

УДК 551.51 + 519.6

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРИРОДООХРАННОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

В. В. Пененко, Е. А. Цветова

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
630090 Новосибирск
E-mail: penenko@sscc.ru

Предложена методика экологического прогнозирования с учетом климатических факторов. С этой целью из многомерных многокомпонентных баз данных, содержащих информацию о функциях состояния, описывающих атмосферные процессы за длительный срок, с помощью ортогональной декомпозиции выделяется совокупность подпространств, ранжированных по масштабам возмущений. Лидирующая часть подпространств, учитывающих процессы климатического масштаба, составляет информативный базис для формирования гидродинамического фона при расчете прогностических сценариев изменения качества атмосферы. Приведены результаты сценарных расчетов по оценке риска загрязнения атмосферы в регионе Дальнего Востока России и на сопредельных территориях Китая и Кореи.

Ключевые слова: долгосрочное прогнозирование, загрязнение природной среды, гидродинамика атмосферы, климат, математическое моделирование, ортогональная декомпозиция многомерных полей.

Введение. Специфика природоохранного прогнозирования состоит в том, что в постановках задач необходимо учитывать широкий спектр взаимодействующих процессов (физических, химических, биологических) различных пространственно-временных масштабов. Решение задач долгосрочного прогноза осложняется тем, что помимо неполноты современных знаний о процессах, внешних и внутренних источниках возмущений, текущем состоянии системы имеется неопределенность в оценке будущего поведения климатической системы, на фоне которого будут происходить процессы загрязнения природной среды. В силу этого разработка методики включения климатической информации в технологию долгосрочного экологического прогнозирования является одним из значимых аспектов повышения достоверности прогнозов.

Для природоохранных исследований обычно используются системы, состоящие из моделей и данных, определенных в многомерных фазовых пространствах переменных состояния и параметров. Эти системы имеют большое число степеней свободы. Непосредственный анализ эволюции процессов вызывает значительные затруднения. Учитывая эти обстоятельства, целесообразно дополнить систему некоторым набором обобщенных характеристик переменных состояния и создать конструктивный аппарат для качественного и количественного анализа этих характеристик. С этой целью используем вариационные методы, порождаемые ими методы теории чувствительности и методы ортогональной декомпозиции многокомпонентных многомерных полей данных наблюдений и результатов

Работа выполнена при финансовой поддержке Математического отделения РАН (код проекта 1.3), Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 04-05-64562), Европейской комиссии (код проекта 013427) и в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 16.

моделирования. Такая концепция исследований учитывает тот факт, что экологические перспективы необходимо оценивать на периоды времени, масштабы которых соизмеримы с временами жизни действующих и проектируемых объектов, являющихся источниками антропогенных воздействий на биосферу.

В данной работе рассматривается один из аспектов разрабатываемой в Институте вычислительной математики и математической геофизики СО РАН концепции решения взаимосвязанных задач экологии и климата [1–5]. В частности, представлен один из подходов к анализу и использованию климатической информации в природоохранном прогнозировании, связанном с оценками изменений качества атмосферы.

1. Математические модели и функционалы для природоохранного прогнозирования. Для климатоэкологических исследований используются модели динамики атмосферы совместно с моделями переноса и трансформации тепла, влаги, оптически и химически активных субстанций в атмосфере [5]. Структуру этих моделей можно представить в виде

$$L(\varphi) \equiv B \frac{\partial \varphi}{\partial t} + G(\varphi, \mathbf{Y}) - \mathbf{f} - \mathbf{r} = 0. \quad (1)$$

Начальные условия (при $t = 0$) и параметры модели записываются следующим образом:

$$\varphi^0 = \varphi_a^0 + \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{Y} = \mathbf{Y}_a + \boldsymbol{\zeta}(\mathbf{x}, t). \quad (2)$$

Здесь $\varphi \in Q(D_t)$ — вещественное пространство вектор-функций состояния; B — блочная диагональная матрица; $G(\varphi, \mathbf{Y})$ — нелинейный матричный дифференциальный оператор, основными элементами которого являются адвективно-диффузионные операторы, действующие на различные компоненты функций состояния; \mathbf{f} — функции источников; \mathbf{r} , $\boldsymbol{\xi}$, $\boldsymbol{\zeta}$ — функции, описывающие ошибки и неопределенности моделей, начальных данных и параметров; \mathbf{Y} — вектор параметров модели, принадлежащий области допустимых значений $R(D_t)$; φ^0 — начальное состояние; φ_a^0 , \mathbf{Y}_a — априорные оценки соответствующих объектов; $D_t = D \times [0, \bar{t}]$; D — область изменения пространственных координат \mathbf{x} ; $t \in [0, \bar{t}]$ — интервал изменения времени. Область D может быть глобальной на сферической Земле либо ограниченной частью глобальной системы. Граничные условия для замыкания моделей, задаваемые в зависимости от постановки задачи и включаемые в определение класса функций $Q(D_t)$, запишем в виде

$$R_b(\varphi)_i - f_{bi} = 0, \quad (\mathbf{x}, t) \in \Omega_t, \quad (3)$$

где $R_b(\varphi)_i$ — операторы граничных условий; f_{bi} — функции источников для компонент вектора состояния с номером i на границах Ω_t области D_t .

В (1) входят модели динамики атмосферы, предназначенные для формирования гидродинамического фона несущей среды [5]. Кроме того, для воспроизведения и прогнозирования экологических ситуаций используются модели, описывающие процессы переноса и трансформации различных субстанций:

$$L\varphi \equiv \frac{\partial \pi \varphi_i}{\partial t} + \operatorname{div} \pi(\varphi_i \mathbf{u} - \mu_i \operatorname{grad} \varphi_i) + \pi(S\varphi)_i - \pi(f_i(\mathbf{x}, t) + r_i) = 0, \quad (4)$$

где $\varphi = \{\varphi_i(\mathbf{x}, t), i = \overline{1, ns}\} \in Q(D_t)$ — часть вектор-функции состояния из (1); ns — число различных компонент. Компоненты φ_i представляют собой температуру, отношения смеси вода — воздух для характеристик влажности в атмосфере (водяной пар, облачная вода, дождевая вода, снег и ледовые кристаллы), концентрации загрязняющих примесей в газовом и аэрозольном состояниях; $\mathbf{f} = \{f_i(\mathbf{x}, t), i = \overline{1, ns}\}$ — функции источников тепла, влаги и примесей; $\mathbf{r} = \{r_i(\mathbf{x}, t), i = \overline{1, ns}\}$ — функции, описывающие неопределенности и

ошибки моделей; $(S\varphi)_i$ — нелинейные матричные операторы, которые описывают локальные процессы трансформации соответствующих субстанций и не содержат производных от функций состояния по \mathbf{x} и t . В уравнениях (4) явно участвуют следующие характеристики гидродинамического фона: $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор скорости; $\mu_i = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)_i$ — коэффициенты турбулентного обмена для субстанции φ_i в направлении координат $\mathbf{x} = \{x_i\}$, $i = \overline{1, 3}$; π — функция, определяемая через метеоэлементы в соответствии со структурой вертикальной координаты в области D_t . Используемые в (1)–(4) структуры моделей процессов, областей и системы координат подробно описаны в [5].

К настоящему времени сформированы основные подходы к построению математических моделей для изучения качества атмосферы и методов их практической реализации на базе современных вычислительных технологий [1–4]. Однако качество прогнозов, построенных с помощью этих моделей, не всегда удовлетворяет потребностям современного общества. Успешность экологических прогнозов существенно зависит от качества прогнозирования гидрометеорологических процессов. Для современных моделей прогноз погоды с приемлемой точностью дается на срок порядка 10 сут, вопросы долгосрочного прогнозирования пока остаются открытыми. Основной резерв развития новых идей и методов долгосрочного природоохранного прогнозирования и особенно проектирования, по мнению авторов данной работы, следует искать в решении проблем предсказуемости. Классические методы исследования постановок задач типа (1)–(4) могут дать ответы на вопросы о существовании и свойствах их решений, например единственности, корректности, степени гладкости, суммируемости и т. д. Суть проблемы предсказуемости, являющейся фундаментальной частью теории прогнозирования, состоит в выяснении принципиальных вопросов о том, насколько адекватно математическая модель и получаемое на ее основе описание процессов отражают наблюдаемое поведение реальной физической или природной системы и каким образом можно ослабить влияние неопределенностей.

Для того чтобы найти компромиссное с позиций предсказуемости решение в условиях неопределенности задания входных данных и параметров моделей, предпочтительным представляется использование сценарного подхода. Для формирования совокупности прогностических сценариев доопределим постановку задач (1)–(4) новыми элементами — направляющими фазовыми подпространствами (НФП). Физический смысл НФП можно определить как некоторую характеристику фонового состояния несущей среды, к которому по заданному критерию в динамике подстраивается состояние, полученное как решение соответствующей математической модели. Эти подпространства рассчитываются с использованием всей доступной априорной фактической информации и данных мониторинга.

В настоящей работе рассматривается способ прогнозирования, базирующийся на использовании информации об эволюции климатоэкологической системы планеты Земля за период времени не менее 30 лет. По определению Всемирной метеорологической организации 30-летний период является классическим для оценок основных климатических параметров [6].

Учитывая изложенное выше, для построения направляющих фазовых подпространств, участвующих в формировании гидродинамического фона, используем метод ортогональной декомпозиции многомерных многокомпонентных баз данных, описывающих поведение глобальной климатической системы или ее частей на длительных периодах времени. Декомпозицию будем осуществлять, последовательно ранжируя базисные подпространства по мере убывания характерных масштабов описываемых ими возмущений (например, климатически значимые процессы и процессы типа погодных шумов). При такой декомпозиции направляющие подпространства можно определить как сумму двух конструктивных элементов:

$$\varphi_d(\mathbf{x}, t) = \varphi_d^0(\mathbf{x}, t) + \varphi_d^1(\mathbf{x}, t), \quad (\mathbf{x}, t) \in D_t^{hd}. \quad (5)$$

Здесь $\varphi_d^0(\mathbf{x}, t)$ — крупномасштабная часть, выраженная линейной комбинацией лидирующих базисных подпространств в рамках ортогональной декомпозиции; $\varphi_d^1(\mathbf{x}, t)$ — подпространства, построенные на базисных компонентах меньших масштабов; D_t^{hd} — заданное дискретное множество точек из области D_t . Составляющая $\varphi_d^1(\mathbf{x}, t)$ может быть детерминированно-стохастической в пределах изменчивости соответствующих параметров из анализируемой базы данных.

Поскольку одной из целей природоохранных исследований и прогнозирования является нахождение взаимосвязей между метеорологическими параметрами климатической системы и областями экологических рисков и уязвимости для конкретных территорий-рецепторов, для количественных оценок качества прогнозов вводится специальный набор функционалов $\Phi_k(\varphi)$ ($k = 1, \dots, Kc$, $Kc \geq 1$), определенных на множестве функций состояния и представляющих собой обобщенные характеристики поведения климатоэкологической системы в зависимости от вариаций параметров и внешних источников:

$$\Phi_k(\varphi) = \int_{D_t} F_k(\varphi) \chi_k(\mathbf{x}, t) dD dt \equiv (F_k, \chi_k), \quad \chi_k \subset Q^*(D_t), \quad k = \overline{1, Kc}. \quad (6)$$

Здесь $F_k(\varphi)$ — оцениваемые функции заданного вида, ограниченные и дифференцируемые относительно $\varphi \in Q(D_t)$; $\chi_k(\mathbf{x}, t) \geq 0$, $\chi_k(\mathbf{x}, t) dD dt$ — неотрицательные весовые функции и соответствующие им меры Радона (в случае распределенных по пространству значений функций $F_k(\varphi)$) или Дирака (в случае, если $F_k(\varphi)$ определено на совокупности дискретных точек в области D_t) [7]; $Q^*(D_t)$ — пространство сопряженных функций. Носители весовых функций, т. е. области их ненулевых значений, можно интерпретировать как области-рецепторы в D_t , конфигурации которых задаются как входные параметры в конструкциях (6).

Целевые функционалы для комплексирования прогностических решений из рассчитанных по модели функций состояния и направляющих фазовых подпространств (5) задаются по аналогии с функционалами для усвоения данных в моделях процессов. Это функционалы, выражающие меру отклонений искомой функции состояния от векторов φ_d при выполнении условий минимизации суммарной меры неопределенностей в моделях процессов и входных данных для расчета сценариев моделирования. Например, целевой функционал для комплексирования функций состояния, рассчитываемых по численной модели процессов и соответствующих элементов НПФ (5), в режиме усвоения можно записать в виде (6). Для этого функцию $F_k(\varphi)$ в точках области D_t определим как энергетическое скалярное произведение в пространстве различных компонент функции состояния:

$$F_k(\varphi) = ((\varphi - \varphi_d), C_1(\varphi - \varphi_d))|_{(\mathbf{x}, t)}, \quad (7)$$

где C_1 — диагональная матрица с положительными элементами, значения которых находятся из выражения для энергии системы с учетом физических размерностей и содержания компонент функций состояния. Аналогично определяются функционалы для усвоения данных измерений. В этом случае функции $F_k(\varphi)$ задаются также функционалами энергетического типа для оценок невязок между измеренными величинами и рассчитанными образами этих величин.

Требуемые оценки функционалов и их вариаций получаются с помощью соотношений чувствительности для функционалов (6). Поскольку в $Q(D_t)$ и $R(D_t)$ пространственно-временная динамика этих соотношений выражается с помощью функций чувствительности (ФЧ) анализируемых функционалов к вариациям параметров модели, для совместного анализа данных, моделей и ФЧ требуются согласованные определения энергетических скалярных произведений в соответствующих функциональных пространствах. В основе таких

алгоритмических конструкций лежит вариационный принцип для оценок функционалов и моделей [3, 4]:

$$\tilde{\Phi}_k^h(\varphi) \equiv \Phi_k^h(\varphi) + [I^h(\varphi, \mathbf{Y}, \varphi^*)]_{D_t^h}; \quad (8)$$

$$I(\varphi, \mathbf{Y}, \varphi^*) \equiv \left(B \frac{\partial \varphi}{\partial t} + G(\varphi, \mathbf{Y}) - \mathbf{f} - \mathbf{r}, \varphi^* \right) = 0. \quad (9)$$

Здесь $\varphi^* \in Q^*(D_t)$ — вспомогательные функции, определяемые спецификой вариационного принципа и принадлежащие пространству, сопряженному по отношению к пространству функций состояния; $\tilde{\Phi}_k^h(\varphi)$ — расширенный функционал, учитывающий целевой функционал вида (6), (7) и описание математической модели в вариационной форме; индексом h отмечены дискретные аналоги соответствующих объектов.

Интегральное тождество (9) представляет собой вариационную формулировку моделей (1)–(4). Функционал выбирается таким образом, чтобы при $\varphi^* = \varphi$ соотношение (9) превращалось в уравнение баланса полной энергии системы. Требуемые для работы алгоритмические конструкции и определения скалярных произведений получаются на основе интегрального тождества (9) и функционала (8). Например, если в качестве базовой модели использовать модель гидродинамики атмосферы в квазистатическом приближении, то энергетическое скалярное произведение для функций состояния в (1)–(6) можно выбрать в виде

$$(\varphi, \varphi^*)_{Q(D_t)} = \int_{D_t} \left\{ uu^* + vv^* + \sigma_0 \left[TT^* + \frac{\gamma(p)}{R^2} HH^* \right] \right\} dD dt + \sum_{i=1}^n \int_{D_t} \beta_i \varphi_i \varphi_i^* dD dt, \quad (10)$$

где $\varphi = (u, v, T, H, \varphi_i, i = \overline{1, nf})$ — вектор-функция переменных состояния; u, v — горизонтальные составляющие вектора скорости; T — температура; H — геопотенциал; φ_i — функции, описывающие компоненты гидрологического цикла и концентрации примесей в газовом и аэрозольном состояниях; nf — общее число субстанций; R — универсальная газовая постоянная; $\sigma_0, \gamma(p), \beta_i$ — весовые множители, выбранные таким образом, чтобы при $\varphi^* = \varphi$ операции сложения составляющих с разнородными компонентами функции состояния имели смысл.

Для исследования ФЧ введем согласованное с (6)–(9) скалярное произведение, порождаемое правой частью соотношений чувствительности для функционалов $\Phi_k(\varphi)$ [3]:

$$\delta \Phi_k^h(\varphi) \equiv (\text{grad}_{\mathbf{Y}} \Phi_k^h(\varphi), \delta \mathbf{Y}) \equiv \frac{\partial}{\partial \alpha} I^h(\varphi, \mathbf{Y} + \alpha \delta \mathbf{Y}, \varphi_k^*) \Big|_{\alpha=0}; \quad (11)$$

$$\delta \mathbf{Y} = \eta \text{grad}_{\mathbf{Y}} \Phi_k^h(\varphi), \quad k = \overline{1, Kc}. \quad (12)$$

Здесь α, η — вещественные параметры; $\delta \mathbf{Y}$ — вариации вектора параметров моделей, которые выбраны пропорциональными функциям чувствительности; φ — решение основной задачи (1)–(4) при заданных значениях набора параметров \mathbf{Y} ; φ_k^* — решения сопряженных задач, порождаемых вариационными принципами для оценок вариаций расширенных функционалов $\tilde{\Phi}_k^h(\varphi)$. Для удобства построения алгоритмических конструкций функции источников, начальных данных и функции неопределенностей моделей включены в число компонент вектора параметров \mathbf{Y} . Структура фазового пространства ФЧ, задаваемых правой частью (12), определяется структурой и размерностями компонент вектора параметров и видом функционала интегрального тождества.

2. Алгоритмы анализа баз данных и результатов прогнозов. Рассмотрим доступную информацию об изучаемых процессах: данные наблюдений о фактическом поведении климатозоологической системы, результаты диагностических и прогностических сценарных расчетов на основе математических моделей, поля рассчитанных значений ФЧ заданного набора обобщенных характеристик системы. Функции состояния и ФЧ представляют собой многокомпонентные векторные агрегаты, описывающие различные аспекты

изучаемых процессов и определенные в общем случае на четырехмерных пространственно-временных областях. Компоненты имеют размерности в соответствии с их физическим содержанием. Учитывая эти обстоятельства, для работы с такими векторами введем энергетическое скалярное произведение, построенное, например, на основе определений (10), (11) или их комбинаций.

2.1. *Структурирование базы данных.* Набор векторов обозначим следующим образом:

$$\{\varphi(\mathbf{x}, t, \mathbf{Y}) \in Q(D_t); (\mathbf{x}, t) \in D_t; \mathbf{Y}(\mathbf{x}, t) \in R(D_t)\}. \quad (13)$$

Для организации алгоритмов базу данных упорядочим в виде матрицы блочной структуры. Поскольку алгоритмы имеют универсальный характер, а индивидуальность каждой задачи определяется структурой матрицы данных и формой скалярных произведений, для обеспечения эффективности работы этих алгоритмов целесообразно блочную структуру матрицы определять в зависимости от конкретных целей исследования. Для описания блоков введем две группы независимых переменных-индексов. Первая группа описывает внешнюю структуру данных — число блоков и их порядок в общей иерархии. Вторая группа описывает нумерацию и расположение компонент внутри блока. Таким образом, векторы можно представить в блочном виде:

$$\varphi = \{\varphi_i(k)\}, \quad \varphi_i(k) \in R_N, \quad i = \overline{1, n}, \quad n \geq 1, \quad k \in K \quad (14)$$

(n — число блоков во внешней структуре; K — множество значений мультииндексов k компонент внутренней структуры каждого блока). Общее количество элементов во внутренней структуре обозначим через N . Здесь и далее все операции будем проводить в вещественных векторных пространствах R_N и R_n со скалярными произведениями.

Определим энергетическое скалярное произведение на уровне блоков:

$$(\varphi_i, \varphi_j) = \langle \varphi_i(k), C\varphi_j(k) \rangle, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad k \in K. \quad (15)$$

Здесь C — диагональная матрица, элементы которой содержат масштабные множители и элементы объемов в дискретном представлении функционалов типа (6), (7), (10), (11).

Введем трансформацию переменных состояния типа $\mathbf{Z}_i = C^{1/2}\varphi_i$ таким образом, чтобы компоненты новых векторов имели одинаковые размерности и сохранялись энергетические свойства и размерности скалярного произведения (15) и нормы. Окончательно базу данных для решения задачи представим в виде $(n \times N)$ -матрицы $Z = [\mathbf{Z}_i]$, $i = \overline{1, n}$, где n — число векторов-столбцов, причем каждый столбец содержит всю внутреннюю структуру с общим числом компонент N . Величины n , N и структура множества мультииндексов K являются входными параметрами для структурирования базы данных Z и формирования скалярного произведения (15).

Матрицу данных Z можно рассматривать как совокупность n векторов-столбцов размерности N из R_N и как совокупность N векторов-строк размерности n из R_n , поэтому можно использовать две матрицы Грама: $(n \times n)$ -матрицу $\Gamma = Z^T Z$ и $(N \times N)$ -матрицу $M = Z Z^T$ соответственно (верхний индекс t означает операцию транспонирования). Учитывая, что $r \equiv \text{rank}(\Gamma) = \text{rank}(M) \leq \min(n, N)$, для эффективности алгоритмов всегда будем структурировать исходную базу данных таким образом, чтобы выполнялось неравенство $n \ll N$, и организовывать основную схему вычислений с $(n \times n)$ -матрицей Γ . В этом случае значение параметра n может лимитироваться только возможностями процедур решения полной спектральной проблемы для симметричной неотрицательно определенной $(n \times n)$ -матрицы Γ . Размерность N векторов внутренней структуры может быть сколь угодно большой.

2.2. *Квадратичные формы и методы декомпозиции.* Наряду с матрицами Грама эффективным инструментом для исследования линейных преобразований векторных полей и соответствующих баз данных являются билинейные и квадратичные формы [8, 9]. Исходя из этих предпосылок поставим в соответствие матрице Z квадратичную форму

$$S(\mathbf{v}) = (\mathbf{v}^T Z^T Z \mathbf{v}) \equiv (\mathbf{v}^T \Gamma \mathbf{v}), \quad (16)$$

определенную в пространстве векторов $\mathbf{v} \in R_n$. Далее с использованием методов исследования экстремальных свойств формы $S(\mathbf{v})$ проведем ортогональную декомпозицию пространства векторов из $R_N \times R_n$, составляющих матрицу Z . Опуская описание промежуточных операций, решение задачи получим в виде набора ортогональных подпространств

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_p, \quad \mathbf{v}_p \in R_n, \quad \Psi_p \in R_N, \\ \mathbf{v}_p^T \mathbf{v}_p = \lambda_p \delta_{pq}, \quad \Psi_p^T \Psi_p = \delta_{pq}, \quad p, q = \overline{1, n} \end{array} \right\}. \quad (17)$$

Здесь $\lambda_p \geq 0$, \mathbf{v}_p — упорядоченные по убыванию собственные значения и собственные векторы $(n \times n)$ -матрицы Грама Γ ; δ_{pq} — дельта-функции Кронекера; Ψ_p — подпространства, образованные проекциями векторов-строк матрицы Z на базис $\{\mathbf{v}_p\}$; внутренняя структура векторов Ψ_p такая же, как и у векторов-столбцов из Z в пространствах R_N .

Нормировка векторов \mathbf{v}_p на величину λ_p делает разложение исходного пространства векторов матрицы Z на совокупность подпространств $\{\mathbf{v}_p, \Psi_p\}$ упорядоченным по убыванию масштабов возмущений, характеризуемых величинами λ_p .

По аналогии с традиционными определениями теории и методов главных факторов и главных компонент [10, 11] ортогональные векторы $\{\mathbf{v}_p\}$ можно интерпретировать как главные компоненты для представления векторов базы данных Z в R_n , а ортогональные базисные векторы Ψ_p — как естественные или эмпирические функции для представления векторов базы данных Z в R_N .

2.3. *Построение ортогональных подпространств на примере базы данных реанализа.* Для использования климатической информации в целях экологического прогнозирования подходит любая база данных, имеющая в своем составе характеристики за длительный период времени. В настоящем исследовании используется база данных реанализа [12], представляющая собой хорошо структурированную информационную систему универсального назначения, содержащую основной набор характеристик атмосферы глобальной климатической системы. В численных экспериментах использована база данных за период с 1950 по 2002 г. (53 года). Выбранный временной интервал превышает принятый в климатологических оценках период осреднения. На примере этих данных конкретизируем постановку задачи и сформулируем основные элементы методики. Для проведения исследований и обеспечения эффективности работы алгоритмов сформируем рабочую базу данных как подмножество общей информационной базы данных реанализа [12] и определим подходящим образом матрицу Z и квадратичную форму (16) для обобщенного представления этой базы. Будем исходить из того, что необходимо изучить многолетний ход глобальной климатической системы с выделением годовых и сезонных проявлений и с детальным представлением различных элементов циркуляционных систем в пространственно-временной области декомпозированно по масштабам возмущений на уровне ортогональных подпространств.

С учетом содержания целевых функционалов (6), скалярных произведений (10)–(12) и функционалов (15) для расчета матриц Грама подбирается “физический” состав компонент. Таким образом, для характеристики каждого элемента базы данных (13), (14) имеем семь параметров: номер года, номер месяца, номер поля данных по физическому содержанию и четыре параметра пространственно-временного представления данных в четырехмерной глобальной области на сфере или на ее части. Первые два параметра

определяют внешнюю структуру базы данных и соответственно векторов-строк в представлении ее в виде матрицы Z , а остальные пять — внутреннюю структуру. В качестве ведущей переменной внешней структуры задачи зададим номер года. В терминах (14) это индекс-параметр $i = \overline{1, n}$. Номер месяца зададим как входной параметр алгоритма. В расчетах n является основным параметром, определяющим эффективность и трудоемкость алгоритмов, причем трудоемкость зависит главным образом от возможности эффективного решения полной спектральной проблемы для матрицы Грама при больших n .

Общая структура рабочей базы данных (той, с которой проводятся численные эксперименты) и искомым базисных подпространств организуется с учетом многолетнего годового, сезонного и суточного хода процессов. Для учета сезонного хода исходная база разбивается на 12 частей (по числу календарных месяцев). Годовой и суточный ходы описываются двумя временными шкалами: внешней — в глобальном времени, общей продолжительностью $n = 53$ года с дискретностью 1 год — и внутренней — продолжительностью 1 месяц с дискретностью, задаваемой параметрически в зависимости от возможностей базы данных. В данной работе в расчетах принята 12-часовая дискретность. Таким образом, получается 12 наборов факторных пространств (по числу месяцев в году); для каждого месячного набора строится базисный комплект, состоящий из 53 ортогональных элементов-подпространств (по числу лет).

Размерность векторов-столбцов матрицы Z (14) определяется следующими параметрами: 1) по времени — $2m$ (m — число дней в месяце, два замера в сутки); 2) по пространству — размерами глобальной области в сферических координатах с разрешением по горизонтальным переменным $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ и числом уровней по вертикали, задаваемым параметрически; 3) по числу физически различных блочных компонент, которое также вводится параметрически исходя из структуры функции состояния в моделях (1)–(5) и композиции элементов в скалярных произведениях (10), (11). В региональном варианте конфигурация, положение региона на земном шаре и пространственно-временное разрешение также задаются параметрически. Квантование данных по времени на месячные интервалы является процедурой, с одной стороны, компромиссной по информативности и эффективности вычислений, с другой — удобной для содержательного анализа и организации сценариев моделирования.

Таким образом, используя результаты ортогональной декомпозиции, можно оперативно осуществлять качественный и количественный анализ поведения сложных динамических систем и целенаправленно формировать сценарии по заданным критериям для решения диагностических и прогностических задач.

Рассмотрим пример анализа поведения климатической системы за 53 года (1950–2002 гг.). На рис. 1 представлен один из 60 фрагментов первого (лидирующего) июньского базисного вектора, отвечающего полю горизонтальных составляющих скорости ветра на уровне, соответствующем давлению 500 гПа. Нормировка вектора в целом проведена в соответствии с соотношениями (17). По оси ординат отложена функция широты y , такая что Южному полюсу соответствует 0° , а Северному — 180° . По оси абсцисс отсчитывается долгота x от Гринвичского меридиана. Информативность первого базисного вектора составляет 12,3 % в долях следа матрицы Грама для всей совокупности данных. Климатически значимыми ($\lambda_p \geq 1$) являются 18 векторов из 53.

В июне под влиянием Арктического бассейна над Евразией устанавливается летний тип циркуляции. На рис. 1 хорошо видны типичные циркуляционные структуры, характеризующие центры действия глобальной климатической системы. Следует заметить, что в течение месяца лидирующее подпространство имеет квазистационарный характер, т. е. основные циркуляционные структуры достаточно устойчиво локализируются в пространстве.

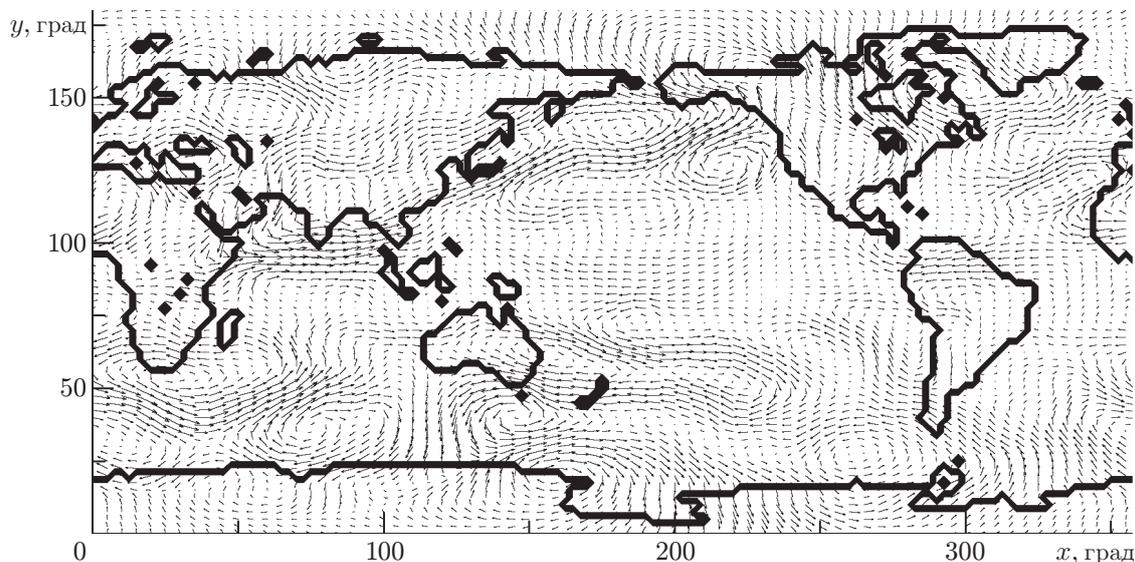


Рис. 1. Компонента первого базисного вектора, соответствующая полям горизонтальных составляющих скорости ветра (стрелки), на уровне давления 500 гПа, за июнь 1950–2002 г. (ситуация 00:00 GMT 15 июня):
жирные линии — границы материков

3. Оценка экологических рисков в Дальневосточном регионе. Ниже приведен пример, демонстрирующий некоторые аспекты экологического прогнозирования в регионе с использованием информации о глобальной климатической системе. Рассматриваются Дальневосточный регион России и сопредельные территории Китая, Кореи и Японии. В соответствии с выполненными оценками центров действия и областей риска (уязвимости) в глобальной климатической системе этот регион находится в области повышенных экологических рисков [4, 13]. С экологических и геополитических позиций он является важным объектом для природоохранных исследований и прогнозов. Гидрометеорологический режим этого региона формируется под влиянием процессов, происходящих на границах раздела океан — континент, и процессов, генерируемых в Алтае-Саянской энергоактивной зоне.

Область Алтае-Саянского циклогенеза классифицируется как одна из активнейших в Северном полушарии Земли [14], причем наиболее активная ее часть располагается в области $40 \div 50^\circ$ с. ш. и $95 \div 125^\circ$ в. д. от Алтая и Саян на западе до Большого Хингана на востоке. (На рис. 1 эта зона попадает в полосу $130 \div 140^\circ$ по оси ординат.) Множество взаимодействующих факторов определяет высокую пространственно-временную изменчивость процессов энергомассообмена в атмосфере региона. В свою очередь, за счет переноса загрязняющих примесей из областей с высокой антропогенной нагрузкой это способствует возникновению ситуаций с повышенной степенью экологических рисков. Рассмотрим два фрагмента типичного летнего сценария для оценок экологических рисков поступления загрязнений в атмосферу над контрольными территориями региона. В качестве объектов-рецепторов приняты некоторые крупные города: Хабаровск, Владивосток, Пекин, Шеньян, Харбин, Далянь, Сеул, Пхеньян. В расчетах использованы целевые функционалы вида (6), которые дают оценку суммарного накопления примесей в атмосфере городов-рецепторов. Сценарий реализуется в режиме обратного моделирования на базе четырехмерной модели переноса примесей (4), адаптированной к условиям региона. Гидродинамический фон формируется по данным реанализа [12] с помощью системы, описанной в [15]. Рассчитыва-

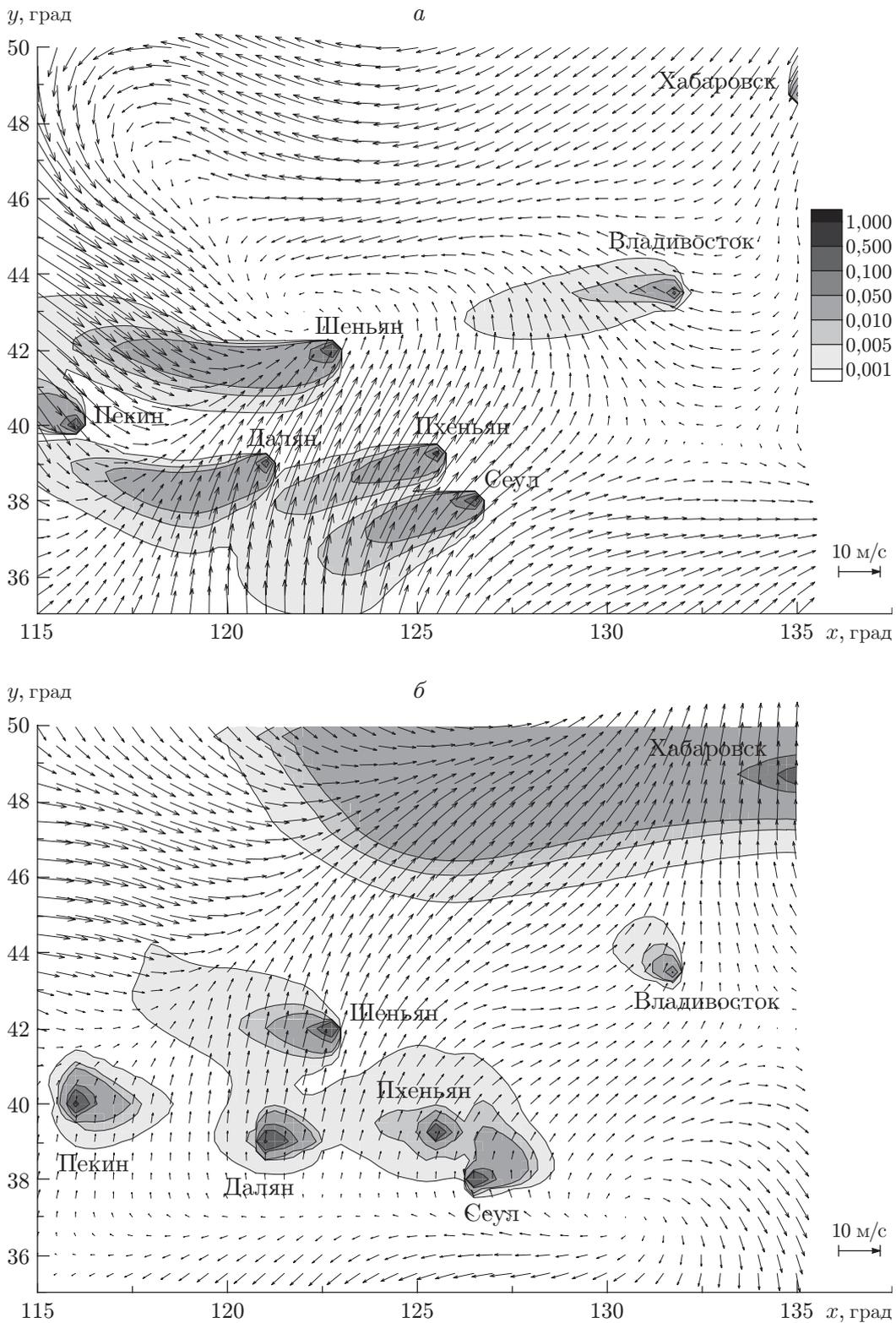


Рис. 2. Двумерные разрезы полей скоростей (стрелки) и изолинии функции риска для городов-рецепторов на уровне, соответствующем верхней границе приземного слоя атмосферы:
a — ситуация 9:00 GMT 6 июня 2000 г.; *b* — ситуация 8:00 GMT 3 июня 2000 г.

ются ФЧ и области рисков поступления загрязнений в области рецепторов, конструктивно задаваемых носителями ненулевых значений весовых функций в определении функционала качества (6). Функции риска выделяют области в регионе, где могут располагаться действующие и потенциально возможные источники загрязнений, “посылающие” сигнал в функционал качества.

Поля скоростей и ФЧ представляют собой четырехмерные структуры. На рис. 2 представлены их двумерные разрезы на расчетном уровне модели, соответствующем верхней границе приземного слоя атмосферы. Функция риска нормирована на максимальное значение за весь период сценария.

Сравнительный анализ показывает, что гидрометеорологический режим и функции чувствительности (риска) действительно имеют высокую пространственно-временную изменчивость. Характер ситуации 6 июня (рис. 2, *а*) определяется северо-восточным фоновым потоком воздушных масс. Город Хабаровск в это время находится в зоне относительного экологического благополучия, т. е. ни один источник в регионе (за пределами рецептора) не влияет на качество его атмосферы. Ситуация 3 июня (рис. 2, *б*) значительно отличается от предыдущей. Она определяется фоновым потоком из Алтае-Саянской зоны. Под влиянием Большого Хинганского хребта потоки воздушных масс устремляются вдоль долин рек Амур и Сунгари. С ними в атмосферу г. Хабаровска могут поступать загрязнения от источников, расположенных на значительной части региона, что ухудшает экологическую обстановку в городе. Высокая степень опасности возникновения неблагоприятных ситуаций в результате взаимных обменов загрязнениями имеется также для городов Китая и Кореи.

Таким образом, в рассматриваемом регионе суммируются эффекты, обусловленные высокой активностью климатической системы и большой антропогенной нагрузкой на природную среду. Как следствие области потенциальных экологических рисков имеют значительные пространственно-временные масштабы.

Заключение. Главная цель природоохранного прогнозирования при планировании хозяйственной деятельности — способствовать уменьшению рисков и снижению степени тяжести отрицательных последствий природных и техногенных катастроф. Рассмотренные системы моделирования с максимальным использованием доступной фактической информации могут служить эффективным инструментом для разработки природоохранных стратегий.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Марчук Г. И.** Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982.
2. **Марчук Г. И.** Сопряженные уравнения и анализ сложных систем. М.: Наука, 1992.
3. **Пененко В. В.** Методы численного моделирования атмосферных процессов. Л.: Гидрометеоиздат, 1981.
4. **Пененко В. В.** Методы обратного моделирования и оценки экологических рисков от антропогенных воздействий // Обозрение прикл. и пром. математики. 2003. Т. 10, вып. 1. С. 26–38.
5. **Пененко В. В., Цветова Е. А.** Математические модели для исследования взаимодействий в системе озеро Байкал — атмосфера региона // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 2. С. 137–147.
6. **Изменение климата, 2001: Обобщ. докл. / Ред. Р. Т. Уотсон.** Женева: Всемир. метеорол. орг., 2003.
7. **Шварц Л.** Анализ. М.: Мир, 1972.
8. **Курант Р.** Методы математической физики / Р. Курант, Д. Гильберт. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1951.

9. **Гантмахер Ф. Р.** Теория матриц. М.: Наука, 1967.
10. **Харман Г.** Современный факторный анализ. М.: Статистика, 1972.
11. **Preisendorfer R. W.** Principal component analysis in meteorology and oceanography. Amsterdam; N. Y.; Tokyo: Elsevier, 1988.
12. **Kalnay E., Kanamitsu M., Kistler R., et al.** The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 1996. V. 77. P. 437–471.
13. **Penenko V. V., Tsvetova E. A.** Methods of sensitivity theory and orthogonal decomposition for studying climate dynamics and pollution // Proc. SPIE. 2006. V. 6522, 652223.
14. **Chen S.-J., Kuo Y.-H.** Synoptic climatology of cyclogenesis over East Asia, 1958–1987 // Mon. Weather Rev. 1991. V. 119, N 6. P. 1407–1418.
15. **Пененко В. В., Цветова Е. А.** Подготовка данных для экологических исследований с использованием Reanalysis // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12, № 5. С. 463–465.

Поступила в редакцию 10/XI 2006 г.
