

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. П. Мухленов, В. М. Тесленко, Б. Н. Шекун. ЖПХ, 1966, 1.
2. Г. К. Рубцов, Н. И. Сыромятников. Изв. вузов, Черная металлургия, 1964, 3.
3. А. А. Шмыков, И. И. Маергойз. Электротермия, 1963, 9.
4. А. П. Баскаков. Скоростной безокислительный нагрев и термическая обработка в кипящем слое. Металлургия, 1968.

УДК 532.507+536.46

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ В КАМЕРЕ

С. К. Асланов  
(Одесса)

Исследование устойчивости зоны турбулентного горения относительно пересекающих ее слабых ударных волн впервые выполнено К. И. Щелкиным [1]. Приращение перепада давления в ударной волне за счет ускорения турбулентного пламени находится из представления зоны горения как растянутого скачка разрежения. Выражение для изменения скорости турбулентного сгорания под влиянием пересекающей пламя ударной волны (обратная связь) определяется из анализа взаимодействия этой волны с внутренней структурой турбулентного пламени (дисперсия, дифракция и распад ударной волны на очагах горения и т. д.). Из указанных соображений получен следующий критерий неустойчивости турбулентного горения:

$$B \frac{l}{L_k} \left( \frac{v'}{u_n} \right)^m (\kappa - 1) \frac{Q}{c_1^2} \frac{c_1 c_2}{(c_1 + c_2)^2} > 1 \quad \left( \frac{1}{2} \leq m \leq 1 \right), \quad (1)$$

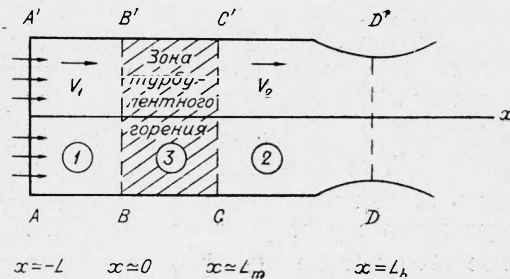
где  $u_n$  — нормальная скорость пламени;  $v'$  — средняя скорость турбулентных пульсаций;  $l$  — масштаб турбулентности;  $L_k$  — длина камеры сгорания;  $\kappa$  — отношение теплоемкостей, принимаемое одинаковым в исходной смеси и продуктах сгорания;  $c_1, c_2$  — скорости звука соответственно в исходной смеси и продуктах сгорания;  $Q$  — тепловой эффект реакции горения на единицу массы горючей смеси;  $B$  — постоянная, несильно отличающаяся от единицы и подлежащая определению из опыта.

В работе [2] была сделана попытка аналитического рассмотрения задачи газодинамической устойчивости зоны турбулентного горения относительно малых возмущений, которые накладывались на основное осредненное стационарное течение. Сопрягая возмущенные состояния областей исходной смеси, пламени и продуктов сгорания с помощью классических теорем об изменении массы, импульса и энергии, а также выведенного уравнения обратной связи (для взаимодействия акустических волн с внутренней турбулентной структурой пламени), удалось получить критерий неустойчивости, обеспечивающий экспоненциальное нарастание возмущений во времени и имеющий в случае небольших  $M_1, M_2$  следующий вид:

$$B \frac{l}{L_k} \left( \frac{v'}{u_n} \right)^m (\alpha - 1) \frac{1 - M_1 / M_2}{M_1 / M_2 + 1} > 1; \quad \alpha = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad (2)$$

где  $\rho_1, \rho_2$  и  $M_1, M_2$  — соответственно плотность и число Маха в исходной смеси и продуктах сгорания. Заметим, что критерий (2) как будет показано ниже, весьма хорошо согласуется с критерием К. И. Щелкина [1] и приводит в реальном диапазоне параметров к близким количественным значениям.

Однако указанные критерии получены в простейшей схеме без учета граничных эффектов отражения акустических возмущений, генерируемых пламенем, от торца камеры сгорания двигателя и на выходе из нее. Поэтому с целью приближения расчетной схемы к условиям эксперимента в настоящей работе критерий внутренней неустойчивости турбулентного горения в камере выводится в присутствии указанных краевых факторов.



Отправляясь от одномерной модели зоны турбулентного горения ширины  $L_m$  в схематизированной камере сгорания постоянного сечения (см. рисунок), имеем три области течения в условиях изотропной турбулентности. Область 1 исходной смеси горючее — окислитель ( $-L \leq x \leq 0$ ) отделена от продуктов сгорания области 2 ( $x \geq L_m$ ) зоной турбулентного пламени 3. Осредненные постоянные параметры  $p, \rho, v, c, S, \kappa, C_p$  (давление, плотность, скорость, скорость звука, энтропия, отношение теплоемкостей, теплоемкость) будем обозначать индексами соответствующих областей.

Если под влиянием каких-то случайных внутренних причин произойдет малое изменение скорости турбулентного горения, то зона пламени 3 получит относительно своего невозмущенного состояния малое смещение, которое можно записать в виде

$$\varepsilon = A_0 \exp \omega t. \quad (3)$$

Таким образом, пламя становится источником акустических возмущений  $v'_j, p'_j$  в исходной смеси ( $j=1$ ) и продуктах сгорания ( $j=2$ ), а также возмущения энтропии  $S'_2$ , уносимого потоком вниз по течению. Аналогично [2], указанные возмущения представляются решениями линейризованных газодинамических уравнений:

$$v'_j = v'_{j1} + v'_{j2}; \quad \frac{F'_j}{\rho_j v'_j} \beta_{j1} v'_{j1} + \beta_{j2} v'_{j2}; \quad \beta_{jk} = - \left( 1 + \frac{\omega}{v_j \gamma_{jk}} \right);$$

$$S'_j = (j-1) A_4 \exp \left[ - \frac{\omega}{v_j} (x - L_m) + \omega t \right]; \quad \gamma_{jk} = - \frac{\omega}{v_j} \frac{M_j}{M_j + (-1)^k}; \quad (4)$$

$$v'_{jk} = A_{jk} \exp \{ \gamma_{jk} [x + (1-j)L_m] + \omega t \}; \quad M = \frac{v}{c} < 1.$$

С другой стороны, имеет место обратное влияние возмущений на турбулентное пламя через взаимодействие акустических волн, распространяющихся навстречу друг другу по зоне 3, с ее турбулентной структурой. Результатом этой обратной связи, как найдено в [2], является изменение скорости турбулентного горения в виде

$$v_1' \Big|_{x=0} - \frac{d\varepsilon}{dt} = D \frac{1}{L_m} \int_0^{L_m} v_3' dx; \quad D = B \frac{l}{L_k} \left( \frac{v'}{u_n} \right)^m, \quad (5)$$

где акустическое возмущение внутри пламени 3  $v_3'$  представляется, согласно (4), для  $j=3$ . Зарождааясь в окрестности, звуковое возмущение распространяется в виде расходящихся волн:  $v_{11}'$  в область 1 и  $v_{32}'$  в область 3. Ввиду того, что скорость горения  $v_1$  значительно меньше скорости звука  $c_1$ , с акустической точки зрения можно не учитывать поток через переднюю границу пламени  $BB'$ . Тогда в указанной окрестности  $x \approx 0$  должно выполняться условие совпадения акустических скоростей  $v_{11}' = v_{32}'$ . Аналогичную картину следует ожидать в окрестности  $CC'$ , от которой расходятся волны  $v_{22}'$  в область 2 и  $v_{31}'$  в область 3, так что при  $x \approx L_m$   $v_{31}' = v_{22}'$ . Подстановка решений (4) в указанные условия дает  $A_{11} = A_{32}$ ,  $A_{31} = A_{22}$ , т. е. выражает акустическое возмущение  $v_3'$ , фигурирующее в уравнении обратной связи (5), через таковые в областях 1 и 2.

В качестве граничного условия для торца камеры сгорания  $AA'$  естественно принять условие отражения акустического возмущения от жесткой стенки

$$v_1' = 0 \text{ при } x = -L. \quad (6)$$

Граничное условие на выходе из камеры  $DD'$  будет зависеть от физических условий истечения через сопло. В рамках принятой вначале идеализации можно, следуя [4], установить зависимость между режимом дефлаграции и величиной сужения в сопле. В предельном случае полностью развитой дефлаграции Жуге будем иметь полутепловое сопло. Когда сходящаяся часть отсутствует, скорость продуктов сгорания непосредственно за пламенем равна звуковой. Поэтому никакие возмущения со стороны сгоревшего газа не могут проникнуть к пламени, так что в области 2 следует принимать во внимание лишь уходящие звуковые волны, т. е. положить  $A_{21} = 0$ . При неполностью развитой дефлаграции, когда сопло имеет конфузур и возможно отражение возмущений от его наклонных стенок, выражение условий на выходе из камеры постоянного сечения весьма затруднительно. Поэтому и здесь будем учитывать только уходящие волны в области 2, предполагая в подтверждение, что  $L_b > L$ , и имеющиеся всегда в реальной камере потери существенно ослабляют волны, приходящие к пламени со стороны продуктов сгорания.

Для сопряжения возмущенных состояний областей 1 и 2 через зону пламени 3 используем, так же как и в [2], классические теоремы о сохранении массы, импульса и энергии в предположении о полном выгорании смеси в пламени (при отсутствии и наличии возмущений):

$$\alpha \left[ v_1' - \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{p_1'}{\rho_1 v_1} M_1^2 \right]_{x=0} = \left[ v_2' - \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{p_2'}{\rho_2 v_2} M_2^2 - \frac{v_2}{C_{p_2}} S_2' \right]_{x=L_m};$$

$$\left[ \frac{p_1'}{\rho_1 v_1} (1 + M_1^2) + 2v_1' \right]_{x=0} = \left[ \frac{p_2'}{\rho_2 v_2} (1 + M_2^2) + 2v_2' - \frac{v_2}{C_{p_2}} S_2' \right]_{x=L_m}; \quad (7)$$

$$\frac{1}{\alpha} \left[ v_1' - \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{p_1'}{\rho_1 v_1} \right]_{x=0} = \left[ v_2' - \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{p_2'}{\rho_2 v_2} + \frac{v_2}{C_{p_2}} \frac{S_2'}{(x_2 - 1) M_2^2} \right]_{x=L_m}$$

Игнорируя при этом эффект турбулентной диссипации, тем самым отказываясь от его стабилизирующего влияния на возмущения, заранее усиливая до некоторой степени искомый критерий неустойчивости процесса.

Постановка решений (3), (4) в условия (5) — (7) приводит к однородной системе уравнений относительно постоянных  $A_0, A_{11}, A_{12}, A_{22}, A_4$  с характеристическим определителем для собственного числа  $\omega$ :  $f(\omega) = 0$ .

$$\begin{aligned}
 f(\omega) = & \sum_{k=1}^2 (-1)^{k-1} \exp \gamma_{1k} L \left( \Phi_k + \frac{\alpha-1}{1+M_2} M_2 b_1 F_k \right) - \\
 & - a(\alpha-1) \left[ \frac{\alpha-1}{\alpha} + \frac{1+M_2}{(x_2-1) M_2^2} \right]; \\
 b_k = & \frac{D}{\gamma_{3k} L_m} \{1 - \exp [(-1)^k \gamma_{3k} L_m]\}; \\
 a = & (1 + b_2) \exp \gamma_{11} L - \exp \gamma_{12} L; \\
 F_k = & [1 + (-1)^k M_1] \left[ \frac{\alpha-1}{\alpha} + \frac{(-1)^k}{M_1} \frac{1 + (-1)^k M_1}{(x_2-1) M_2^2} \right]; \quad (8) \\
 \Phi_k = & [1 + (-1)^k M_1] \left\{ \left[ 1 - \frac{(-1)^k}{\alpha M_1} \right] (\alpha-1) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{(x_2-1) M_2} \left[ \frac{(-1)^{k-1}}{M_1} - 1 + \alpha \frac{1+M_2}{M_2} \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Наличие, по крайней мере, одного положительного корня уравнения (8) достаточно для неустойчивости с экспоненциальным нарастанием возмущений во времени. При  $\omega \rightarrow \infty$  по (4)  $\gamma_{jk} \rightarrow (-1)^{k-1} \infty$  и  $b_k = 0$ ,  $a = \exp \gamma_{11} L$ , так что

$$\begin{aligned}
 f(+\infty) = & \exp \gamma_{11} L \left\{ (\alpha-1) \left( 1 + \frac{1}{M_1} - \frac{\alpha-1}{1-M_1} M_1 \right) + \right. \\
 & \left. + \frac{\alpha}{(x_2-1) M_2^2} \left[ 1 + \frac{M_2}{M_1} - (\alpha-1) M_1 \frac{1+M_2}{1-M_1} \right] \right\} \simeq \\
 \simeq & \exp \gamma_{11} L \left[ (\alpha-1) \left( 1 + \frac{1}{M_1} \right) + \frac{\alpha}{(x_2-1) M_2^2} \left( 1 + \frac{M_2}{M_1} \right) \right],
 \end{aligned}$$

поскольку в силу небольшой величины  $M_1$  можно пренебречь  $M_1^2$ . Следовательно,  $f(+\infty) > 0$ , а условие существования положительного корня уравнения (8)  $f(0) < 0$  приводит к следующему достаточному критерию внутренней неустойчивости турбулентного горения в камере (с точностью до  $M_1^2$ ):

$$\begin{aligned}
 E \frac{l}{L_K} \left( \frac{v'}{u_H} \right)^m (\alpha-1) \psi > 1; \quad \psi = & \frac{1 - \frac{M_1}{2} (1+M_2) \left( q + \frac{1}{M_2} \right)}{(1+M_2) q}; \\
 q = & 1 + \frac{\alpha-1}{\alpha} (x_2-1) M_2, \quad (9)
 \end{aligned}$$

ибо  $\gamma_{jk} = 0$  и  $b_k = (-1)^{k-1}$ ,  $D = (-1)^{k-1} B \frac{l}{L_K} \left( \frac{v'}{u_H} \right)^m$ .

Можно убедиться, что найденный критерий является также и необходимым в случае  $\xi = L_m/L \ll 1$ . Для этого нужно показать

наличие у уравнения (8) единственного действительного положительного корня и отсутствие комплексных корней, вещественная часть которых больше нуля. Вводя безразмерное собственное число  $z = \omega L/v_1$ , будем иметь  $\Delta = (\gamma_{11} - \gamma_{12})L \sim z$ ,  $\gamma_{3k} L_m \sim z \xi$  и с точностью до  $\xi^2$ :  $b_1 = D$ ,  $a = (1 - D) \exp \gamma_{11} L - \exp \gamma_{12} L$ . В результате уравнение (8) примет вид:  $\exp \Delta = Q_2/Q_1$ , и с точностью до  $M_1^2$  —

$$Q_2 + Q_1 = D (\alpha - 1) \left[ (\alpha - 1) \frac{3M_2 + 1}{M_2 + 1} + \frac{\alpha}{(\alpha_2 - 1) M_2^2} \left( 1 + M_2 + \frac{4M_2}{1 + M_2} \right) \right] + 2\alpha \frac{1 - M_2}{(\alpha_2 - 1) M_2^2}; \quad Q_2 - Q_1 = [D (\alpha - 1) \psi - 1] q.$$

Из выполнения условия (9) следует  $Q_2 > Q_1$ , а положительность  $Q_2 + Q_1$  будет обеспечена хотя бы для  $D > 0$ . Поэтому в окрестности предельного случая знака равенства в (9) (или  $Q_2 \approx Q_1$ ) всегда  $Q_2/Q_1 > 1$ , а значит уравнение  $\Delta = \ln(Q_2/Q_1)$  имеет единственный действительный положительный корень  $z \sim \omega$ .

В частном случае слабой дефлаграции, когда  $M_2$  невелико, критерий (9) принимает вид  $\psi = 1 - M_1/M_2$ . Сравнение последнего с критерием (2), полученным нами [2] без учета отражения от торца камеры, непосредственно показывает, что введение в рассмотрение акустических волн, отраженных от торца камеры, обуславливает дестабилизирующий эффект увеличения множителя  $\psi$  в  $(1 + M_1/M_2)$  раз.

В заключение представляет интерес дать сопоставление критериев (1) и (2), полученных соответственно в работах [1] и [2]. Для слабых дефлаграций, т. е. в рамках нашего пренебрежения  $M_1^2$ , имеет место [5]  $\alpha - 1 = (\kappa - 1) Q/c_1^2$ , если считать  $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ . В этом же приближении было найдено [6]  $M_2/M_1 \approx \sqrt{\alpha}$  и, так как  $v_2/v_1 = \alpha$ , то  $c_2/c_1 \approx \sqrt{\alpha}$ . Поэтому критерии (1) и (2) могут быть представлены в одинаковой форме, аналогичной (9), с соответствующими значениями величины  $\psi$ :

$$\psi_{(1)} = \frac{\sqrt{\alpha}}{(\sqrt{\alpha} + 1)^2}; \quad \psi_{(2)} = \frac{\alpha - 1}{(\sqrt{\alpha} + 1)^2}.$$

Приведенные функции несильно отличны друг от друга. Так, в наиболее реальной области около  $\alpha = 3$  их относительное расхождение будет порядка 10%, обнаруживая тем самым количественную близость критериев (1) и (2).

Поступила в редакцию  
3/XII 1966

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К. И. Шелкин. Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, 1959, 5.
2. С. К. Асланов. ФГВ, 1966, 2, 4.
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. ГИТТЛ, 1953.
4. Я. К. Трошин. Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, 1959, 2.
5. К. И. Шелкин, Я. К. Трошин. Газодинамика горения. М., Изд-во АН СССР, 1963.
6. С. К. Асланов. Авиационная техника, 1966, 3.