

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С ЦЕЛЬЮ ОБОСНОВАНИЯ НОВОГО ГЕОФИЗИЧЕСКОГО МЕТОДА — КАРОТАЖА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ

А.Д. Каринский, А.А. Красносельских*

*Российский государственный геолого-разведочный университет им. Серго Орджоникидзе,
117997, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 23, Россия*

**Центральный научно-исследовательский геолого-разведочный институт цветных и благородных металлов,
117545, Москва, Варшавское шоссе, 129, корп. 1, Россия*

Приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований, полученные для имеющего новую конструкцию зонда электромагнитного каротажа. У этого зонда, как и в методах индукционного каротажа, возбудителем гармонически меняющегося электромагнитного поля служит магнитный диполь, а измеряемой величиной является напряжение электрического поля в короткой приемной линии MN . Результаты теоретических исследований показали, что при выполнении определенных условий результаты измерений с таким зондом зависят от коэффициента электрической анизотропии и не зависят от продольного и поперечного удельных электрических сопротивлений анизотропной среды. На полученных при физическом моделировании экспериментальных данных опробована методика определения коэффициента электрической анизотропии.

Электромагнитный каротаж, коэффициент электрической анизотропии, математическое моделирование, физическое моделирование.

MATHEMATICAL AND PHYSICAL MODELING TO JUSTIFY A NEW GEOPHYSICAL METHOD — ELECTRICAL ANISOTROPY LOGGING

A.D. Karinskiy and A.A. Krasnosel'skikh

Results of theoretical and experimental studies obtained for an electromagnetic logging probe of new design are presented. As in the case of an induction logging probe, the magnetic dipole of the new probe produces a harmonically varying electromagnetic field, and the parameter to be measured is the electric voltage in the short receiving MN line. The theoretical studies have shown that under certain conditions, the results of measurement with this probe depend on the electrical-anisotropy coefficient and do not depend on the longitudinal and transverse electrical resistivities of the anisotropic medium. A technique for determining the electrical-anisotropy coefficient was tested on the experimental data obtained by physical modeling.

Electromagnetic logging, electrical-anisotropy coefficient, mathematical modeling, physical modeling

ВВЕДЕНИЕ

Многие горные породы электрически анизотропны. В такой среде удельное электрическое сопротивление ρ зависит от направления. Анизотропия горных пород может быть обусловлена, например, их тонкослоистой структурой, трещиноватостью, рассланцованностью, а также связана с присутствием в них включений, отличающихся по ρ от вмещающей их среды и имеющих какую-либо преимущественную ориентацию.

Для характеристики электрических параметров анизотропных горных пород обычно применяют модель среды с осевой анизотропией. Удельное электрическое сопротивление такой среды характеризуют два значения: поперечное удельное электрическое сопротивление ρ_n по оси анизотропии n (ориентированной, например, по нормали к напластованию тонкослоистых пород) и продольное удельное электрическое сопротивление ρ_t по любому ортогональному оси n направлению t . Коэффициент электрической анизотропии такой среды $\lambda = \sqrt{\rho_n/\rho_t}$. Рисунки, на которых показаны различные по литологии горные породы с осевой анизотропией, приведены в работах [Могилатов, 2012; Красносельских, Каринский, 2015; Каринский, Красносельских, 2016].

Параметры электрической анизотропии содержат важную информацию о строении и свойствах пород. Например, параметры ρ_n , ρ_t пластов-коллекторов месторождений углеводородов по-разному зависят от фильтрационно-емкостных свойств пород, характера их насыщения и других факторов. Но

результаты большинства применяемых электрических и электромагнитных методов исследования скважин зависят в основном от параметра ρ , либо испытывают сложное влияние ρ_t и ρ_n .

В рудной геологии анизотропия пород представляет интерес при поисках толщ, благоприятных для рудообразования. Было установлено, например, что метаморфические электрически анизотропные породы с рассеянным углистым веществом благоприятны для локализации коренных месторождений золота. Это связано с тем, что именно в такой обстановке осаждающее действие углистого вещества как активного восстановителя проявляется наиболее эффективно. Такие горные породы могут иметь разные величины параметров ρ_n и ρ_p , но им присуще высокое значение коэффициента λ . Судя по опубликованным данным, значения коэффициента λ горных пород обычно не превышают нескольких первых единиц.

Для определения параметров электрической анизотропии пройденных скважиной горных пород в последние 10—20 лет были сконструированы многокомпонентные зонды индукционного каротажа (multi-component induction logs). Описание таких зондов есть в работах [Mollison et al., 2001; Rabinovich et al., 2004; Tabarovsky et al., 2005] и др. Эти зонды содержат генераторные антенны магнитного типа — сторонние возбудители электромагнитного поля и индукционные датчики, предназначенные для измерения различных составляющих переменного магнитного поля. Значительный вклад в разработку таких зондов внесли специалисты Бэйкер Хьюз (Baker Hughes).

Проведенные одним из авторов этой работы теоретические исследования показали, что для определения коэффициента λ горных пород может быть применен имеющий оригинальную конструкцию зонд электромагнитного каротажа. У этого зонда, как и у зондов индукционного каротажа (ИК), электромагнитное (ЭМ) поле возбуждает генераторная антенна Γ в виде замкнутого витка гармонически меняющегося тока I или «катушка» из таких витков. При малых линейных размерах антенны Γ по сравнению с расстояниями от Γ до «измерителей поля» (датчиков) I такую антенну Γ можно аппроксимировать переменным магнитным диполем с гармонически меняющимся магнитным моментом M . Если, как в методе ИК, датчик I аналогичен по конструкции генераторной антенне Γ , то измеряемое напряжение электрического поля E в датчике пропорционально скорости изменения компоненты магнитного поля H по оси датчика I . Но при таком же способе возбуждения ЭМ поля датчиком I может служить короткая измерительная линия MN с электродами M , N , как, например, при каротаже сопротивления (КС). При малой длине линии MN напряжение E поля E в датчике MN пропорционально компоненте поля E по направлению этой линии в центре отрезка MN и длине этого отрезка. Некоторые, полученные нами ранее результаты моделирования были представлены в статьях [Красносельских, Каринский, 2015; Каринский, Красносельских, 2016]. В данной работе приведены в основном не опубликованные ранее результаты исследований по этой тематике. Например, оценки влияния ошибок измерений на погрешность определения коэффициента λ , опробование методики определения λ на результатах физического моделирования.

Для обоснования возможности применения такого зонда для определения коэффициента λ нами были получены в аналитическом виде решения прямых задач электродинамики для простых моделей среды (однородная анизотропная среда, анизотропный плоскопараллельный слой в изотропной вмещающей среде), проведены численные расчеты для этих моделей. Для приближающихся к возможным реальным условиям при геофизических исследованиях скважин были получены результаты физических экспериментов для 3D-модели среды, некоторые из которых приведены в этой работе. Возможно, что предлагаемый нами способ определения коэффициента λ технологически более сложен, чем определение параметров электрической анизотропии при применении многокомпонентных зондов индукционного каротажа. Но, как нам кажется, показать принципиальную возможность применения такого зонда нам удалось на основе физических экспериментов, проведенных для 3D-модели среды, не в специально оборудованной лаборатории, а в обычном городском помещении.

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПЕРЕМЕННОГО МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ В ОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Переменная составляющая поля E — это сумма гальванического (кулонова) поля $E^{\text{Кул}}$, создаваемого электрическими зарядами, и индукционного поля $E^{\text{ЭМИ}}$, возбуждаемого переменным магнитным полем. В изотропных средах источники поля $E^{\text{Кул}}$ — индуцированные заряды — могут существовать в местах нарушения однородности среды [Альпин, 1947]. Но в анизотропной среде электрические заряды могут присутствовать даже в том случае, когда такая среда однородна. Если в анизотропной среде ось Z ориентирована по оси анизотропии n , то, как показано в монографии [Kaufman, Keller, 1989], объемную плотность δ зарядов определяет выражение:

$$\delta = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{1}{\lambda^2} \right) \frac{\partial E_z}{\partial z}, \quad (1)$$

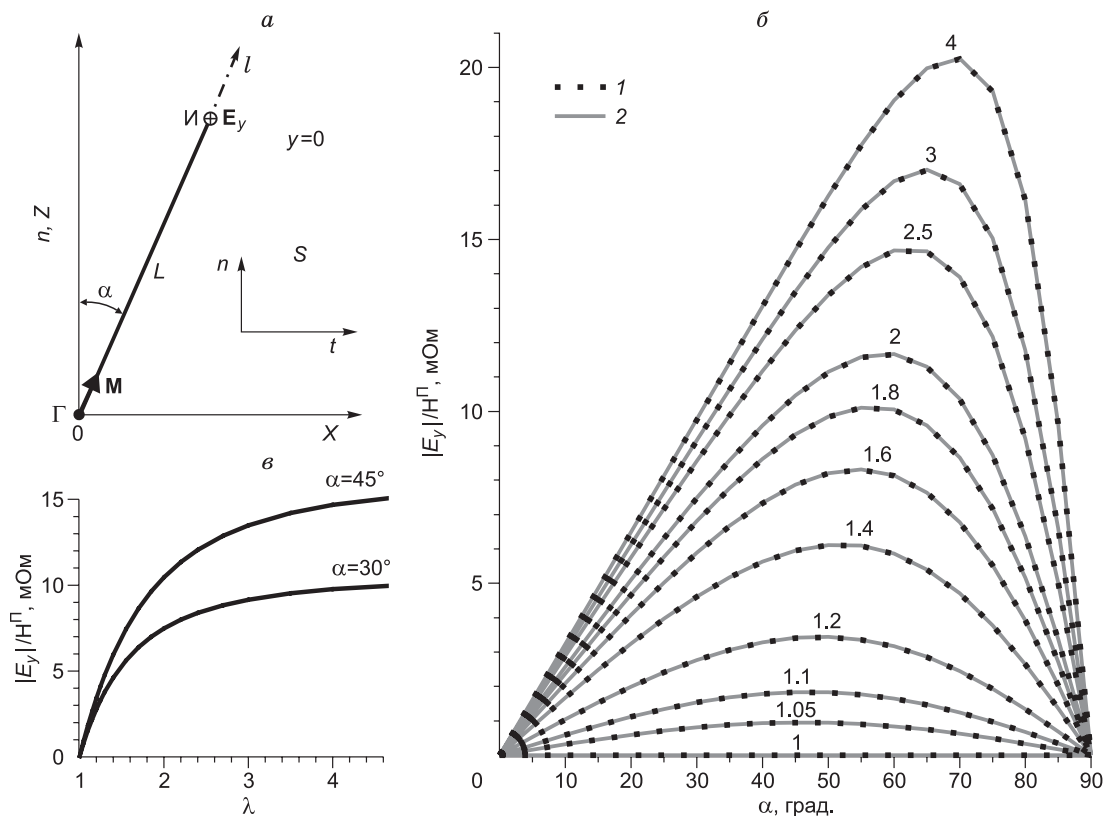


Рис. 1. Зонд в модели однородной анизотропной среды (а) и примеры зависимостей $|E_y|/H^n$ от α и λ (б, в).

б, в — $L-l$ м, $f = 10$ кГц: б — 1 — $\rho_t = 2$ Ом·м, 2 — $\rho_t = 200$ Ом·м; в — $\rho_t = 10$ Ом·м, $|k_t|L = 0.089$. На рис. 1, б; 2: шифр кривых — коэффициент анизотропии λ .

где $\epsilon_0 \approx 10^{-9}/(36\pi)$ (Ф/м) — электрическая постоянная. Согласно (1), плотность $\delta \neq 0$, если $\lambda \neq 1$ (анизотропная среда) и компонента поля \mathbf{E} по оси анизотропии n меняется по направлению этой оси.

Рассмотрим сначала модель безграничной однородной анизотропной немагнитной среды (с электрическими параметрами ρ_n , ρ_t и λ), сторонним возбудителем ЭМ поля в которой является магнитный диполь Γ с гармонически меняющимся моментом \mathbf{M} . Воспользуемся системой декартовых координат x , y , z с началом 0 в центре магнитного диполя, осью Z по оси анизотропии n и такими направлениями осей X , Y , при которых момент \mathbf{M} лежит в плоскости $y = 0$ (рис. 1, а). Тогда компонента $M_y = 0$ и $\mathbf{M} = \mathbf{1}_x \cdot M_x + \mathbf{1}_z \cdot M_z$.

Решение соответствующей прямой задачи электродинамики для указанных выше условий приведено в работе [Каринский, 2002]. В частности, в плоскости S (см. рис. 1, а) при $y = 0$ электрическую составляющую \mathbf{E} ЭМ поля определяют выражения: $E_x = 0$, $E_z = 0$, $\mathbf{E} = \mathbf{1}_y \cdot E_y$,

$$E_y = \frac{i\omega\mu_0}{4\pi} \left\{ M_z x \frac{\exp(ik_t R)}{R^3} (1 - ik_t R) - M_x z \left[\frac{\exp(ik_t R)}{R^3} (1 - ik_t R) + \Theta \right] \right\},$$

$$\text{где } \Theta = \frac{1}{x^2} \left[\frac{\exp(ik_t R)}{R^3} - \lambda \frac{\exp(ik_n \tilde{R})}{\tilde{R}^3} \right]. \quad (2)$$

$$\text{При } x \rightarrow 0 \text{ и } z \neq 0 \quad \Theta \approx \frac{-i\omega\mu_0 M_x}{8\pi} \frac{z}{|z|^3} \left(1 + \frac{1}{\lambda^2} \right) \exp(ik_t |z|) (1 - ik_t |z|).$$

Здесь $i = \sqrt{-1}$ — мнимая единица, $\omega = 2\pi f$ — круговая частота, f — частота, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (Гн/м) — магнитная постоянная, $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $\tilde{R} = \sqrt{x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2}$, а (в случае квазистационарного поля) продольное (k_t) и поперечное (k_n) волновые числа определяют выражения: $k_t = \sqrt{i\omega\mu_0 / \rho_t}$, $k_n = \sqrt{i\omega\mu_0 / \rho_n}$.

Кулонову составляющую поля \mathbf{E} создают объемные, индуцированные в анизотропной среде электрические заряды. В соответствии с (1), плотность этих зарядов $\delta = \frac{i\omega\mu_0\varepsilon_0 M_x}{4\pi} \lambda (\lambda^2 - 1) \cdot y \cdot z \cdot \frac{\exp(ik_n \tilde{R})}{\tilde{R}^5} \times (-3 + 3ik_n \tilde{R} + k_n^2 \tilde{R}^2)$.

Перейдем к случаю, когда точка наблюдения И находится в ближней зоне стороннего возбудителя поля — (генераторного) магнитного диполя с моментом \mathbf{M} . В этом случае справедливы неравенства: $|k_n| \tilde{R} \leq |k_t| R \ll 1$, где $|k_{n,t}| = \sqrt{(\omega\mu_0)/\rho_{n,t}}$.

При выполнении этих неравенств выражение для плотности δ можно упростить: $\delta = \frac{i\omega\mu_0\varepsilon_0 M_x}{4\pi} \times 3\lambda(1 - \lambda^2) \frac{y \cdot z}{\tilde{R}^5}$. Таким образом, при возбуждении ЭМ поля переменным магнитным диполем плотность δ индуцированных зарядов в ближней зоне, а, следовательно, и их электрическое поле $\mathbf{E}^{\text{Кул}}$ зависят лишь от одного электрического параметра среды — коэффициента анизотропии λ .

Рассмотрим теперь выражения для компоненты E_y поля \mathbf{E} в расположенной на оси l магнитного диполя на расстоянии L от центра диполя «точке наблюдения» И (см. рис. 1, а). Ось l условно назовем осью зонда, а расстояние L — длиной зонда. Тогда в (2) $M_x = M \times \sin\alpha$, $M_z = M \times \cos\alpha$, $R = L$, $x = L \times \sin\alpha$, $z = L \times \cos\alpha$, где α — угол между осью l магнитного диполя (осью зонда) и осью анизотропии n , M — модуль момента диполя. Если точка И расположена в ближней зоне магнитного диполя Γ :

$$|k_t| L \ll 1, \quad (3)$$

то из (2) при $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ после преобразований получаем следующие простые выражения для компоненты E_y в точке И: $E_y(\text{И}) = \text{Re}E_y(\text{И}) + i\text{Im}E_y(\text{И})$,

$$\begin{aligned} \text{Re} E_y(\text{И}) &\approx \frac{M}{4\pi} \text{ctg}\alpha \frac{\omega^2 \mu_0^2}{2\rho_t} \left(\frac{\sqrt{\sin^2 \alpha + \lambda^2 \cos^2 \alpha}}{\lambda} - 1 \right), \\ \text{Im} E_y(\text{И}) &\approx \frac{M}{4\pi} \text{ctg}\alpha \frac{\omega\mu_0}{L^2} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{\sin^2 \alpha + \lambda^2 \cos^2 \alpha}} - 1 \right). \end{aligned} \quad (4)$$

В (4) $\text{Re}E_y$, $\text{Im}E_y$ — составляющие E_y , первая из которых (реактивная компонента) меняется со временем синхронно с изменением момента \mathbf{M} , а вторая (активная компонента) запаздывает относительно \mathbf{M} по фазе на $\pi/2$.

Из выражений (4) следует, что при выполнении условия (3) и заданных величинах M и $\omega = 2\pi f$ компонента $\text{Re}E_y(\text{И})$ зависит от коэффициента анизотропии λ , угла α и от продольного удельного электрического сопротивления ρ_t . Компонента $\text{Im}E_y(\text{И})$ при заданных значениях L , M и ω зависит только от λ и α .

То, что в ближней зоне компонента $\text{Im}E_y$ на оси магнитного диполя не зависит от параметров ρ_r , ρ_n однородной анизотропной среды, но зависит от коэффициента анизотропии λ , можно объяснить следующим образом. Замкнутый сторонний электрический ток I (магнитный диполь) в соответствии с законом Био—Савара—Лапласа возбуждает не зависящее от электрических параметров среды и меняющееся синхронно с током I переменное магнитное поле, которое (в индуктивных методах электроразведки и в индукционном каротаже) называют первичным магнитным полем $\mathbf{H}^{\text{п}}$. Гармонически меняющееся поле $\mathbf{H}^{\text{п}}$ по закону электромагнитной индукции возбуждает «первичное» вихревое электрическое поле $\mathbf{E}^{\text{п}}$, компоненты которого запаздывают по фазе относительно I на $\pi/2$. На оси l магнитного диполя поле $\mathbf{E}^{\text{п}} = 0$. Поле $\mathbf{E}^{\text{п}}$ не зависит от удельных электрических сопротивлений ρ среды. От ρ зависит плотность \mathbf{j} (создаваемых в проводящей среде полем $\mathbf{E}^{\text{п}}$) электрических токов, а также вторичное магнитное поле $\mathbf{H}^{\text{в}}$ этих токов. В анизотропной среде, в соответствии с приведенными выше выражениями для плотности δ объемных зарядов, в присутствии поля $\mathbf{E}^{\text{п}}$ существуют электрические заряды. Эти заряды, плотность которых, согласно (1), зависит от λ , являются источниками составляющей $\text{Im}E_y$ поля \mathbf{E} в ближней зоне.

Анализ выражений (4) показал, что на оси l магнитного диполя отношение амплитуд составляющих $\text{Re}E_y$ и $\text{Im}E_y$ определяет выражение:

$$\frac{|\text{Re} E_y|}{|\text{Im} E_y|} = \frac{|k_t^2| L^2}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda^2} + \left(1 - \frac{1}{\lambda^2}\right) \cos(2\alpha)}. \quad (5)$$

Согласно (3), (5), в ближней зоне $|\text{Im}E_y| \gg |\text{Re}E_y|$ и, следовательно, при $\alpha \neq 0$ для амплитуды $|E_y| = \sqrt{(\text{Re}E_y)^2 + (\text{Im}E_y)^2} \approx |\text{Im}E_y|$ компоненты E_y в точке И получаем:

$$\text{при } |k_t|L \ll 1: |E_y(\text{И})| \approx \frac{\mu_0 \cdot M \cdot f}{2L^2} \left[\text{ctg}\alpha \left(\frac{\lambda}{\sqrt{\sin^2 \alpha + \lambda^2 \cos^2 \alpha}} - 1 \right) \right]. \quad (6)$$

То, что в ближней зоне амплитуда составляющей $\text{Im}E_y(\text{И})$ (для определения которой нужны были бы измерения фазы) близка к амплитуде компоненты $E_y(\text{И})$, позволило упростить методику измерений при физическом моделировании. Заметим еще, что для интерпретации результатов физического моделирования, полученных при разных частотах f , нам удобно было пользоваться отношением

$$\frac{|E_y(\text{И})|}{M \cdot f} = P. \quad (7)$$

Согласно (6), величина P в (7) не зависит от значений f и M .

Рассмотрим теперь результаты численных расчетов. На рис. 1, б показана номограмма для определения коэффициента анизотропии по величине $|E_y|$ и углу α . Расчеты проведены на основе выражений (2) для компоненты E_y , а не приближенного равенства (6). Значения $|E_y|$ на этой номограмме нормированы на первичное магнитное поле H^n . В точке И поле $H^n = M/(2\pi L^3)$. Зависимости $|E_y|/H^n$ от α , приведенные для двух значений параметра ρ_t (2 и 200 Ом·м), практически совпадают. Это обусловлено следующим. При указанных на рис. 1, б величинах f , L имеем $|k_t|L \approx 0.2 \ll 1$ при $\rho_t = 2$ Ом·м и $|k_t|L \approx 0.02 \ll 1$ при $\rho_t = 200$ Ом·м, т. е. точка И находится в ближней зоне магнитного диполя. В этом случае, согласно (6), значения $|E_y|$ не зависят от параметров ρ_r , ρ_n .

На рис. 1, б видно, что при $\alpha = 0^\circ$ и при $\alpha = 90^\circ$ величина $|E_y| = 0$. Можно предположить, что благоприятным условием для определения λ по этой величине являются выполнение неравенств: $\alpha \geq 10-15^\circ$ и $\alpha \leq 80-85^\circ$. Более обоснованные количественные оценки приведены в следующем разделе.

На рис. 1, в приведены зависимости $|E_y|/H^n$ от коэффициента λ при двух значениях угла α . Отметим, что при типичных для большинства анизотропных горных пород невысоких значениях коэффициента анизотропии ($\lambda < 3-4$) величина $|E_y|$ имеет относительно высокую «чувствительность» к изменению λ . При не характерных для горных пород аномально высоких значениях λ величина $|E_y|$ лишь незначительно меняется с изменением λ , а при $\lambda > 10$ $|E_y|$ практически не зависит от λ .

ОЦЕНКА ТРЕБОВАНИЙ К ДОПУСТИМОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Оценим, как влияют ошибки измерения $|E_y|$ и угла α на ту погрешность, с которой может быть определен коэффициент λ . Сделаем это, пользуясь приближенным выражением (6) для $|E_y(\text{И})|$. Согласно (6), производная $F_{E\lambda} = \frac{\partial |E_y|}{\partial \lambda} = \frac{M \cdot f \cdot \mu_0}{2L^2} \text{ctg}\alpha \cdot \frac{\sqrt{2}(1 - \cos 2\alpha)}{[\lambda^2(1 + \cos 2\alpha) + (1 - \cos 2\alpha)]^{3/2}}$.

При малых абсолютных изменениях $\Delta\lambda$ коэффициента λ и соответствующих изменениях $\Delta|E_y|$ величины $|E_y|$ отношение $\Delta|E_y|/\Delta\lambda \approx \partial|E_y|/\partial\lambda = F_{E\lambda}$. Перейдем от выражения для производной $\partial|E_y|/\partial\lambda$ к приближенным выражениям, определяющим влияние погрешности $\Delta|E_y|$ измерения $|E_y|$ на погрешность

$\Delta\lambda$ определения λ : $\Delta\lambda \approx \frac{\Delta|E_y|}{\partial|E_y|/\partial\lambda} = \frac{\Delta|E_y|}{F_{E\lambda}}$. Если относительную погрешность $\delta|E_y|$ измерения $|E_y|$ опре-

деляет выражение $\delta|E_y| = \Delta|E_y|/|E_y|$, то $\Delta|E_y| = |E_y| \cdot \delta|E_y|$. Тогда при относительной погрешности $\delta|E_y|$ измерения $|E_y|$ для абсолютной ($\Delta\lambda$) и относительной ($\delta\lambda$) погрешностей определения коэффициента λ получаем:

$$\Delta\lambda \approx \frac{|E_y|}{\partial|E_y|/\partial\lambda} \cdot \delta|E_y|, \quad \delta\lambda = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}. \quad (8)$$

При $|k_t|L \ll 1$ величина $|E_y|$, а также абсолютная ошибка $\Delta|E_y|$ измерения $|E_y|$ пропорциональны множителю $\{M \cdot f/L^2\}$. Поэтому при заданной относительной ошибке $\delta|E_y|$ погрешности $\Delta\lambda$ и $\delta\lambda$ не зависят от f , M и L . Для правоты выражений (8) необходимо лишь то, чтобы было справедливо

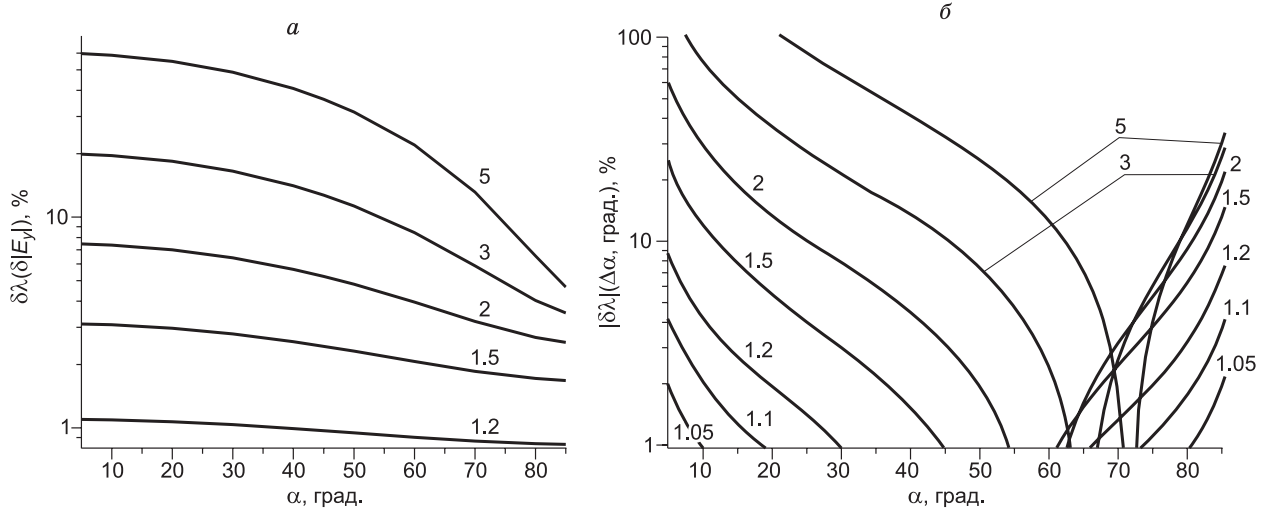


Рис. 2. Результаты расчетов относительной погрешности $\delta\lambda$ определения коэффициента λ по величине $|E_y|$ при относительной погрешности измерения $\delta|E_y|$, равной 5 %, $|k_z L| \ll 1$ (а), либо при абсолютной погрешности определения угла α , равной 2° (б).

неравенство $|k_z L| \ll 1$, а погрешности $\Delta|E_y|$ и $\Delta\lambda$ были достаточно малыми для того, чтобы отношение $\Delta|E_y|/\Delta\lambda$ было близко к производной $\partial|E_y|/\partial\lambda$.

На рис. 2, а показаны результаты расчетов, полученные на основе выражений (6), (8). При изменении угла α в пределах от 5° до 85° и значениях коэффициента анизотропии λ ненамного превышающих единицу угол α не оказывает значительного влияния на зависимость погрешности $\delta\lambda$ от относительной ошибки $\delta|E_y|$ измерения величины $|E_y|$. Эта погрешность на рис. 2, а обозначена $\delta\lambda(\delta|E_y|)$. Если $\delta|E_y| = 5\%$ и $\lambda = 2$, то погрешность $\delta\lambda$ не превышает 8 %. При $\lambda = 3$ значения λ могут быть определены с погрешностью до 20 %, а при $\lambda = 5$ — до 60 %, т. е. при высоких значениях λ погрешность $\delta\lambda$ очень велика. Можно только установить, что коэффициент λ имеет аномально высокое значение, но и это может быть значимым для практики результатом.

Оценим теперь то, какое влияние оказывает ошибка измерения угла α на погрешность определения коэффициента λ по величине $|E_y|$ на оси переменного магнитного диполя. При комплексных геофизических исследованиях скважин угол α можно определить по данным наклонометрии и инклинометрии. Судя по характеристикам применяемых в этих методах в настоящее время зондов, угол α может быть определен с погрешностью не более 1 — 2° .

Из выражения (6) для производной $\partial|E_y|/\partial\alpha$ получаем:
$$\frac{\partial|E_y|}{\partial\alpha} = \frac{-\sqrt{2}M \cdot f \cdot \mu_0}{8L^2}.$$

$$\frac{\lambda(5 + 3\lambda^2) + 4\lambda(\lambda^2 - 1)\cos(2\alpha) + \lambda(\lambda^2 - 1)\cos(4\alpha) - 2\sqrt{2}[(\lambda^2 + 1) + (\lambda^2 - 1)\cos(2\alpha)]^{3/2}}{\sin^2 \alpha [(\lambda^2 + 1) + (\lambda^2 - 1)\cos(2\alpha)]^{3/2}}. \text{ Обозначим } F_{E\alpha}$$

производную $\partial|E_y|/\partial\alpha$. При достаточно малой ошибке $\Delta\alpha$ определения угла α ее влияние на абсолютную погрешность определения $\Delta\lambda$ коэффициента λ зависит от отношения
$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta\alpha} \approx \frac{\partial|E_y|/\partial\alpha}{\partial|E_y|/\partial\lambda} = \frac{F_{E\alpha}}{F_{E\lambda}}.$$
 Следовательно, обусловленную ошибкой $\Delta\alpha$ абсолютную погрешность $\Delta\lambda$ определения λ по величине $|E_y|$ определяет следующее приближенное выражение:

$$\Delta\lambda \approx \frac{F_{E\alpha}}{F_{E\lambda}} \cdot \Delta\alpha(\text{рад.}) = \frac{F_{E\alpha}}{F_{E\lambda}} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \Delta\alpha(\text{град.}).$$
 Для относительной погрешности $\delta\lambda$ определения λ по

величине $|E_y|$ при ошибке $\Delta\alpha$ получаем:

$$\delta\lambda = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{F_{E\alpha}}{F_{E\lambda}} \cdot \frac{\Delta\alpha(\text{рад.})}{\lambda} = \frac{F_{E\alpha}}{F_{E\lambda}} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\Delta\alpha(\text{град.})}{\lambda}. \quad (9)$$

На рис. 2, б приведены полученные на основе выражения (9) зависимости от угла α абсолютной величины $|\delta\lambda|(\Delta\alpha)$ погрешности $\delta\lambda$ определения коэффициента λ по значениям $|E_y|$ при ошибке $\Delta\alpha$, равной 2° . Зависимости $|\delta\lambda|(\Delta\alpha)$ от угла α немонотонны. Значения $|\delta\lambda|(\Delta\alpha) \rightarrow 0$ при тех значениях α , при которых на рис. 1, б (при фиксированных λ) зависимости $|E_y|(\alpha)$ имеют максимумы и производная $F_{E\alpha} = \partial |E_y| / \partial \alpha = 0$. Результаты расчетов на рис. 2, б показывают, что при заданной ошибке $\Delta\alpha$ измерения угла α погрешность $|\delta\lambda|(\Delta\alpha)$ существенно зависит от значений α и λ . Эта погрешность растет с увеличением λ и приближением угла α к 0° либо к 90° . При типичных для большинства горных пород невысоких (до нескольких первых единиц) значениях λ этот коэффициент может быть определен с небольшой погрешностью при широких пределах изменения угла α . Например, как видно на рис. 2, б, при $\Delta\alpha = 2^\circ$ и $\lambda = 2$ этот коэффициент может быть определен с погрешностью $|\delta\lambda|$, не превышающей 10 %, если угол α больше 25° и меньше 80° . При тех же прочих условиях, но при $\lambda = 1.5$ соответствующие пределы изменения α : $12\text{—}83^\circ$, а при высокой величине $\lambda = 5$ эти пределы: $62\text{—}79^\circ$. Последнее означает, что при $\Delta\alpha = 2^\circ$ и аномально высоких значениях λ этот коэффициент, как правило, не может быть определен с небольшой погрешностью по результатам измерений величины $|E_y|$. В таких случаях можно лишь сделать вывод о том, что коэффициент λ значительно больше единицы, что тоже может дать важные сведения о свойствах пород.

РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ АНИЗОТРОПНОГО ПЛАСТА ОГРАНИЧЕННОЙ МОЩНОСТИ

Заметим, что влияние угла наклона оси анизотропии проводящего полупространства по отношению к направлению момента вертикального переменного магнитного диполя на результаты некоторых методов электроразведки было рассмотрено в работе [Эпов и др., 2010].

Для выяснения вопроса о том, какое влияние могут оказывать границы пластов на величину $|E_y|$ на оси переменного магнитного диполя, в работе [Каринский, 2008] было получено решение следующей прямой задачи электродинамики. Модель среды — анизотропный пласт (плоскопараллельный слой) с электрическими параметрами ρ_r , ρ_n , λ и осью анизотропии n по нормали к границам пласта расположен в изотропной вмещающей среде с удельным электрическим сопротивлением $\rho_{\text{вм}}$. Сторонний возбудитель ЭМ поля — магнитный диполь с произвольно-ориентированным гармонически меняющимся моментом \mathbf{M} . Полученные выражения для компонент ЭМ поля — несобственные интегралы в смысле главного значения. Подынтегральные функции содержат функции Бесселя и экспоненты комплексного аргумента.

Примеры результатов расчетов кривых $|E_y|$ при фиксированной длине зонда L против модели пласта приведены на рис. 3. На этом рисунке при двух значениях угла α (30° и 45°) показаны зависимости $|E_y|/H^n$ от вертикальной координаты z относительно середины пластов с одинаковыми значениями коэффициента $\lambda = 2$, но разными значениями параметров ρ_t и ρ_n . За точку записи зонда принята точка И. На рис. 3 видно, что против средней части пластов при одинаковых углах α и разных значениях ρ_t величины $|E_y|$ практически одинаковы. При $\alpha = 30^\circ$ $|E_y|/H^n \approx 7.5$ мОм, а при $\alpha = 45^\circ$ $|E_y|/H^n \approx 10.5$ мОм. Пользуясь номограммами на рис. 1, б либо рис. 1, в, при любом из этих двух значений угла α получаем $\lambda \approx 2$.

На рис. 3 видно, что вблизи границ пласта кривые $|E_y|$ могут быть осложнены локальными экстремумами. Причиной этого, конечно, является влияние на величину $|E_y|$ электрического поля поверхностных зарядов, индуцированных на границах пласта. В статье [Каринский, 2010] получено выражение для плотности Σ поверхностных зарядов, индуцированных на границе анизотропной и изотропной сред. В общем случае плотность зарядов Σ зависит от параметров ρ_n , ρ_t анизотропной среды и удельного электрического сопротивления $\rho_{\text{вм}}$ изотропной среды. Поэтому на рис. 3

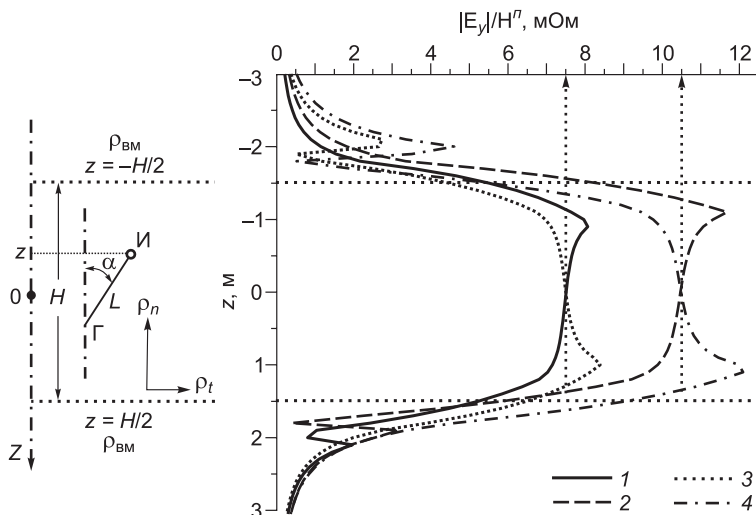


Рис. 3. Расчетные кривые $|E_y|/H^n$ против моделей анизотропных пластов.

$f = 10$ кГц, $L = 1$ м, $H = 3$ м, $\rho_{\text{вм}} = 3$ Ом·м, $\lambda = 2$. 1, 2 — $\rho_t = 1$ Ом·м: 1 — $\alpha = 30^\circ$, 2 — $\alpha = 45^\circ$; 3, 4 — $\rho_t = 3$ Ом·м: 3 — $\alpha = 30^\circ$, 4 — $\alpha = 45^\circ$.

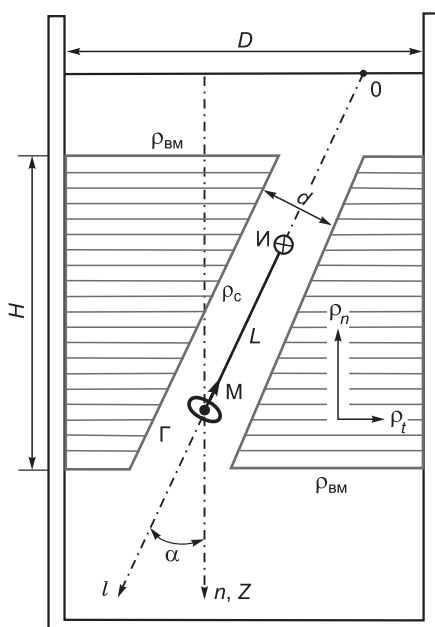


Рис. 4. Схема установки для физического моделирования.

ложнения формы кривых $|E_y|$ вблизи границ пласта по-разному проявляются при разных значениях параметра ρ_t (и, соответственно, ρ_n).

Анализ результатов расчетов, подобных тем, которые приведены на рис. 3, показал следующее. Если мощность H анизотропного пласта в 2—3 раза превышает длину L зонда, то по участку кривой $|E_y|$ против средней части пласта можно определить такое значение $|E_y|$, которое практически не зависит от влияния ограниченной мощности пласта (точнее от влияния поля зарядов, индуцированных на границах пласта). При выполнении этого условия и известном угле α для определения коэффициента анизотропии λ пласта можно воспользоваться номограммой (пример которой приведен на рис. 1, б), полученной для модели однородной анизотропной среды.

ПРИМЕРЫ РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИИ

Приведенные выше результаты расчетов получены для модели безграничной однородной анизотропной среды либо для 1D-модели – анизотропный пласт в изотропной вмещающей среде. Но при геофизических исследованиях скважин значительное влияние на результаты измерений могут оказывать электрические и геометрические параметры скважины. Для выяснения вопроса о том, какое влияние может оказывать проводящая скважина на величину $|E_y|$ на оси переменного магнитного диполя, а также для опробования методики определения λ по результатам измерений, были проведены физические эксперименты для 3D-модели среды. Физическое моделирование было проведено не в специально оборудованной лаборатории, а в обычном городском помещении. Поэтому потребовалось принятие ряда мер с целью уменьшения влияния помех на результаты измерений. Об этом подробно написано в работе [Красносельских, 2016].

Схема установки, примененной при физическом моделировании, показана на рис. 4. Моделирование провели в пластиковом баке диаметром $D = 45$ см. Бак заполнили водопроводной водой, удельное электрическое сопротивление которой ($\rho \approx 30$ Ом·м) было определено при помощи резистивиметра. В модели среды вода имитировала скважину с $\rho = \rho_c$ и вмещающую пласт изотропную среду с $\rho = \rho_{вм} = \rho_c$. Модели скважины отвечало отверстие в модели пласта в форме кругового цилиндра диаметром $d = 2$ см. Измерения были проведены при двух значениях угла α (30° и 45°), разных частотах f ,

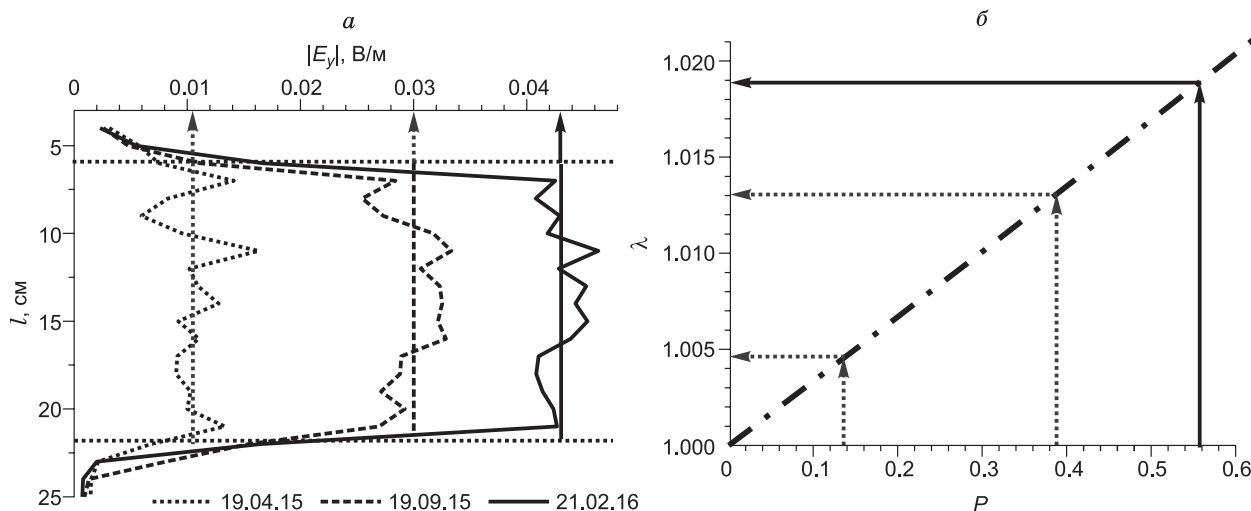


Рис. 5. Экспериментальные кривые против модели пласта из слоев картона (а) и результаты определения коэффициента λ (б).

б — $L = 9.5$ см, $f = 10$ кГц, $\alpha = 30^\circ$. Описание см. в тексте.

Рис. 6. Экспериментальные кривые против моделей пласта с высоким значением коэффициента λ (а) и результаты определения λ (б).

1 — $L = 9.5$ см, $f = 10$ кГц, $\alpha = 30^\circ$, картон плюс полиэтилен с отверстиями; 2 — $L = 9.5$ см, $f = 20$ кГц, $\alpha = 30^\circ$, картон плюс полиэтилен. Описание см. в тексте.

длинах L прототипа зонда и мощности H модели пласта.

При физических экспериментах датчиком И служили две имеющие одинаковую длину l_{MN} (1.8 см) взаимно-перпендикулярные и ортогональные оси l зонда (а также направлению момента \mathbf{M}), измерительные линии: MN и $M'N'$. Измерения амплитуд напряжений ϵ и ϵ' поля \mathbf{E} в линиях MN и $M'N'$ послужили для определения величины $|E_y| = \sqrt{\epsilon^2 + \epsilon'^2} / l_{MN}$. Ниже приведены результаты физических экспериментов, полученные для трех, различающихся по конструкции, моделей пройденного скважиной анизотропного пласта.

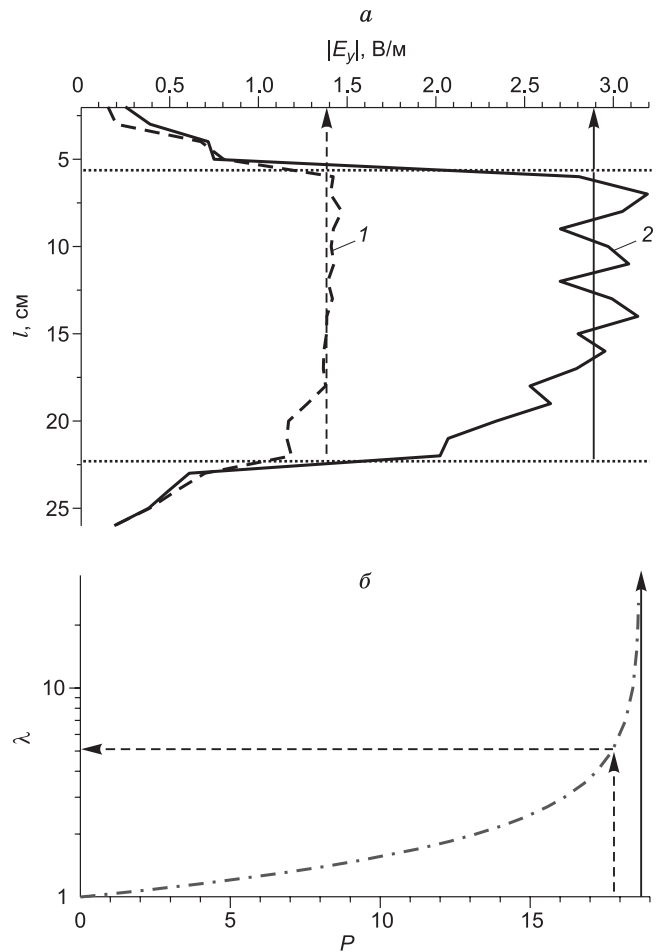
В первой из этих моделей пласт с коэффициентом электрической анизотропии λ , ненамного превышающим единицу, сконструирован из слоев картона. Результаты лабораторных измерений показали, что у такой модели анизотропного пласта удельное электрическое сопротивление $\rho_t \approx 100\text{--}120$ Ом·м. Примеры результатов экспериментов для такой модели пласта приведены на рис. 5. Представленные на этом рисунке результаты серий экспериментов были получены с интервалами, равными приблизительно 5 мес.

Вторая модель анизотропного пласта была сконструирована из чередующихся прослоев картона и пленки из полиэтилена. Эта модель пласта имеет очень высокое значение коэффициента λ . Расчеты по формулам, приведенным в работе [Губатенко, 1991], позволили оценить значение λ . У такой модели пласта величина коэффициента λ не менее 50 единиц. Третья модель пласта также была сконструирована из чередующихся прослоев картона и полиэтиленовой пленки, но для уменьшения коэффициента λ в пленке были проделаны отверстия (диаметром 6 мм с плотностью 200 отверстий на м^2). Примеры результатов измерений для второй и третьей моделей анизотропного пласта и определения коэффициента λ приведены на рис. 6.

С примененным при физическом моделировании прототипом каротажного зонда против модели пласта из слоев картона были получены значения $|E_y|$, равные первым десяткам мВ/м (см. рис. 5, а). Приведенные на этом рисунке результаты физического моделирования были получены при длине $L = 9.5$ см, частоте $f = 10$ кГц, угле $\alpha = 30^\circ$ для одной и той же модели пласта в разное время. При экспериментах было установлено, в частности, что коэффициент λ такой модели пласта растет с увеличением продолжительности нахождения модели пласта в воде.

По вертикальной оси на рис. 5, а показаны расстояния по направлению l от верхней границы модели среды вода—воздух (см. рис. 4) до датчика И (центра измерительных линий MN , $M'N'$). Наличие локальных экстремумов на кривых $|E_y|$ против модели пласта обусловлено, по-видимому, как влиянием помех, так и неравномерным размоканием прослоев картона в воде и, соответственно, разными значениями коэффициента λ на разных интервалах модели пласта. Отметим, что даже против модели такого слабоанизотропного пласта получены повышенные значения $|E_y|$, а при удалении датчика И от анизотропного пласта и расположении И в изотропной среде с $\rho = \rho_{\text{вм}}$ величина $|E_y| \rightarrow 0$.

В соответствии с выражениями (6), (7) при известных значениях $|E_y|$, L , f , M , α и $|k_l|L \ll 1$ для определения λ можно воспользоваться величиной $P = |E_y(\text{И})| / (M \cdot f)$. Значения L , f , α при физических экспериментах были известны. Определение абсолютной величины M дипольного момента генераторного магнитного диполя было получено двумя способами [Красносельских, 2016]. Один из них — срав-



нение результатов экспериментов и расчетов для модели пласта с аномально высоким значением коэффициента λ , при котором (фактически не известное) значение λ практически не оказывает влияния на величину $|E_y|$. Было установлено, что у примененного при физическом моделировании прототипа зонда величина $M \approx 7.7 \text{ А} \cdot \text{м}^2$. На горизонтальных осях рисунков 5, б, 6, б приведено значение параметра P при размерностях $|E_y|$ — мВ/м, f — кГц, M — $\text{А} \cdot \text{м}^2$.

На рис. 5, б показаны результаты определения коэффициента λ модели пласта из слоев картона с лишь немного превышающим единицу коэффициентом λ . Для трех приведенных на рис. 5, а зависимостей $|E_y|(I)$ были определены следующие средние значения величины $|E_y|$ против модели пласта: 10.5, 30 и 43 мВ/м. При магнитном моменте M , равном $7.7 \text{ А} \cdot \text{м}^2$, и частоте $f = 10 \text{ кГц}$ для отношений

$$\frac{|E_y| \text{ (мВ/м)}}{M(\text{А} \cdot \text{м}^2) \cdot f \text{ (кГц)}} = P \text{ получаем следующие численные значения величины } P: 0.14, 0.39, 0.56.$$

Штрихпунктирной линией на рис. 5, б (а также — на рис. 6, б) показана полученная на основе расчетов для модели однородной анизотропной среды (при $\alpha = 30^\circ$ и $L = 9.5 \text{ см}$) зависимость $\lambda(P)$. Как видно на рис 5, б, указанным выше величинам P отвечают следующие значения коэффициента анизотропии модели пласта: 1.0045, 1.013, 1.019. Это означает, что по результатам измерений с примененным при физическом моделировании прототипом зонда, коэффициент λ пройденного скважиной пласта может быть определен даже в том случае, когда величина λ больше значения $\lambda = 1$ (изотропная среда) на десятые доли процента.

На рис. 6, а приведены кривые $|E_y|$ для случая, когда модель пласта сконструирована из чередующихся прослоев картона и полиэтиленовой пленки (сплошная линия) либо картона и полиэтиленовой пленки с отверстиями (штриховая линия). Результаты измерений получены при разных значениях частоты f . У первой из этих моделей коэффициент анизотропии пласта $\lambda \gg 1$. Для нее при $f = 20 \text{ кГц}$ против модели пласта среднее значение $|E_y| \approx 2890 \text{ мВ/м}$. Против другой модели пласта при $f = 10 \text{ кГц}$ значение $|E_y| \approx 1380 \text{ мВ/м}$. Вычисляя отношения

$$\frac{|E_y| \text{ (мВ/м)}}{M(\text{А} \cdot \text{м}^2) \cdot f \text{ (кГц)}} = P, \text{ для этих двух величин } |E_y|$$

получаем следующие численные значения: $P \approx 18.7$, $P \approx 17.8$. Эти значения P на полтора – два порядка выше тех, которые были получены выше для модели пласта из слоев картона (см. рис. 5).

На рис. 6, б видно, что коэффициент λ модели пласта из чередующихся слоев картона и полиэтиленовой пленки (при $\lambda \gg 1$) не может быть определен по результатам измерений. Можно лишь сделать вывод о том, что этот коэффициент имеет аномально высокое значение. Для другой модели пласта (отверстия в полиэтиленовой пленке), как видно на рис. 6, б, получаем $\lambda \approx 5$. Хотя в соответствии с результатами расчетов, приведенными на рис. 2, такое значение λ могло быть определено лишь со значительной погрешностью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам расчетов и данным физического моделирования, некоторые из которых приведены в этой работе, можно сделать следующие выводы. При расположении описанного выше зонда в (проводящей) скважине величина $|E_y|$ испытывает влияние значений λ , α , f , сходное с установленным на основе теоретических исследований, при которых влияние скважины не учитывалось. Судя по данным расчетов и результатам измерений с имеющей оригинальную конструкцию прототипом зонда, значения коэффициента анизотропии λ пластов (при широких пределах изменения угла α) могут быть определены как в тех случаях, когда коэффициент λ превышает единицу на десятые доли процента, так и в тех случаях, когда коэффициент анизотропии равен нескольким первым единицам. Эти пределы изменения λ типичны для анизотропных горных пород. Дальнейшим направлением исследований по этой тематике могло быть конструирование (соответствующего описанному выше прототипу) габаритного макета зонда и проведение измерений в скважинах.

ЛИТЕРАТУРА

Альпин Л.М. Источники поля в теории электроразведки // Прикладная геофизика. М., Гостоптехиздат, 1947, вып. 3, с. 56—100.

Губатенко В.П. Эффект Максвелла—Вагнера в электроразведке // Физика Земли, 1991, № 4, с. 88—98.

Каринский А.Д. Физические предпосылки измерения различных компонент поля в электромагнитном каротаже при изучении анизотропии пластов // Геофизика, 2002, № 4, с. 15—23.

Каринский А.Д. Влияние электрической анизотропии горных пород на электромагнитное поле в скважине: Автореф. дис.... д.ф.-м.н., М., 2008, 40 с.

Каринский А.Д. Индуцированные заряды в микро- и макроанизотропных средах и их влияние на электрическое поле в анизотропных пластах, пройденных скважиной // Геофизика, 2010, № 2, с. 37—48.

Каринский А.Д., Красносельских А.А. Моделирование каротажного зонда, предназначенного для определения коэффициента электрической анизотропии пород // Геофизика, 2016, № 1, с. 26—33.

Красносельских А.А. Физическое моделирование зонда электромагнитного каротажа, предназначенного для определения коэффициента электрической анизотропии горных пород: Автореф. дис... к.ф.-м.н. М., 2016, 17 с.

Красносельских А.А., Каринский А.Д. Опыт лабораторного и математического моделирования нового зонда электромагнитного каротажа для определения коэффициента электрической анизотропии горных пород // Руды и металлы, 2015, № 3, с. 78—84.

Могилатов В.С. Формирование макроанизотропных геоэлектрических параметров тонкослойной геологической среды и разрешающая способность электроразведки // Геология и геофизика, 2012, т. 53 (5), с. 633—640.

Патент RU №165115, G01V 3/28. Зонд комбинированного электромагнитного каротажа для определения электрической анизотропии горных пород, пройденных скважиной / А.Д. Каринский, А.А. Красносельских, 2016, Бюл. № 28, 2 с.

Эпов М.И., Антонов Е.Ю., Федоров А.И. Влияние наклонной анизотропии электропроводности на данные частотных и нестационарных индуктивных электромагнитных зондирований // Геология и геофизика, 2010, т. 51 (3), с. 401—407.

Kaufman A.A., Keller G.V. Induction logging. Methods in geochemistry and geophysics. V. 27, 1989, 600 p.

Mollison R., Fanini O., Kriegshauser B., Yu L., Ugueto G. and Popta J. Impact of multicomponent induction technology on a deepwater turbidite sand hydrocarbon saturation evaluation. SPWLA 42nd Annual Logging Symposium, Paper T, 2001, 14 p.

Rabinovich M., Bernalov A., Corley B., Merchant G., Wang T., Quint E., Morrison J. Effect of fractures on multi-component and multiarray induction logs. SPWLA 45th Annual Logging Symposium, Paper UU, 2004.

Tabarovsky L., Rabinovich M. Geosteering in anisotropic formations using multicomponent induction measurements. United States Patent 7274991, March 4, 2005, 2 p.

*Рекомендована к печати 1 марта 2018 г.
М.И. Эповым*

*Поступила в редакцию 16 июня 2017 г.,
после доработки — 28 ноября 2017 г.*