

**ОБ ИОННОМ ТОКЕ НАСЫЩЕНИЯ
НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗОНД
В МЕДЛЕННО ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ**

М. С. Бенилов, Б. В. Рогов, Г. А. Тирский

(Москва)

Данная работа посвящена определению тока насыщения на электрический зонд, обтекаемый потоком умеренно ионизованной плазмы в условиях, когда число Рейнольдса набегающего потока мало. Как известно, задача об определении тока насыщения сводится к расчету квазинейтральной молярной концентрации заряженных частиц [1].

Получена формула для тока насыщения на сферический зонд с учетом неизотермичности плазмы и переменности ее переносных свойств. Для решения этой задачи в пределе малого числа Рейнольдса набегающего потока плазмы применяется метод сращиваемых асимптотических разложений. В [2, 3] этим методом было найдено выражение для потока диффундирующих частиц на тело произвольной формы в изотермической среде. В данной работе примененный в [2, 3] подход модифицирован для получения выражения потока диффундирующих частиц на сферу в неизотермической среде с переменными переносными свойствами.

На основе этой формулы и известных ранее теоретических и экспериментальных результатов сделан вывод о том, что в определенном диапазоне изменения температуры зонда зависимость ионного тока насыщения на электрический зонд в химически замороженной плазме от указанной температуры является слабой. В пренебрежении этой зависимостью на основе результатов [2, 3] получена формула для тока насыщения на зонд произвольной геометрической формы в потоках плазмы с малыми числами Рейнольдса.

Теоретически подтверждена и развита предложенная в экспериментальной работе [4] для диагностики медленно движущейся плазмы методика «движущегося зонда».

1. Постановка задачи. Рассмотрим течение трехкомпонентного (состоящего из однозарядных ионов одного сорта, электронов и одного сорта нейтралов) умеренно ионизованного газа (плазмы) около проводящего заряженного тела (электрического зонда) в условиях, когда длина свободного пробега частиц много меньше характерного размера зонда. Течение плазмы будем предполагать термодинамически равновесным (температуры электронов и тяжелых частиц совпадают) и химически замороженным с гетерогенными реакциями на поверхности зонда.

Определим безразмерный ионный ток насыщения I_i на электрический зонд произвольной геометрической формы в виде

$$(1.1) \quad I_i = - I_i^0 / (en_e^0 D_{i\infty}^0 L), \quad I_i^0 = \int_S \mathbf{j}_i^0 d\mathbf{S}^0,$$

где \mathbf{j}_i^0 — плотность ионного тока насыщения на зонд; элемент поверхности $d\mathbf{S}^0$ направлен по внешней нормали к поверхности зонда S ; e — заряд электрона; n_e^0 — объемная концентрация электронов; D_{ij}^0 — бинарный коэффициент диффузии; L — характерный размер зонда (для сферического зонда примем равным радиусу зонда a); индексы i, e, n приписаны ионам, электронам и нейтралам соответственно; индекс ∞ соответствует условиям в набегающем потоке.

В дальнейшем размерные физические величины в отличие от соответствующих безразмерных величин будут помечены верхним индексом S .

Подставляя в формулу (1.1) выражение для плотности ионного тока насыщения, найденное в [1], получим в безразмерных переменных

$$(1.2) \quad I_i = 4\pi (\rho D_{in})_w \text{Sh}, \quad \text{Sh} = -\frac{1}{2\pi} \int_S \nabla \xi dS,$$

где ρ , D_{in} — безразмерные плотность и коэффициент диффузии; $\xi = (x_\infty - x)/x_\infty$; x — квазинейтральная молярная концентрация заряженных частиц; Sh — безразмерное число Шервуда, характеризующее поток заряженных частиц на зонд; индекс w относится к условиям на поверхности зонда. Здесь и далее в качестве масштаба длин принят характерный размер зонда L , а в качестве масштаба других величин (плотности, температуры, коэффициентов переноса, скорости) приняты их значения на бесконечности. Величина ρD_{in} предполагается постоянной на поверхности зонда в силу постоянства температуры этой поверхности.

Функция ξ определяется из уравнения амбиполярной диффузии [1], которое в пренебрежении эффектом термодиффузии и квадратичным членом отсительно числа Маха бародиффузионным членом имеет в безразмерных переменных вид

$$\text{Re}_\infty \text{Sc}_\infty \rho \mathbf{v} \nabla \xi - \text{div} (\rho D_a \nabla \xi) = 0, \quad \text{Re}_\infty = \left(\frac{\rho^0 v^0 L}{\mu^0} \right)_\infty,$$

$$\text{Sc}_\infty = \left(\frac{\mu^0}{\rho^0 D_a^0} \right)_\infty, \quad D_a^0 = \frac{2D_{in}^0 D_{en}^0}{D_{en}^0 + D_{in}^0} \approx 2D_{in}^0,$$

где \mathbf{v} — среднемассовая скорость, отнесенная к ее значению на бесконечности v_x^0 ; Re , Sc — число Рейнольдса и амбиполярное число Шмидта; μ^0 — коэффициент динамической вязкости.

В предположении постоянства числа Шмидта и степенного закона для вязкости последнее уравнение имеет вид

$$(1.3) \quad \text{Re}_\infty \rho \mathbf{v} \nabla \xi - (1/\text{Sc}) \text{div} (\mu \nabla \xi) = 0, \quad \mu = T^n,$$

где T — температура.

Поверхность зонда считаем идеально поглощающей, идеально каталитической и не эмиттирующей. В этом случае квазинейтральную концентрацию заряженных частиц на обтекаемой поверхности можно принять равной нулю [1]. Вдали от зонда концентрации ионов и электронов стремятся к своим значениям в невозмущенной плазме. Поэтому граничные условия для функции ξ имеют вид

$$(1.4) \quad \text{на поверхности зонда } \xi = 1, \text{ вдали от зонда } \xi = 0.$$

Величины \mathbf{v} , ρ , T определяются из решения задачи обтекания тела (зонда) вязким теплопроводным газом без учета наличия ионизации.

Как указывалось выше, цель данной работы состоит в определении вида функции $I_i(\text{Re}_\infty)$ при малых значениях аргумента Re_∞ . Точнее, будем искать первые два члена разложения этой функции при $\text{Re}_\infty \rightarrow 0$.

2. Сферический зонд в неизотермической плазме. Для решения задачи о сферическом зонде в неизотермической медленно движущейся плазме, кроме (1.3), (1.4), необходимы уравнение притока тепла и уравнение неразрывности, а также граничные условия для температуры и среднемассовой скорости.

Уравнение притока тепла [5] в пренебрежении членами порядка квадрата числа Маха и граничные условия для температуры имеют вид

$$(2.1) \quad \text{Re}_\infty \rho \mathbf{v} \nabla T - \frac{1}{\sigma} \text{div} (\mu \nabla T) = 0, \quad \sigma = \frac{\mu^0 c_p^0}{\lambda^0},$$

$$r = 1, T = T_w; \quad r \rightarrow \infty, T \rightarrow 1,$$

где σ — число Прандтля; λ^0 — коэффициент теплопроводности; c_p^0 —

теплоемкость; r — радиальная координата. При этом предполагается, что нейтральный газ имеет постоянные теплоемкость и число Прандтля.

Приближенное асимптотическое решение задачи (1.3), (1.4), (2.1) будем искать, следуя [2, 3], методом сращиваемых асимптотических разложений по числу Рейнольдса во внутренней ($1 \leq r < O(\text{Re}_\infty^{-1})$) и внешней ($O(\text{Re}_\infty^{-1}) \leq r < \infty$) зонах течения.

Асимптотические разложения решения задачи имеют вид:

внутреннее

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \xi(r, \theta; \text{Re}_\infty) &= \xi_0(r, \theta) + \text{Re}_\infty \xi_1(r, \theta) + \dots, \\ T(r, \theta; \text{Re}_\infty) &= T_0(r, \theta) + \text{Re}_\infty T_1(r, \theta) + \dots; \end{aligned}$$

внешнее

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \xi(r, \theta; \text{Re}_\infty) &= \text{Re}_\infty \xi^{(1)}(r', \theta) + \dots, \\ T(r, \theta; \text{Re}_\infty) &= 1 + \text{Re}_\infty T^{(1)}(r', \theta) + \dots, \end{aligned}$$

где θ — угол между радиусом-вектором r и направлением скорости набегающего потока; $r' = r \text{Re}_\infty$ — сжатая радиальная координата.

Будем предполагать, что внешнее и внутреннее разложения средне-массовой скорости имеют вид

$$\mathbf{v}(r, \theta; \text{Re}_\infty) = \mathbf{i} + \dots, \quad \mathbf{v}(r, \theta; \text{Re}_\infty) = \mathbf{v}_0(r, \theta) + \dots,$$

где \mathbf{i} — единичный вектор в направлении скорости набегающего потока.

Подставляя разложение (2.2) для функции ξ в формулу (1.2), имеем разложение числа Шервуда по числу Re_∞

$$\text{Sh}(\text{Re}_\infty) = \text{Sh}_0 + \text{Re}_\infty \text{Sh}_1 + \dots, \quad \text{Sh}_0 = -\frac{1}{2\pi} \int_S \nabla \xi_0 dS, \quad \text{Sh}_1 = -\frac{1}{2\pi} \int_S \nabla \xi_1 dS.$$

Найдем нулевое приближение для внутреннего разложения функций ξ , T , соответствующее случаю покоящейся плазмы. Из (1.3), (1.4), (2.1), (2.2) для определения ξ_0 и T_0 получаем следующие уравнения и граничные условия:

$$(2.4) \quad \begin{aligned} \text{div}(\mu_0 \nabla T_0) &= 0, \quad \text{div}(\mu_0 \nabla \xi_0) = 0, \quad \mu_0 = T_0^n, \\ r = 1, \quad \xi_0 &= 1, \quad T_0 = T_w. \end{aligned}$$

Кроме того, функции ξ_0 , T_0 должны удовлетворять условиям сращивания с нулевым членом внешнего разложения, т. е. обращаться в 0 и 1 на бесконечности.

Решением задачи (2.4) является

$$(2.5) \quad \xi_0 = \frac{1 - T_w}{1 - T_w}, \quad T_0 = \left(1 + \frac{T_w^{n+1} - 1}{r} \right)^{1/(n+1)}.$$

Теперь можно найти нулевое приближение для числа Шервуда Sh_0 , отвечающее массообмену в покоящейся плазме:

$$(2.6) \quad \text{Sh}_0 = 2T_w^{-n} f(T_w), \quad f(T_w) = \frac{1}{n+1} \frac{1 - T_w^{n+1}}{1 - T_w}.$$

Перейдем к построению следующего приближения для числа Шервуда Sh . Найдем функции $\xi^{(1)}$, $T^{(1)}$. Для этого потребуются асимптотика функций ξ_0 , T_0 на бесконечности. Из формул (2.5) следует при $r \rightarrow \infty$

$$(2.7) \quad \begin{aligned} \xi_0 &= c_1/r + O(1/r^2), \quad c_1 = f(T_w), \quad T_0 = 1 + c_2/r + O(1/r^2), \\ c_2 &= -(1 - T_w)f(T_w). \end{aligned}$$

Из (1.3), (1.4), (2.1), (2.3), (2.7) для функций $\xi^{(1)}$, $T^{(1)}$ имеем следующие задачи

$$(2.8) \quad \begin{aligned} i \nabla' T^{(1)} - (1/\sigma) \text{div}'(\nabla' T^{(1)}) &= 0, \\ i \nabla' \xi^{(1)} - (1/Sc) \text{div}'(\nabla' \xi^{(1)}) &= 0, \end{aligned}$$

$$r' \rightarrow \infty, T^{(1)} \rightarrow 0, \xi^{(1)} \rightarrow 0; r' \rightarrow 0, T^{(1)} \sim c_2/r' + \dots, \\ \xi^{(1)} \sim c_1/r' + \dots,$$

где $\nabla', \operatorname{div}'$ — соответствующие дифференциальные операторы с учетом радиального сжатия.

Решением задач (2.8) являются функции

$$(2.9) \quad \xi^{(1)} = (c_1/r') \exp [-(1/2) Sc r'(1 - \cos \theta)], \\ T^{(1)} = (c_2/r') \exp [-(1/2) \sigma r'(1 - \cos \theta)].$$

Для определения первого члена внутреннего разложения функций ξ, T из (1.3), (1.4), (2.1), (2.2), (2.9) имеем краевую задачу

$$(2.10) \quad \rho_0 \mathbf{v}_0 \nabla \xi_0 - \frac{1}{Sc} \operatorname{div} (\mu_0 \nabla \xi_1 + \mu_1 \nabla \xi_0) = 0, \mu_1 = n T_0^{n-1} T_1;$$

$$(2.11) \quad \rho_0 \mathbf{v}_0 \nabla T_0 - (1/\sigma) \operatorname{div} (\mu_0 \nabla T_1 + \mu_1 \nabla T_0) = 0;$$

$$(2.12) \quad r = 1, \xi_1 = 0, T_1 = 0;$$

$$r \rightarrow \infty, \xi_1 \rightarrow -(1/2) c_1 Sc (1 - \cos \theta), T_1 \rightarrow -(1/2) c_2 \sigma (1 - \cos \theta).$$

Из уравнения неразрывности имеем тождество

$$(2.13) \quad \operatorname{div} (\rho_0 \mathbf{v}_0) = 0.$$

Будет использоваться также граничное условие для среднemasсовой скорости на теле

$$(2.14) \quad r = 1, \mathbf{v}_0 = 0.$$

Как указано выше, цель настоящего анализа состоит в нахождении выражения для числа Sh_1 . Для удобства дальнейших выкладок введем безразмерное число Нуссельта Nu , характеризующее тепловой поток на тело:

$$Nu = \frac{1}{2\pi} \int_S \nabla T dS.$$

Подставляя разложение (2.2) для функции T в последнюю формулу, получим разложение числа Нуссельта по числу Re_∞

$$Nu(Re_\infty) = Nu_0 + Re_\infty Nu_1 + \dots, \quad Nu_0 = \frac{1}{2\pi} \int_S \nabla T_0 dS, \quad Nu_1 = \frac{1}{2\pi} \int_S \nabla T_1 dS.$$

Найдем сначала связь между числами Sh_1 и Nu_1 . Заметим, что из уравнений (2.4) следует тождество $\xi_0 \operatorname{div} (\mu_0 \nabla \xi_1) = \operatorname{div} (\xi_0 \mu_0 \nabla \xi_1) - \mu_0 \nabla \xi_0 \nabla \xi_1 = \operatorname{div} (\xi_0 \mu_0 \nabla \xi_1) - \operatorname{div} (\xi_1 \mu_0 \nabla \xi_0)$.

Умножим уравнение (2.10) на ξ_0 и преобразуем с помощью последнего тождества и тождества (2.13) к виду

$$(2.15) \quad \frac{1}{2} \operatorname{div} (\xi_0^2 \rho_0 \mathbf{v}_0) - \frac{1}{Sc} [\operatorname{div} (\xi_0 \mu_0 \nabla \xi_1) - \\ - \operatorname{div} (\xi_1 \mu_0 \nabla \xi_0) + \xi_0 \operatorname{div} (\mu_1 \nabla \xi_0)] = 0.$$

Рассмотрим сферу Σ_R произвольного радиуса $R > 1$ и объем V_R , заключенный между этой сферой и поверхностью S сферического зонда. Интегрируя уравнение (2.15) по объему V_R , применяя теорему Остроградского — Гаусса и переходя затем к пределу $R \rightarrow \infty$, получим с учетом асимптотики на бесконечности (2.7), (2.12) и граничных условий на теле (2.4), (2.12)

$$(2.16) \quad I_1 - I_2 + J = 0,$$

$$\text{где} \quad I_1 = - \int_S \xi_0 \mu_0 \nabla \xi_1 dS = 2\pi T_w^n Sh_1;$$

$$I_2 = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Sigma_R} \xi_1 \mu_0 \nabla \xi_0 d\Sigma = 2\pi \text{Sc} f^2(T_w);$$

$$(2.17) \quad J = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{V_R} \xi_0 \operatorname{div}(\mu_1 \nabla \xi_0) dV;$$

элемент поверхности $d\Sigma$ сферы Σ_R направлен по внешней нормали. Первый член в уравнении (2.15) не дает никакого вклада в (2.16), так как для любого радиуса $R > 1$ из (2.13), (2.14) имеем

$$(2.18) \quad \int_{\Sigma_R} \rho_0 \mathbf{v}_0 d\Sigma = \int_{\Sigma_R} \rho_0 \mathbf{v}_0 d\Sigma - \int_S \rho_0 \mathbf{v}_0 dS = \int_{V_R} \operatorname{div}(\rho_0 \mathbf{v}_0) dV = 0$$

и, следовательно,

$$(2.19) \quad \int_{V_R} \operatorname{div}(\xi_0^2 \rho_0 \mathbf{v}_0) dV = \int_{\Sigma_R} \xi_0^2 \rho_0 \mathbf{v}_0 d\Sigma - \int_S \xi_0^2 \rho_0 \mathbf{v}_0 dS =$$

$$= \xi_0^2(R) \int_{\Sigma_R} \rho_0 \mathbf{v}_0 d\Sigma = 0.$$

Таким образом, из (2.16) имеем

$$(2.20) \quad 2\pi T_w^n \text{Sh}_1 - 2\pi \text{Sc} f^2(T_w) + J = 0.$$

Заметим, что из уравнений (2.4), (2.5) следуют тождества $\xi_0 \operatorname{div}(\mu_0 \nabla T_1) = \operatorname{div}(\xi_0 \mu_0 \nabla T_1) - \mu_0 \nabla \xi_0 \nabla T_1 = \operatorname{div}(\xi_0 \mu_0 \nabla T_1) - \operatorname{div}(T_1 \mu_0 \nabla \xi_0)$, $\nabla T_0 = -(1 - T_w) \nabla \xi_0$.

Умножим уравнение (2.11) на ξ_0 и преобразуем с помощью последних тождеств и тождества (2.13) к виду

$$(2.21) \quad \frac{1}{2}(1 - T_w) \operatorname{div}(\xi_0^2 \rho_0 \mathbf{v}_0) + \frac{1}{\sigma} [\operatorname{div}(\xi_0 \mu_0 \nabla T_1) -$$

$$- \operatorname{div}(T_1 \mu_0 \nabla \xi_0) - (1 - T_w) \xi_0 \operatorname{div}(\mu_1 \nabla \xi_0)] = 0.$$

Интегрируя последнее уравнение по объему V_R , применяя теорему Остроградского — Гаусса и переходя затем к пределу $R \rightarrow \infty$, получим с учетом асимптотики на бесконечности (2.7), (2.12) и граничных условий на теле (2.4), (2.12)

$$(2.22) \quad I_3 + I_4 + (1 - T_w) J = 0,$$

где

$$I_3 = \int_S \xi_0 \mu_0 \nabla T_1 dS = 2\pi T_w^n \text{Nu}_1;$$

$$I_4 = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Sigma_R} T_1 \mu_0 \nabla \xi_0 d\Sigma = -2\pi \sigma (1 - T_w) f^2(T_w).$$

Интеграл J в уравнении (2.22) представлен в (2.17). Первый член в уравнении (2.21) не дает вклада в (2.22) в силу равенства (2.19).

Таким образом, из (2.22) имеем

$$2\pi T_w^n \text{Nu}_1 - 2\pi \sigma (1 - T_w) f^2(T_w) + (1 - T_w) J = 0.$$

Из последнего уравнения и уравнения (2.20) получаем связь между числами Sh_1 и Nu_1 :

$$(2.23) \quad \text{Sh}_1 = (\text{Sc} - \sigma) T_w^{-n} f^2(T_w) + (1 - T_w)^{-1} \text{Nu}_1.$$

Интересно отметить, что при числе Льюиса — Семенова $\text{Le} = \sigma/\text{Sc} = 1$ получаем из (2.23) в первом приближении аналогию между тепло- и массообменом.

Теперь найдем число Nu_1 . Используя (2.4), (2.10), преобразуем (2.11) к виду

$$(2.24) \quad \rho_0 \mathbf{v}_0 \nabla T_0 - (1/\sigma) \operatorname{div}[\nabla(\mu_1 T_1)] = 0.$$

Преобразуя последнее уравнение с помощью тождества (2.13), затем интегрируя его по объему V_R , применяя теорему Остроградского — Гаусса и переходя к пределу при $R \rightarrow \infty$, получим с учетом (2.18)

$$(2.25) \quad J_\infty - J_w = 0, \quad \text{где } J_\infty = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Sigma_R} \nabla(\mu_0 T_1) d\Sigma;$$

$$(2.26) \quad J_w = \int_R \nabla(\mu_0 T_1) dS = \int_S \mu_0 \nabla T_1 dS + \int_S T_1 \nabla \mu_0 dS = 2\pi T_w^n Nu_1.$$

Из (2.4) следует соотношение

$$\operatorname{div}(\nabla T_0^{n+1}) = 0,$$

а поэтому имеет место тождество

$$\begin{aligned} T_0^{n+1} \operatorname{div}[\nabla(\mu_0 T_1)] &= \operatorname{div}[T_0^{n+1} \nabla(\mu_0 T_1)] - \nabla T_0^{n+1} \nabla(\mu_0 T_1) = \\ &= \operatorname{div}[T_0^{n+1} \nabla(\mu_0 T_1)] - \operatorname{div}[\mu_0 T_1 \nabla T_0^{n+1}]. \end{aligned}$$

Умножим уравнение (2.24) на T_0^{n+1} и с помощью последнего тождества и тождества (2.13) преобразуем к виду

$$\frac{1}{n+2} \operatorname{div}(T_0^{n+2} \rho_0 \mathbf{v}_0) - \frac{1}{\sigma} \{ \operatorname{div}[T_0^{n+1} \nabla(\mu_0 T_1)] - \operatorname{div}[\mu_0 T_1 \nabla T_0^{n+1}] \} = 0.$$

Интегрируя последнее уравнение по объему V_R , применяя теорему Остроградского — Гаусса и переходя к пределу при $R \rightarrow \infty$, получим с учетом (2.4), (2.7), (2.12), (2.18)

$$J_\infty - T_w^{n+1} J_w = (n+1) \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Sigma_R} T_1 \nabla T_0 d\Sigma = 2\pi(n+1)\sigma(1-T_w)^2 f^2(T_w).$$

Исключая из этого соотношения величину J_∞ с помощью (2.25), находим $J_w = 2\pi(n+1)^{-1}\sigma(1-T_w^{n+1})$.

Учитывая соотношение (2.26), имеем

$$(2.27) \quad Nu_1 = (n+1)^{-1}\sigma T_w^{-n}(1-T_w^{n+1}).$$

Подставляя (2.27) в (2.23), получим

$$Sh_1 = Sc T_w^{-n} f^2(T_w) + \sigma T_w^{-n} f(T_w) [1 - f(T_w)]$$

(функция $f(T_w)$ определена в (2.6)).

Таким образом, получаем следующее разложение числа Шервуда при малых значениях числа Рейнольдса:

$$Sh = 2T_w^{-n} f(T_w) + Re_\infty T_w^{-n} f(T_w) \{ Sc f(T_w) + \sigma [1 - f(T_w)] \} + o(Re_\infty).$$

Используя найденное решение, из (1.2) получаем в первом приближении по числу Re_∞ выражение для ионного тока насыщения I_i на сферический зонд радиуса a :

$$(2.28) \quad I_i = 8\pi f(T_w) + Re_\infty 4\pi f(T_w) \{ Sc f(T_w) + \sigma [1 - f(T_w)] \}.$$

Зависимость тока насыщения I_i от температуры поверхности зонда T_w при различных значениях числа Рейнольдса иллюстрируется графиками на фигуре для частного случая, когда $Sc = 1$, $\sigma = 0,7$, $n = 0,7$. Эти графики показывают, что ионный ток насыщения слабо зависит от температуры поверхности зонда. В частности, для покоящейся плазмы ($Re_\infty = 0$) при уменьшении T_w от 1 до 0,2 ионный ток насыщения I_i на сферический зонд уменьшается на 31%.

3. О влиянии температуры поверхности зонда на ионный ток насыщения. Некоторые задачи теории электрических зондов в химически замороженной неизотермической плазме с переменными переносными свойствами рассматривались в [6—10]. В [6, 7] рассматривался сфери-

ческий зонд в покоящейся плазме. Задача о сферическом и цилиндрическом электрических зондах в дозвуковых потоках плазмы с большими числами Рейнольдса рассматривалась в [8]. В [9] приведены формулы для плотности ионного тока насыщения на стеночные зонды в автомодельном пограничном слое (пограничный слой на плоской пластине, конусе и в окрестности критической точки затупленного тела). Задача о сферическом электрическом зонде в гиперзвуковом потоке плазмы в условиях, когда течение происходит в режиме вязкого ударного слоя, рассматривалась в [10].

На основе результатов перечисленных выше работ, а также результатов п. 2 данной работы можно сделать вывод о том, что в определенном диапазоне изменения температуры поверхности зонда теоретическая зависимость ионного тока насыщения на электрический зонд в химически замороженной плазме от указанной температуры является слабой.

Экспериментальное исследование зависимости вольт-амперных характеристик от температуры поверхности зонда проведено в работах [11—16]. Исследовались зонды в дозвуковых потоках низкотемпературной слабоионизованной плазмы с $Re_\infty \sim 1$ в эксперименте [11] и $Re_\infty \gg 100$ в [12—16] при атмосферном давлении.

В работе [11] исследовался цилиндрический зонд из платины в плазме продуктов сгорания с присадкой натрия с температурой $T_\infty^0 \approx 1900$ К, в [12] — двойной зонд с электродами в виде плоских пластин из графита в аргоновой плазме с присадкой калия с температурой $T_\infty^0 = 3000—4000$ К, в [13] — двойной зонд (стальные круглые электроды, заделанные заподлицо с поверхностью поперечно обтекаемого круглого цилиндра в области линии торможения) в плазме продуктов сгорания с присадкой щелочных металлов (натрия, калия, цезия) с температурой $T_\infty^0 \approx 1750$ К. В [14, 15] исследовались зонды из титана и циркония, имеющие форму соответственно плоской пластины и сферы, в аргоновой плазме с $T_\infty^0 = 2000—4000$ К, в [16] — сферические зонды из платины и стали в плазме продуктов сгорания с присадкой щелочных металлов (натрия, цезия) с температурой $T_\infty^0 \approx 2200$ К.

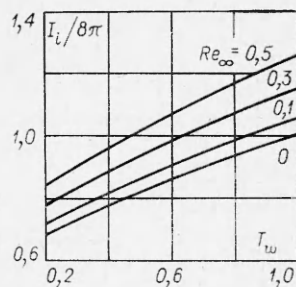
Результатом этих работ является вывод о практическом отсутствии (в пределах точности экспериментов) зависимости ионного тока от температуры поверхности зонда, если эта температура не превышает определенной величины. Эта величина зависит от конкретных экспериментальных условий и составляет ≈ 1200 К для условий работы [11], ≈ 1800 К — [12], ≈ 600 К — [13], ≈ 1100 К — [14, 15], ≈ 800 К — [16].

Таким образом, сделанный выше теоретический вывод подтверждается экспериментальными данными.

4. Ток насыщения на электрический зонд произвольной формы. Рассмотрим теперь дозвуковые течения плазмы с малыми числами Рейнольдса около зонда произвольной формы. Для оценки величины тока насыщения в силу п. 3 достаточно рассмотреть случай изотермической плазмы. Соответствующая этому случаю краевая задача (1.3), (1.4) с $\rho = 1$, $\mu = 1$ решалась в [2, 3] методом сращиваемых асимптотических разложений по числу Re_∞ . Получено разложение Sh по числу Re_∞ в виде

$$Sh = Sh_0 + \frac{1}{4} Sh_0^2 Sc Re_\infty + o(Re_\infty).$$

Поэтому из (1.2) получаем в первом приближении по Re_∞ выражение для ионного тока насыщения I_i на зонд произвольной геометрической формы:



$$(4.1) \quad I_i = 4\pi \left(\text{Sh}_0 + \frac{1}{4} \text{Sh}_0^2 \text{ScRe}_\infty \right).$$

Можно видеть, что входящая в это соотношение величина Sh_0 следующим образом связана с емкостью зонда C :

$$\text{Sh}_0 = 2C/L$$

(формула записана в гауссовой системе единиц). Как известно, емкость зонда зависит только от его геометрии; она либо определяется теоретически, либо измеряется. В частности, для сферического зонда радиуса R имеем $C = R$; для зонда, имеющего форму эллипсоида вращения с полуосями a , b (a — полуось вращения), для зонда в виде тонкого стержня длины L и радиуса R , для дискообразного зонда радиуса R можно использовать теоретические результаты работы [17]:

$$C = \frac{2 \sqrt{a^2 - b^2}}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}}, \quad a > b; \quad C = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{\text{arctg} \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a}}, \quad a < b;$$

$$C = \frac{L}{2 \ln \frac{L}{R}}; \quad C = \frac{2R}{\pi}.$$

5. О методике зондовой диагностики в медленно движущейся плазме. В экспериментальной работе [4] рассматривалась задача зондовых измерений в условиях медленно движущейся плазмы, когда число Рейнольдса набегающего потока порядка нескольких единиц. Ввиду отсутствия адекватной теории для этих условий применялась методика «движущегося зонда», которая позволила использовать статическую теорию [18, 19]. Скорость движения зонда подбиралась равной скорости потока плазмы, тогда зонд считался покоящимся по отношению к плазме. Проведенные таким образом измерения хорошо согласовались с теорией [18, 19].

Для согласования скоростей зонда и потока плазмы в работе [4] предлагалась следующая методика. При фиксированном потенциале зонд несколько раз проводился через плазму в направлении течения. При этом измерялась зависимость тока на зонд от скорости его движения. При увеличении скорости зонда от нуля до величины, заведомо превышающей скорость потока, ток на зонд сначала уменьшался до некоторого минимального значения, а затем начинал увеличиваться. В работе [4] высказано предположение, что этот минимум и соответствовал нулевой относительно плазмы скорости зонда. Измерения работы [4] проводились с помощью сферического зонда.

Из формулы (4.1) следует справедливость предположения работы [4] не только для сферического зонда, но и для зонда произвольной формы. Таким образом, описанная выше методика «движущегося зонда» подтверждается теоретически для зонда произвольной формы.

Покажем, что с помощью этой методики можно определять концентрацию заряженных частиц в невозмущенном набегающем потоке по измеренному ионному току насыщения без знания коэффициента диффузии ионов в нейтральном газе.

Из формул (1.1), (4.1) имеем

$$\left. \frac{d(-I_i^0)}{dv_\infty^0} \right|_{v_\infty^0=0} = \frac{i}{2} \text{Sh}_0^2 e n_{e\infty}^0 L^2.$$

Поэтому по наклону зависимости величины тока насыщения $|I_i^0| = -I_i^0$ от скорости v_∞^0 набегающего потока в точке минимума тока ($v_\infty^0 = 0$) можно определять концентрацию заряженных частиц $n_{e\infty}^0$ без знания коэффициента диффузии D_{in}^0 .

Если требуется учитывать слабое влияние температуры поверхности зонда T_w на ионный ток насыщения, то вместо последней формулы в случае сферического зонда следует использовать соотношение, вытекающее из (4.1), (2.28):

$$2\pi f^2(T_w) a^2 e n_{e\infty}^0 = \left. \frac{d(-I_i^0)}{dv_{\infty}^0} \right|_{v_{\infty}^0=0} - [1 - f(T_w)] \sigma \frac{(-I_{i0}^0)}{2 \frac{v_{\infty}^0}{a}},$$

где $v^0 = \mu^0/\rho^0$ — коэффициент кинематической вязкости. Из последнего

соотношения по наклону $\left. \frac{d(-I_i^0)}{dv_{\infty}^0} \right|_{v_{\infty}^0=0}$ и значению $(-I_{i0}^0)$ зависимости

$|I_i^0| = -I_i^0$ от скорости v_{∞}^0 в точке минимума можно определять концентрацию заряженных частиц $n_{e\infty}^0$ без знания коэффициента диффузии D_{in}^0 . Если величины D_{in}^0 и v_{∞}^0 известны, то для нахождения $n_{e\infty}^0$ удобно использовать формулы (2.28), (4.1).

Поступила 25 V 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Бенилов М. С., Тирский Г. А. О токах насыщения на зонд в плотной плазме. — ПМТФ, 1979, № 6.
2. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С., Сысков Ю. Н. Диффузия к обтекаемой реагирующей частице произвольной формы. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 2.
3. Brenner H. Forced convection heat and mass transfer at small Peclet numbers from a particle of arbitrary shape. — Chem. Engng Sci., 1963, vol. 18, N 2.
4. Clements R. M., Mac Latchy C. S., Smy P. R. Verification of static probe theory in a moving high pressure plasma. — J. Appl. Phys., 1972, vol. 43, N 1.
5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978.
6. Чепикс (R. L. Charkis), Баум (E. Baum). Теория охлаждаемого сферического электростатического зонда в сплошной газовой среде. — Ракетн. техника и космонавтика, 1971, № 10.
7. Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Теория охлаждаемых электрических зондов в плотной плазме. Влияние термодиффузии. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 2.
8. Бенилов М. С., Рогов Б. В., Тирский Г. А. Теоретическое определение ионного тока насыщения на электрические зонды в дозвуковых потоках плазмы. — ТВТ, 1981, т. 19, вып. 5.
9. Чан П., Тэлбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. М.: Мир, 1978.
10. Бенилов М. С. Течение слабоионизованного газа в гиперзвуковом вязком ударном слое. — В кн.: Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува. М.: Изд-во МГУ, 1979.
11. Tetsui Yanagi. Behaviors of electrostatic cylindrical probe in combustion products. — Jap. J. Appl. Phys., 1968, vol. 7, N 6.
12. Армстронг (J. F. Armstrong), Джордж (D. W. George), Мессерль (H. K. Messerle). Насыщение тока электродов в МГД-каналах. — Ракетн. техника и космонавтика, 1966, № 11.
13. Вольф (R. J. Wolf). Электродные эффекты в плазме с присадками. — Ракетн. техника и космонавтика, 1966, № 12.
14. Заке М. В., Ландман К. С. Электроперенос на поверхности металла в плазменной струе в условиях нестационарного нагрева. — Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ. и техн. наук, 1977, № 2.
15. Ландман К. С. Электрический зонд в плазме с переменными свойствами. — В кн.: V Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы. Тезисы докладов. Киев, 1979.
16. Васильева И. А., Косов В. Ф. Особенности использования ионных частей зондовых характеристик в потоках продуктов сгорания с легкоионизирующей щелочной присадкой. — ТВТ, 1981, т. 19, вып. 5.
17. Страттон Дж. А. Теория электромагнетизма. М.—Л.: Гостехиздат, 1948.
18. Cohen I. M. Asymptotic theory of spherical electrostatic probes in a slightly ionized, collision-dominated gas. — Phys. Fluids, 1963, vol. 6, N 10.
19. Su C. H., Lam S. H. Continuum theory of spherical electrostatic probes. — Phys. Fluids, 1963, vol. 6, N 10.