

УДК 539.2

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В НЕЛИНЕЙНОМ ДИССИПАТИВНОМ МАТЕРИАЛЕ

Ю. М. Волчков^{*,**}, И. О. Богульский^{***,****}

* Новосибирский национальный исследовательский государственный университет,
630090 Новосибирск, Россия

** Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

*** Сибирский федеральный университет, 660041 Красноярск, Россия

**** Красноярский государственный аграрный университет, 660049 Красноярск, Россия
E-mails: volk@hydro.nsc.ru, bogul.io@ya.ru

Исследован класс материалов, поведение которых не позволяет определить их как пластичные или упругие по экспериментальной диаграмме напряжение — деформация. Упругими они не являются в силу того, что разгрузка происходит по кривой, существенно отличающейся от кривой нагружения, а пластичными — поскольку при полном цикле нагружение — разгрузка отсутствуют остаточные деформации. В качестве таких материалов рассматриваются так называемые металлорезины — материалы, представляющие собой витую проволоку, спрессованную в практически однородное тело. Исследовано распространение ударных волн в таком материале. Рассмотрена одномерная модель.

Ключевые слова: металлорезина, демпфирование, численное моделирование, нелинейная упругость, деформационная теория.

DOI: 10.15372/PMTF20210512

1. Постановка задачи. Разработка способов демпфирования является актуальной задачей. Если в одном устройстве имеются элементы, создающие ударное воздействие достаточно большой силы, и в то же время присутствуют хрупкие элементы, необходимо обеспечить сохранность последних. Как правило, для этого используются демпфирующие элементы из различных материалов.

Разработка способов демпфирования чрезвычайно актуальна в космической технике. Разделение элементов носителя в полете (отделение ступеней, раскрытие носовой части) происходит за счет подрыва пироболтов, скрепляющих конструкцию. При этом возникают ударные волны большой амплитуды, чрезвычайно опасные для элементов и приборов отделяемого аппарата. Для гашения этих волн используются шайбы конической формы, выполненные из материала, называемого металлорезиной. Этот материал представляет собой витую стальную проволоку, спрессованную в практически однородный материал. Металлорезины выделяются в отдельный класс материалов, поведение которых при основном нагружении имеет ряд особенностей [1–3]. В данной работе исследуется поведение

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований СО РАН (код проекта П.23.3.1) и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Национального центра научных исследований Франции (код проекта 21-51-15002).

© Волчков Ю. М., Богульский И. О., 2021

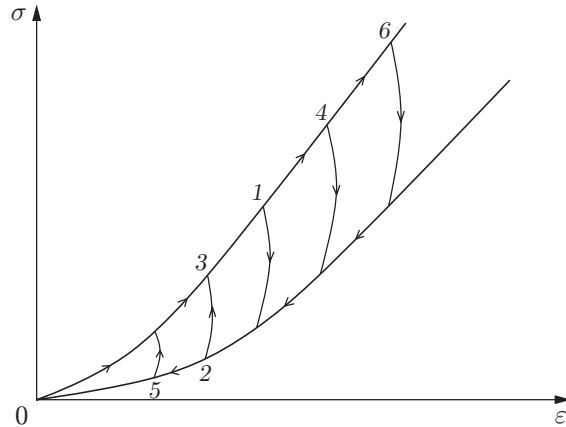


Рис. 1. Диаграмма одноосного растяжения-сжатия образца:
1-6 — моменты разгрузки и последующего нагружения

ударных волн в материалах с такими свойствами, которые будем называть нелинейными диссипативными.

2. Одномерная модель деформирования нелинейного диссипативного материала. На рис. 1 приведены характерные кривые зависимости напряжения σ от деформации ε при одноосном нагружении материала. Из рис. 1 следует, что рассматриваемый материал не является пластическим [4], поскольку при полном цикле нагружение — разгрузка не возникает остаточных деформаций. Однако упругим [5] его считать также нельзя, так как кривая разгрузки отлична от кривой нагружения. В каждом цикле нагружение — разгрузка в материале происходит диссипация механической энергии, поэтому процесс деформирования является необратимым.

Расчет волновых процессов в материале с описанной реологией проводится в рамках модели деформационной теории пластичности [4].

Динамическую задачу будем решать с использованием пошагового явного разностного метода по схеме, имеющей первый порядок точности [6, 7]. На каждом расчетном шаге решается смешанная задача нелинейной теории упругости с модулем упругости, зависящим от текущего напряженного состояния и знака приращения нагрузки.

Система дифференциальных уравнений, описывающая одномерную деформацию в рассматриваемой задаче, имеет вид

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} = E\left(\sigma, \frac{\partial \sigma}{\partial t}\right) \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Здесь u — массовая скорость частиц; ρ — плотность; E — модуль Юнга.

На каждом временном интервале $t \in [k\tau, (k+1)\tau]$ (τ — шаг по времени; k — номер шага по времени) касательный модуль упругости $E(\sigma, \partial\sigma/\partial t) = E^*$ будем считать постоянной величиной. Приращение напряжения на каждом шаге по времени вычисляется по формуле

$$d\sigma = E^* d\varepsilon.$$

3. Численная реализация задачи. Диаграмма напряжение — деформация (см. рис. 1) при численной реализации аппроксимируется следующим образом (рис. 2): уравнение кривой 1 на рис. 2 аппроксимируется зависимостью $\sigma = a_1\varepsilon + b_1\varepsilon^2 = f_1(\varepsilon)$, уравнение кривой 2 — зависимостью $\sigma = a_2\varepsilon + b_2\varepsilon^2 = f_2(\varepsilon)$. Переход с кривой 1 на кривую 2 и обратно осуществляется по прямой с тангенсом угла наклона E_{\max} , значения коэффициентов, входящих в эти зависимости, приводятся ниже.

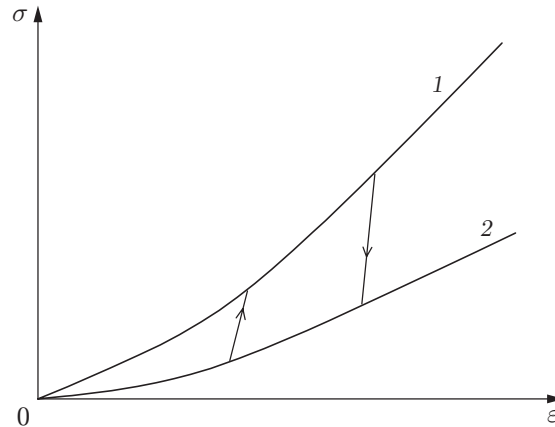


Рис. 2. Диаграмма напряжение — деформация, используемая при численном решении задачи:

$$1 - \sigma = a_1\varepsilon + b_1\varepsilon^2 = f_1(\varepsilon), \quad 2 - \sigma = a_2\varepsilon + b_2\varepsilon^2 = f_2(\varepsilon)$$

Модуль E выбирается следующим образом. Пусть на нижнем временном слое напряженно-деформированное состояние характеризуется величинами σ_H , ε_H , E_H . В результате пересчета на один шаг по времени получаем новые значения напряжения и деформации σ_B , ε_B , причем $\varepsilon_B = \varepsilon_H + d\sigma/E_H$, $d\sigma = |\sigma_B| - |\sigma_H|$.

Если точка $(\sigma_B, \varepsilon_B)$ отклоняется от кривой 1 на рис. 2 не более чем на 10 % и $d\sigma \geq 0$ (активное нагружение), то $E = (df_1/d\varepsilon)(\varepsilon_B)$. Если $d\sigma < 0$, то $E = E_{\max}$. Если точка $(\sigma_B, \varepsilon_B)$ отклоняется от кривой 2 на рис. 2 не более чем на 10 %, то $E = (df_2/d\varepsilon)(\varepsilon_B)$ в случае разгрузки ($d\sigma \leq 0$) и $E = E_{\max}$ в случае нагружения ($d\sigma > 0$). Если точка $(\sigma_B, \varepsilon_B)$ находится между кривыми 1 и 2, то $E = E_{\max}$ и при нагружении, и при разгрузке. В случае если точка $(\sigma_B, \varepsilon_B)$ отклоняется от кривой 1 либо от кривой 2 более чем на 10 %, выполняется новая итерация с меньшим шагом по времени τ . При этом мгновенная скорость равна $C = \sqrt{E/\rho}$.

Пусть начальное состояние характеризуется напряжением σ^* , начальная точка $(\sigma^*, \varepsilon_0)$ может занимать положение на отрезке $\sigma = \sigma^*$, $\varepsilon_1 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2$, зависящее от значения деформации материала к началу расчета задачи. Например, начальное состояние $(\sigma^*, \varepsilon_0)$ могло возникнуть в результате либо разгрузки из точки, принадлежащей кривой 1, либо нагружения из точки, принадлежащей кривой 2. Поэтому в начальный момент времени наряду с начальными значениями скорости и напряжения следует задавать начальные деформации.

В численном эксперименте рассматривались две задачи.

Задача 1 (о распаде разрыва). Пусть $x \in [0, 200h]$, $t \in [0, T]$, $T = 80\tau$, $\tau = h/C_{\max}$. Рассматриваются начальные условия

$$\bar{\sigma}|_{t=0} = \begin{cases} -1, & x \in [0, 100h], \\ 0, & x \in [100h, 200h], \end{cases} \quad \bar{u}|_{t=0} = 0, \quad x \in [0, 200h],$$

$$\varepsilon_0 = \begin{cases} 3, & x \in [0, 100h], \\ 0, & x \in [100h, 200h] \end{cases}$$

и краевые условия

$$\bar{\sigma}|_{x=0} = -1, \quad \bar{\sigma}|_{x=200h} = 0.$$

Задача решалась при следующих значениях параметров: $a_1 = 0,2$, $a_2 = 0,1$, $b_1 = 0,15$, $b_2 = 0,075$, $E_{\max} = 1$.

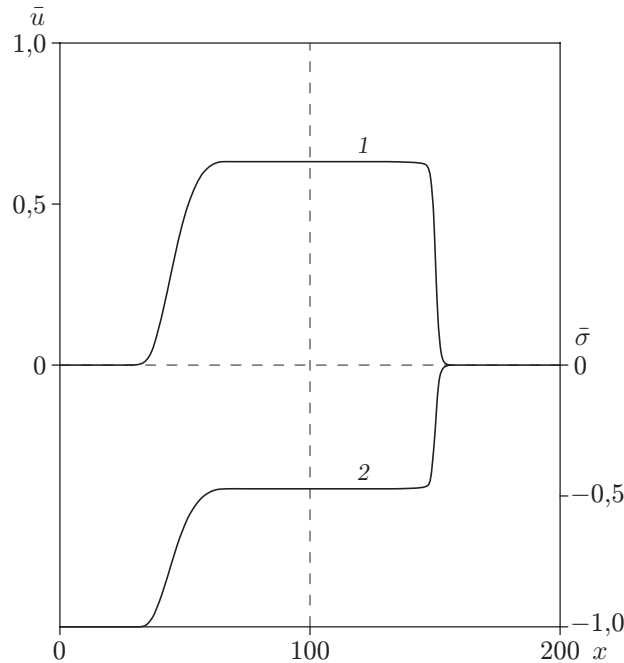


Рис. 3. Распределения массовой скорости \bar{u} (1) и напряжения $\bar{\sigma}$ (2) при $t = 80\tau$ в задаче 1

На рис. 3 приведены распределения безразмерной массовой скорости $\bar{u} = u/C_{\max}$ и безразмерного напряжения $\bar{\sigma} = \sigma/E_{\max}$ при $t = 80\tau$. Видно, что вправо распространяется ударная волна, а влево — гладкая волна разрежения.

Задача 2 (об ударе по левому торцу стержня). Пусть к левому торцу стержня длиной $100h$ приложен треугольный импульс. Стержень имеет те же механические характеристики, что и в задаче 1. Задача решается при следующих условиях:

$$\bar{u}|_{t=0} = \bar{\sigma}|_{t=0} = \varepsilon|_{t=0} = 0, \quad x \in [0, 100h],$$

$$\bar{\sigma}|_{x=0} = - \begin{cases} Ct/(30h), & t \in [0, 30\tau], \\ 2 - Ct/(30h), & t \in [30h, 60h], \\ 0, & t \in [60h, \infty), \end{cases} \quad \bar{\sigma}|_{x=100h} = 0.$$

На рис. 4 приведено решение сформулированной задачи в моменты времени $t = 20\tau$, 40τ , 60τ , 80τ , 100τ . Видно, что происходит схлопывание гладкого профиля в ударную волну и имеет место характерный ступенчатый профиль волны разгрузки. Уменьшение амплитуды волны происходит за счет диссипации механической энергии при ее максимальном значении в результате изменения знака нагружения.

Заключение. Из результатов численного решения задач 1, 2 следует, что при прохождении ударной волны поведение рассматриваемого материала аналогично поведению идеально упругопластической среды. Наблюдаются упругий предвестник, гладкая пластическая волна. Очевидно, что в течение нескольких циклов нагружения — разгрузки свойства материала изменяются, но изделия из таких материалов предполагается использовать один раз. Диссипация энергии обусловлена изменением структуры материала.

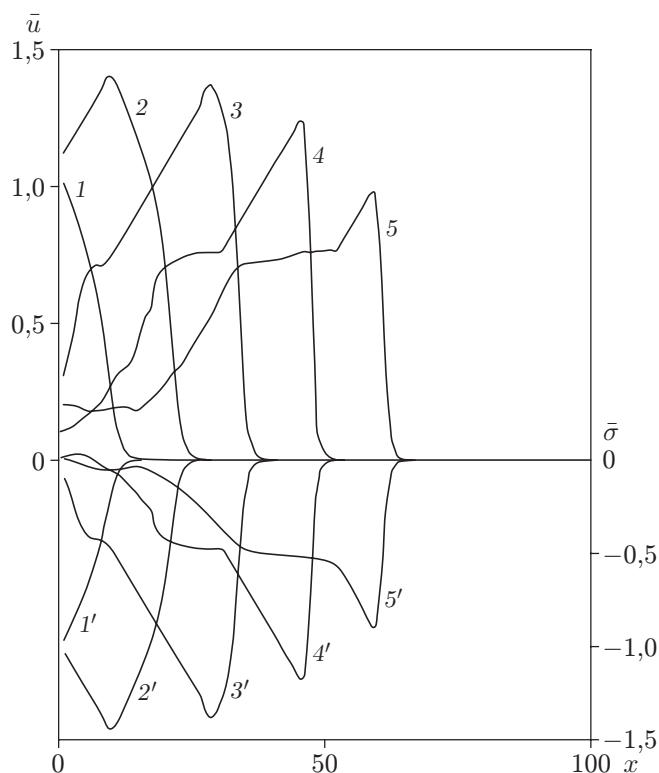


Рис. 4. Распределения массовой скорости \bar{u} (1–5) и напряжения $\bar{\sigma}$ (1'–5') в задаче 2 в различные моменты времени:

1, 1' — $t = 20\tau$, 2, 2' — $t = 40\tau$, 3, 3' — $t = 60\tau$, 4, 4' — $t = 80\tau$, 5, 5' — $t = 100\tau$

ЛИТЕРАТУРА

1. **Иголкин А. А., Изжеуров Е. А., Сафин А. И., Шахматов Е. В.** Применение пористого материала “металлорезина” в гидрогазовых системах энергетических установок для шумоподавления и термостабилизации // Судостроение. 2012. Т. 804, № 5. С. 46–48.
2. **Садовский В. М.** О термодинамической согласованности и математической корректности в теории упругопластических, сыпучих и пористых сред // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2020. Т. 60, № 4. С. 738–751.
3. **Ершов А. А., Логинов Ю. Н.** Расчет компенсации штампового инструмента после пружинения в программном комплексе RAM-STAMP // Металлург. 2012. № 7. С. 24–26.
4. **Качанов Л. М.** Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
5. **Работнов Ю. Н.** Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979.
6. **Рихтмайер Р.** Разностные методы решения краевых задач / Р. Рихтмайер, К. Мортон. М.: Мир, 1972.
7. **Уилкинс М. Л.** Расчет упругопластических течений // Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1967. С. 212–263.

*Поступила в редакцию 30/IV 2021 г.,
после доработки — 30/IV 2021 г.
Принята к публикации 31/V 2021 г.*