастушенко А. М.** Об одной схеме расчета газодинамических течений // Численные методы механики сплошной среды. 1977. Т. 8, № 2. С. 66–72.

Поступила в редакцию 26/XII 2019 г., после доработки — 1/VI 2020 г. Принята к публикации 31/VIII 2020 г.