

УДК 532.526:533.6.011.55

## Автоколебания в сверхзвуковом пограничном слое<sup>\*</sup>

Н.М. Терехова

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: terekh@itam.nsc.ru

В рамках слабонелинейной теории устойчивости второго порядка по нелинейности исследуется порождение периодических колебаний в сверхзвуковом пограничном слое при умеренном и высоком числах Маха ( $M = 2$  и  $5,35$ ). Модель включает эффекты самовоздействия, такие как генерация стационарных вторичных гармоник и возмущений двойных частот. Показано, что для двумерных вихревых возмущений при увеличении числа Маха меняется характер возбуждения с мягкого на жесткое, что приводит к уменьшению критического числа Рейнольдса  $Re_c$ . Для трехмерных возмущений небольших азимутальных волновых чисел устанавливается закритический автоколебательный режим. Сложный режим реализуется для двумерных акустических колебаний при  $M = 5,35$  с жестким возбуждением в области  $Re_c$ .

**Ключевые слова:** пограничные слои сжимаемого газа, гидродинамическая устойчивость, слабонелинейная теория.

Представление о начале естественного перехода к турбулентности в пограничных слоях связано с селективным усилением квазигармонического возмущения, развитие которого носит автономный характер и определяет весь процесс [1–3]. В настоящей работе анализируется эволюция синусоидальной волны, существенно превосходящей другие колебания, что позволяет проводить исследования в рамках слабонелинейной теории устойчивости только одной волны. Такая волна в ходе эволюции искажает осредненное течение и генерирует высшие гармоники, что изменяет степень передачи энергии и скорость пространственного роста исходного возмущения. В результате линейное нарастание оказывается скомпенсированным, и в устойчивой области могут появиться усиливающиеся, а в неустойчивой — затухающие конечные флуктуации. В ламинарном потоке возникает периодическое вторичное течение. Обзор работ по характеру вторичных установившихся режимов в дозвуковых течениях был представлен в монографии [3]. В работе [4] исследовался характер автоколебаний в сверхзвуковом пограничном слое при  $M = 2$ . Анализ поведения возмущений основывался на решении амплитудных уравнений типа уравнений Ландау [1–3], когда в рамках квадратичной нелинейности рассматривается влияние конечных возмущений на коэффициенты Ландау. Изучение режимов в окрестности нейтральных кривых дает возможность упростить уравнения, опустив

---

<sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-01-00866).

линейный член. Математический аппарат, адаптированный для сжимаемых потоков, был подробно описан в публикациях [4, 5] и ввиду его громоздкости здесь не приводится.

Для анализа коэффициентов Ландау  $b$  [4] полезны исследования [5], где рассматривалось комбинационное взаимодействие двух двумерных волн при  $M = 2$  и  $5,35$ . Было установлено, что разработанный механизм адекватен эволюции возмущений большой амплитуды. Однако в работе [5] характер ветвления в окрестности нейтральной кривой не рассматривался, поэтому сведения о том, какие автоколебательные режимы устанавливаются в сверхзвуковых пограничных слоях, практически отсутствуют. Изучению этого вопроса посвящена настоящая работа, здесь рассматриваются двумерные (с азимутальным волновым числом  $2\beta = 0$ ) и трехмерные ( $2\beta = 0,05$ ) возмущения при  $M = 2$  и двумерные волны при  $M = 5,35$  на теплоизолированной пластине под нулевым углом атаки при обтекании ее потоком воздуха (число Прандтля  $\sigma = 0,72$ , удельная теплоемкость  $\gamma = 1,4$ , число Рейнольдса  $Re = \sqrt{Re_x}$ , частотный параметр  $F = \omega/Re$ ). Для анализа используются коэффициенты Ландау  $b$  второго порядка по нелинейности [4], позволяющие определить направление движения нейтральных точек по знаку этих коэффициентов. Сами коэффициенты определяют процессы, рассматриваемые в данной модели:  $b = b_1 + b_2$ , где  $b_1$  — коэффициент от взаимодействия первичной волны со вторичными нулевыми гармониками, а  $b_2$  — с обертонами.

Выяснилось, что при  $M = 2$  взаимодействие со вторичными нулевыми гармониками оказывает на двумерные первичные волны стабилизирующее влияние (все коэффициенты  $b_1$  имели отрицательное значение), а обертоны, напротив, дестабилизируют исходные возмущения (все  $b_2$  были положительными). Результирующий знак у суммарных коэффициентов  $b$  показывает направление ответвления режимов от нейтральной кривой. На верхней ветви ветвление осуществляется в докритическую область, в область затухающих колебаний, что расширяет область растущих волн в сравнении с нейтральной кривой бесконечно малых колебаний. На носике нейтральной кривой суммарные коэффициенты имеют положительные значения. Смена знака ветвления происходит при  $Re = 204,6$ , это чуть правее  $Re_c = 204,4$  на кривой нейтральной устойчивости. На нижней ветви до  $Re = 270$  автоколебания существуют при  $Re$ , превосходящих нейтральные значения, — осуществляется закритический режим возбуждения. Далее опять происходит смена ветвления и для  $Re > 270$  наблюдается переход к докритическому режиму, также как и на верхней ветви нейтральной кривой (рис. 1а). В работе [4] показано, что это результат учета влияния сжимаемости. Усиление этого влияния приводит к тому, что при  $M = 5,35$  (рис. 1с) на всей нижней ветви нейтральные точки сдвигаются в докритическую область, а в  $Re_c$  осуществляется жесткое возбуждение.

Заметим, что установившиеся вторичные периодические режимы дозвуковых течений являются режимами двумерного типа, в то время как в сверхзвуковых пограничных слоях наиболее важны трехмерные колебания, и, следовательно, трехмерные режимы. Оказалось, что для трехмерных волн процесс влияния искажения средних параметров намного превосходит дестабилизирующее влияние порождения обертона, и автоколебательный режим полностью осуществляется в закритических областях (мягкое возбуждение) — увеличивается  $Re_c$  и сужается область растущих частот (рис. 1б). Качественное подтверждение уменьшения амплитуд таких компонент с ростом  $Re$  зафиксировано в экспериментах с контролируемыми возмущениями.

Полученную картину полезно дополнить данными для дозвукового течения из работы [3]. Анализируя представленные на рис. 2а–2д нейтральные кривые для бесконечно малых и конечных возмущений, можно сделать вывод, что для двумерных вихревых волн сжимаемость является дестабилизирующим фактором, а наличие азимутальной компоненты у трехмерных возмущений с невысокими азимутальными волновыми числами компенсирует эту дестабилизацию.

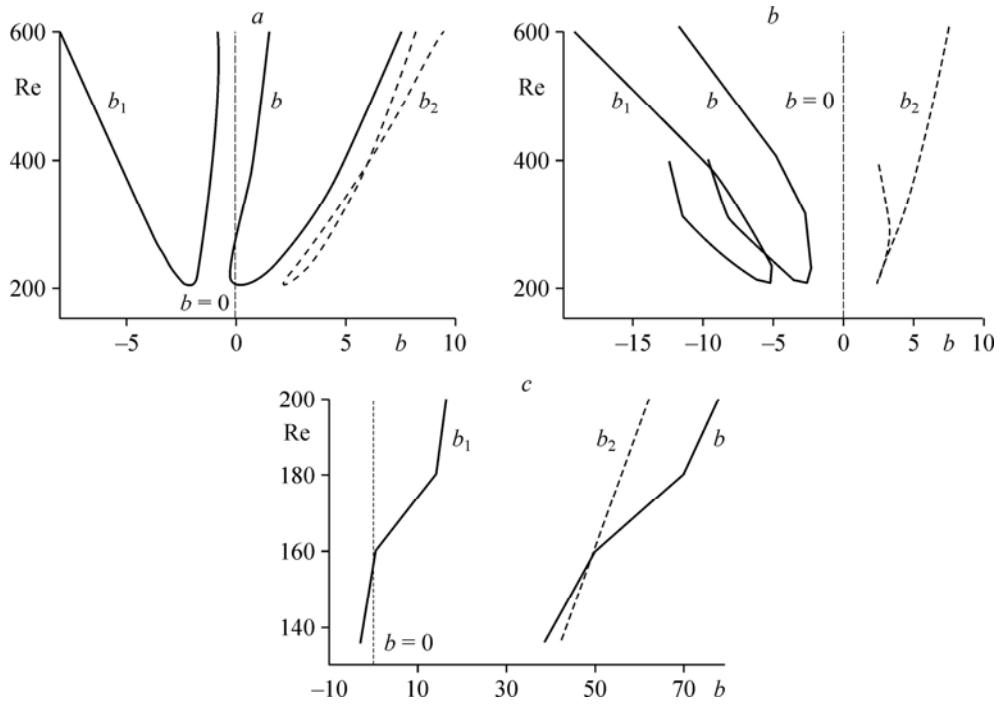


Рис. 1. Суммарные нелинейные коэффициенты  $b$  и их составляющие (от нулевых гармоник  $b_1$  и обертонов  $b_2$ ) для вихревых волн.

Нелинейные коэффициенты двумерных возмущений ( $M = 2$ , азимутальное число  $2\beta = 0$ ) (а), трехмерных возмущений ( $M = 2$ , азимутальное число  $2\beta = 0,05$ ) (б), двумерных вихревых возмущений на  $M = 5,35$  (нижняя ветвь нейтральной кривой) (с).

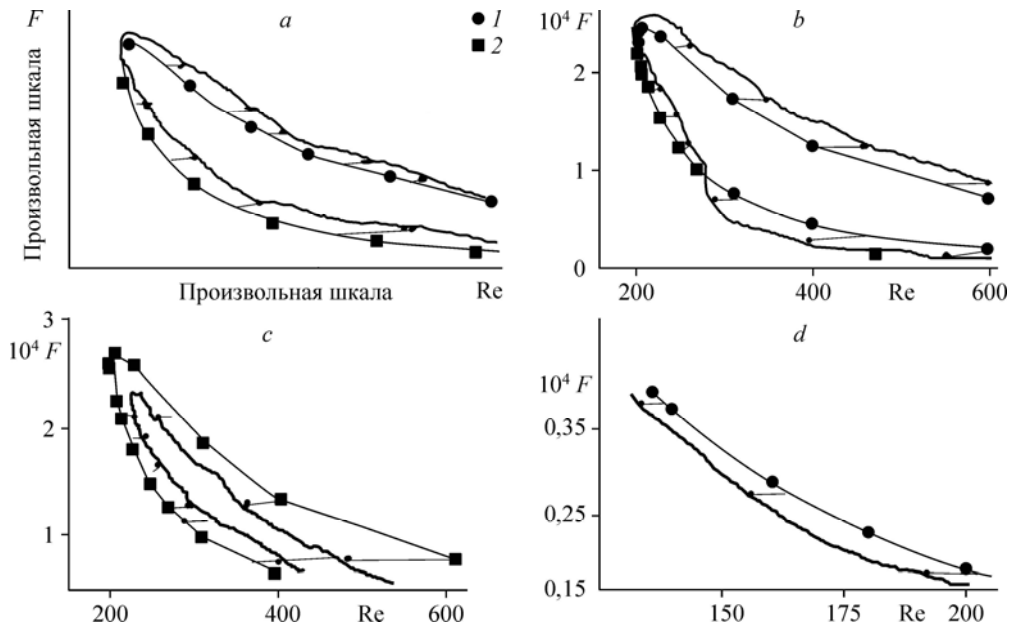


Рис. 2. Кривые нейтральной неустойчивости для малых и конечных вихревых волн (сплошные и волнистые линии соответственно).

1 —  $b > 0$ , 2 —  $b < 0$ ; автоколебания в окрестности нейтральной кривой двумерных возмущений в дозвуковом пограничном слое (а), двумерных возмущений в сверхзвуковом пограничном слое при  $M = 2$  (б), трехмерных возмущений в сверхзвуковом пограничном слое при  $M = 2$  (с); нижняя ветвь нейтральной кривой двумерных вихревых возмущений при  $M = 5,35$  (д).

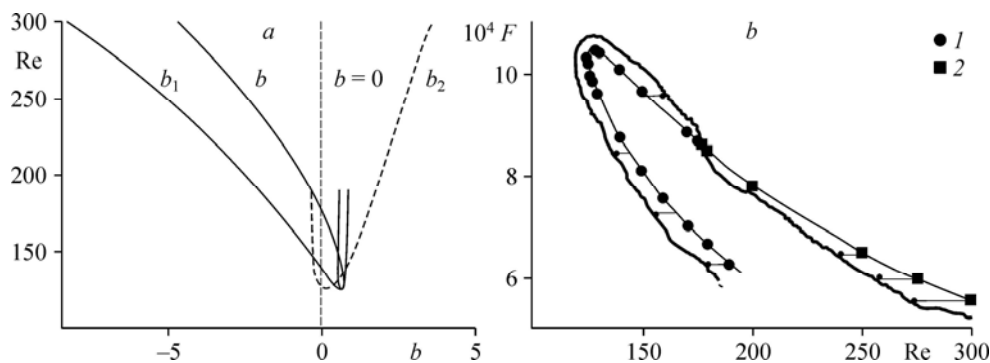


Рис. 3. Нелинейные коэффициенты и нейтральные кривые для акустических волн на  $M = 5,35$ .

1 —  $b > 0$ , 2 —  $b < 0$ ; нелинейные коэффициенты двумерных акустических возмущений (a), нейтральная кривая двумерных акустических возмущений (b).

Приведем данные для двумерных акустических волн 2 моды ( $M = 5,35$ ). Оказалось, что вторичные гармоники на нижней и верхней нейтральных ветвях ведут себя противоположно (рис. 3a), осуществляя некую конкуренцию воздействий. В результате на нижней ветви, в районе  $Re_c$  и на части верхней ветви при невысоких  $Re$  реализуется жесткое возбуждение и имеют место докритические автоколебательные режимы, сменяемые на верхней ветви закритическими при более высоких  $Re$  (рис. 3b).

Необходимо добавить, что для сжимаемого газа наряду с квадратичной нелинейностью, присущей течениям несжимаемой жидкости, появляются кубические члены. Дальнейшее изучение характера порождения периодических режимов вблизи нейтральной кривой в сжимаемых течениях полезно, так как оно может привести к новым результатам, необходимым для понимания закономерностей ламинарно-турбулентного перехода.

### Список литературы

1. Ландау Л.Д. К проблеме турбулентности // Докл. АН СССР. 1944. Т. 44. С. 339–342.
2. Гапонов С.А., Левченко В.Я. Современные проблемы перехода пограничного слоя // Успехи механики. 1981. № 4. С. 47–90.
3. Гольдштик М.А., Штерн В.Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука, 1989. 366 с.
4. Гапонов С.А., Терехова Н.М. Автоколебания, ответвляющиеся от нейтральной кривой в сверхзвуковом пограничном слое при  $M = 2$  // Вестник НГУ. Серия: Физика. 2016. Т. 11, вып. 3. С. 5–15.
5. Терехова Н.М. Взаимодействие возмущений большой амплитуды в сверхзвуковом пограничном слое // Вестник НГУ. Серия: Физика. 2012. Т. 7, вып. 1. С. 38–52.

Статья поступила в редакцию 17 апреля 2017 г.