

УДК 536.25

ЛАМИНАРНЫЙ ЕСТЕСТВЕННЫЙ КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН И ТЕЧЕНИЕ ВОЗДУХА В ТРЕХМЕРНЫХ КУБИЧЕСКИХ ПОЛОСТЯХ С ЧАСТИЧНО НАГРЕТОЙ СТЕНКОЙ

С. Меллах, Н. Бен-Шейх, Б. Бен-Бейа, Т. Лили

Университет Туниса, Эль-Манар II, Тунис

E-mails: sihem_mel@yahoo.fr, nader_bc@yahoo.fr, bbeyab@gmail.com, Taieb.Lili@fst.rnu.tn

С использованием метода конечных объемов и многосеточной техники проведено исследование ламинарной естественной конвекции в частично нагретых кубических полостях. Изучено влияние положения нагреваемой полосы на стенке полости на скорость теплообмена. Приведены линии тока, изотермы, распределения среднего числа Нуссельта и средней температуры на поверхности источника тепла. Представлены статистические распределения температуры и средней скорости и их среднеквадратичные значения.

Ключевые слова: естественная конвекция, трехмерные полости, частично нагретая стенка, теплообмен, численные расчеты.

Введение. Процесс естественной конвекции в полостях играет важную роль в многочисленных технических приложениях, таких как использование солнечной энергии, учет теплообмена между зданием и окружающей средой, охлаждение электрического и электронного оборудования, проектирование ядерных реакторов. Значительное внимание уделяется исследованию эволюции теплового потока и течения жидкости за счет естественной конвекции. Обзор работ, в которых изучается естественная конвекция в полостях, приведен в [1]. Ранее при исследовании течений в кавернах с дискретными источниками тепла рассматривались только двумерные конфигурации каверн [2–9]. Однако любое предположение относительно двумерности — это упрощение трехмерного случая, в силу чего двумерные модели несовершенны. Поэтому следует использовать трехмерные модели. В работе [10] исследована трехмерная естественная конвекция от дискретного прямоугольного источника тепла, помещенного заподлицо на нижней стенке горизонтальной полости. Верхняя стенка была холодной, а температура на боковых стенках могла меняться. В [11] численно изучено конвективное течение в кубической полости, заполненной воздухом. Одна из вертикальных стенок полости была холодной, в центре противоположной стенки находился источник тепла квадратной формы. В работе [12] исследовано влияние углов наклона стенок на процесс переноса тепла в заполненной жидкостью прямоугольной полости, в которой размещены дискретные нагреватели. В [13] рассмотрено нестационарное свободное конвективное течение в полости в форме параллелепипеда, на нижней поверхности которой имеется две квадратные горячие изотермические секции. На вертикальных боковых стенках поддерживалась однородная низкая температура, в то время как другие стенки были теплоизолированы. В [14] приведены результаты численного исследования турбулентной естественной конвекции в квадратной полости, нижняя стенка которой нагревается, а две вертикальные боковые стенки одинаково охлаждаются. Результаты [14]

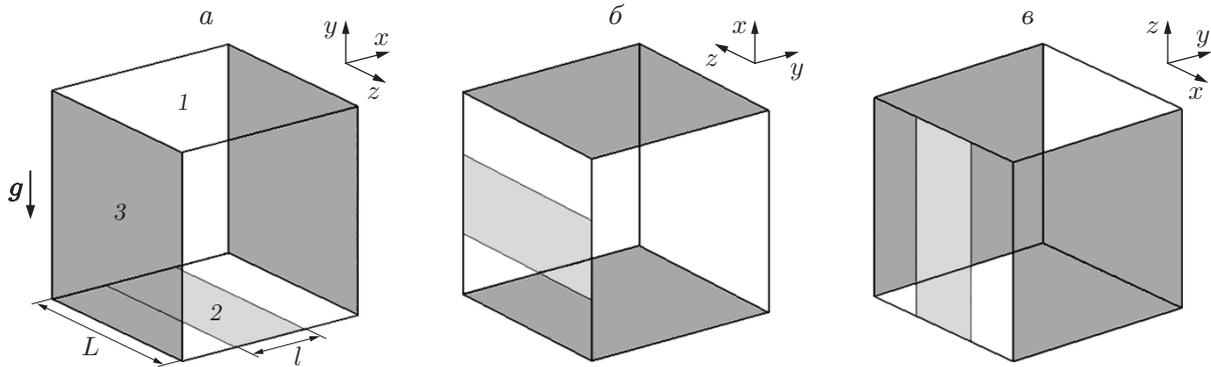


Рис. 1. Схема полости:

a — вариант 1, b — вариант 2, v — вариант 3; 1 — теплоизолированные стенки, 2 — нагретая полоса, 3 — холодные стенки

могут быть использованы при изучении нагрева вследствие возгорания. В [15] исследованы трехмерные структуры течения и характеристики теплообмена в частично нагретом трехмерном контейнере, на нижней горизонтальной стенке которого имеется нагретая полоса. Представлены корреляции, позволяющие проводить расчет теплообмена на нагретой нижней стенке в зависимости от чисел Рэлея и Прандтля. В [16] численно изучен ламинарный естественный конвективный теплообмен в трехмерной прямоугольной полости, заполненной воздухом, на нагретой стенке которой имеются штыри с различными диаметрами и длиной. Вычислены средние числа Нуссельта на холодной поверхности. В [17] исследован процесс трехмерной ламинарной свободной конвекции в полости, имеющей форму параллелепипеда, с двумя нагретыми боковыми стенками при изменении отношения высоты к ширине. Изучено влияние этого отношения на трехмерную структуру течения и теплообмен. При небольшом значении отношения трехмерный характер течения оказывает существенное влияние на процесс теплопереноса. Для полостей большей длины коэффициент теплоотдачи не зависит от отношения высоты к ширине полости.

Целью данной работы является исследование теплообмена и естественной конвекции от нагретой полосы, расположенной в центральной части стенки кубической полости. Рассматриваются три положения источника тепла. Во всех вариантах на двух из четырех вертикальных стенок полости температура T_c была постоянной низкой. Две другие стенки были теплоизолированы. Исследование проведено в диапазоне чисел Рэлея $Ra = 10^4 \div 10^8$ для воздуха ($Pr = 0,71$).

1. Формулировка задачи. Рассмотрим трехмерное течение жидкости в кубической полости со стороной длиной L (рис. 1). На дне или боковой стенке полости расположена нагретая полоса длиной $l = 2L/5$, через которую поступает поток тепла q'' . Исследованы три варианта.

1. Источник тепла установлен на нижней горизонтальной стенке полости, две вертикальные стенки имеют постоянную низкую температуру T_c , остальные стенки теплоизолированы.

2. Источник тепла установлен горизонтально на боковой стенке полости, горизонтальные стенки имеют постоянную низкую температуру T_c , остальные стенки теплоизолированы.

3. Источник тепла установлен вертикально на боковой стенке полости, вертикальные стенки имеют постоянную низкую температуру T_c , остальные стенки теплоизолированы.

В данной работе приняты следующие предположения: жидкость является несжимаемой ньютоновской, фазовые превращения отсутствуют, при записи уравнений используется приближение Буссинеска.

В декартовой системе координат управляющие уравнения записываются следующим образом:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0;$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \theta \delta_{ij} q; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial (u_i \theta)}{\partial x_i} = \frac{1}{\sqrt{\text{Ra Pr}}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_i}. \quad (2)$$

Здесь $q = 2$ для варианта 1, $q = 1$ для варианта 2 и $q = 3$ для варианта 3.

Для обезразмеривания указанных уравнений использованы следующие параметры: масштаб длины L , масштаб скорости $u_0 = \sqrt{g\beta\Delta TL}$, масштаб времени $t_0 = L/u_0$ и масштаб давления $p_0 = \rho u_0^2$ (ρ — плотность). Безразмерными параметрами в уравнениях (1), (2) являются число Прандтля $\text{Pr} = \nu/\alpha$, число Рэлея $\text{Ra} = g\beta\Delta TL^3/(\alpha\nu)$ (g — ускорение свободного падения, β — коэффициент изобарного теплового расширения, α — температуропроводность, ν — кинематическая вязкость, $\Delta T = q''L/k$ — масштаб температуры, k — теплопроводность воздуха). Безразмерная температура определяется по формуле $\theta = (T - T_c)/\Delta T$. Граничные условия включают условия прилипания и непроницаемости на стенках, т. е. на всех стенках $u = v = w = 0$.

Граничные условия для температуры имеют вид:

- $\theta = 1$ при $x = 0, 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1$;
- $\partial\theta/\partial y = -1$ при $y = 0, 0,5 - l/2 \leq x \leq 0,5 + l/2, 0 < z < 1$;
- $\partial\theta/\partial n = 0$ на теплоизолированных стенках (\mathbf{n} — нормаль к стенке).

Среднее число Нуссельта определяется по формуле

$$\text{Nu} = \frac{1}{l} \int_{0,5-l/2}^{0,5+l/2} \int_0^1 \frac{1}{\theta_s(x)} dx dz,$$

где $\theta_s(x)$ — безразмерная температура в данной точке поверхности источника тепла.

2. Численный метод и его верификация. Для решения нестационарных уравнений Навье — Стокса и энергии используется метод конечного объема [18], для того чтобы связать уравнения импульса и неразрывности, применяется метод проекции [19].

Для интегрирования по времени используется неявная схема Эйлера второго порядка:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial t}\right)^{n+1} = \frac{3G^{n+1} - 4G^n + G^{n-1}}{2\Delta t}.$$

В уравнениях импульса конвективные члены дискретизируются по явной схеме:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j)^{n+1} = 2 \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j)^n - \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j)^{n-1},$$

а в уравнении энергии — по полунеявной схеме:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\theta u_j)^{n+1} = \frac{\partial}{\partial x_j} [\theta^{n+1} (2u_j^n - u_j^{n-1})].$$

Таблица 1

Средние значения числа Нуссельта в случае течения в квадратной полости при $l = 0,2$

Gr	Nu _{av}		
	Данные [24]	Данные [23]	Данные настоящей работы
10 ³	5,939	5,927	5,918
10 ⁴	5,954	5,946	5,933
10 ⁵	7,117	7,124	7,102
10 ⁶	11,226	11,342	11,228

Дискретизированные уравнения импульса и энергии решались с использованием “красно-черного” метода последовательной релаксации RBSOR [20, 21], уравнение Пуассона для определения поправки к давлению решалось с помощью многосеточного метода [22]. Численный метод реализован в среде программирования Fortran. Сходимость результатов численных расчетов определялась согласно критерию

$$\sqrt{\left(\sum_{i,j,k} G_{i,j,k}^m - \sum_{i,j,k} G_{i,j,k}^{m-1}\right)^2} \leq 10^{-6},$$

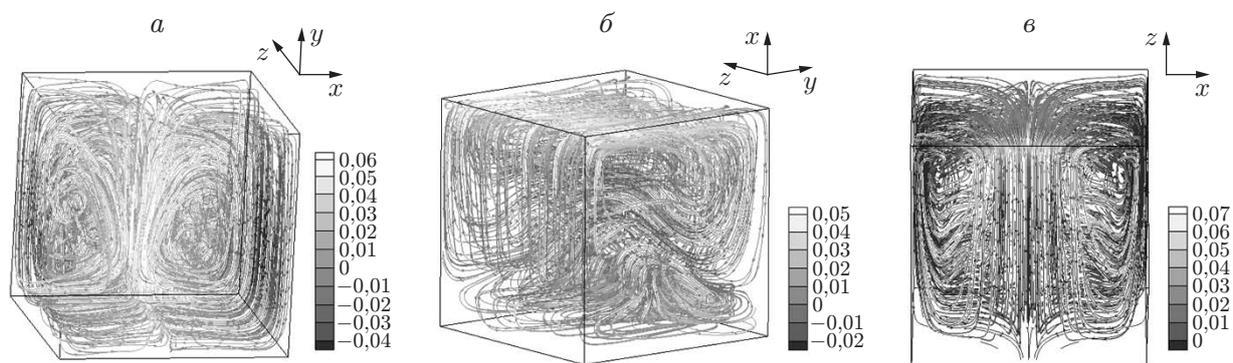
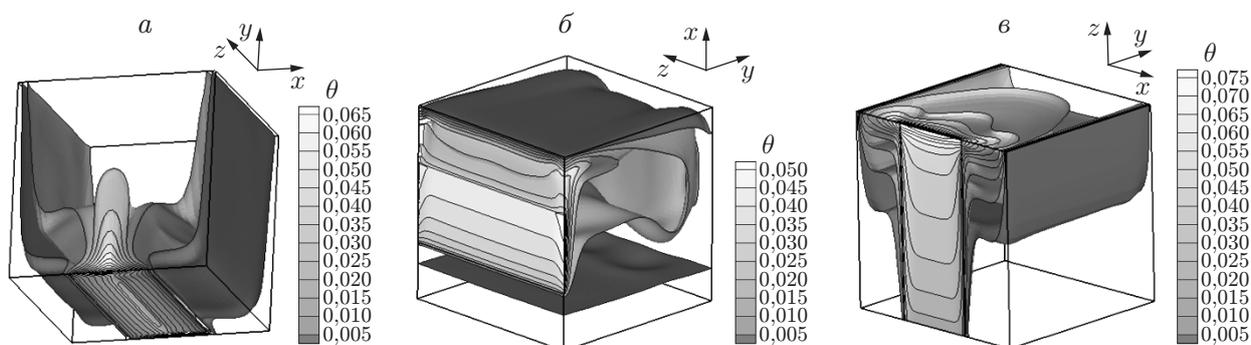
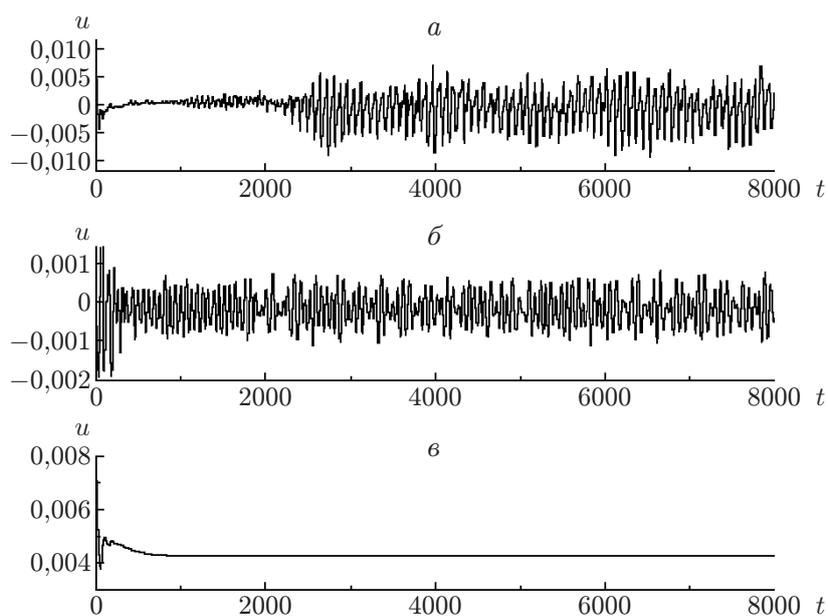
где m — номер итерации.

Для обоснования численной модели проведено сравнение результатов, полученных в настоящей работе, с данными [23, 24] для квадратной полости при числе Грасгофа $Gr = Ra / Pr = 10^3 \div 10^6$, $l = 0,2$. В табл. 1 приведены средние значения числа Нуссельта для квадратной полости. Эти значения хорошо согласуются с данными [23, 24].

Кроме того, проведено сравнение решения задачи о естественной конвекции воздуха в кубической полости с частично нагретой стенкой с известным численным решением [11]. Максимальные значения компонент скорости u и v , полученные в данной работе при $z = 0,5$, $Ra = 10^5$, равны $u_{\max} = 35,9436$, $v_{\max} = 65,6693$. В [11] получены значения $u_{\max} = 35,9146$, $v_{\max} = 63,2177$. Настоящее решение отличается от полученного в [11] приблизительно на 0,08 % для u_{\max} и на 3,87 % для v_{\max} , что подтверждает достоверность разработанной расчетной программы.

3. Результаты исследования и их обсуждение. Для всех вычислений выбрана неравномерная сетка с числом узлов $64 \times 64 \times 64$. Диапазон рассмотренных чисел Рэлея составлял $10^4 \div 10^8$. Было выполнено численное моделирование конвективного течения, что позволило исследовать влияние наличия нагретой полосы и числа Рэлея на скорость теплообмена и поля температуры в кубической полости для трех вариантов расположения источников тепла.

3.1. Течение и температурные поля. На рис. 2, 3 представлены линии тока и изотермы для трех указанных выше вариантов при $Ra = 10^8$. Для варианта 1 вследствие симметрии граничных условий на вертикальных стенках течение и температурные поля симметричны относительно срединной плоскости ($x = L/2$) полости. При всех рассмотренных значениях числа Рэлея эти условия вызывают возникновение вихрей, вращающихся в противоположных направлениях. Каждый вихрь поднимается вдоль оси симметрии до верхней адиабатической стенки, перемещается горизонтально к соответствующей холодной стенке и опускается вдоль соответствующей холодной стенки под влиянием охлаждения. При больших числах Рэлея траектория частиц более сложная: появляется несколько небольших вихрей, расположенных в центрах вихрей, вращающихся в противоположных направлениях. Следует отметить, что при $Ra = 10^8$ течение становится нестационарным. На рис. 4,а показана эволюция компоненты скорости u в точке с координатами $x = 0,125$,

Рис. 2. Линии тока при $Ra = 10^8$:*a* — вариант 1, *б* — вариант 2, *в* — вариант 3Рис. 3. Изотермы при $Ra = 10^8$:*a* — вариант 1, *б* — вариант 2, *в* — вариант 3Рис. 4. Зависимость скорости u от времени при $Ra = 10^8$:*a* — вариант 1, *б* — вариант 2, *в* — вариант 3

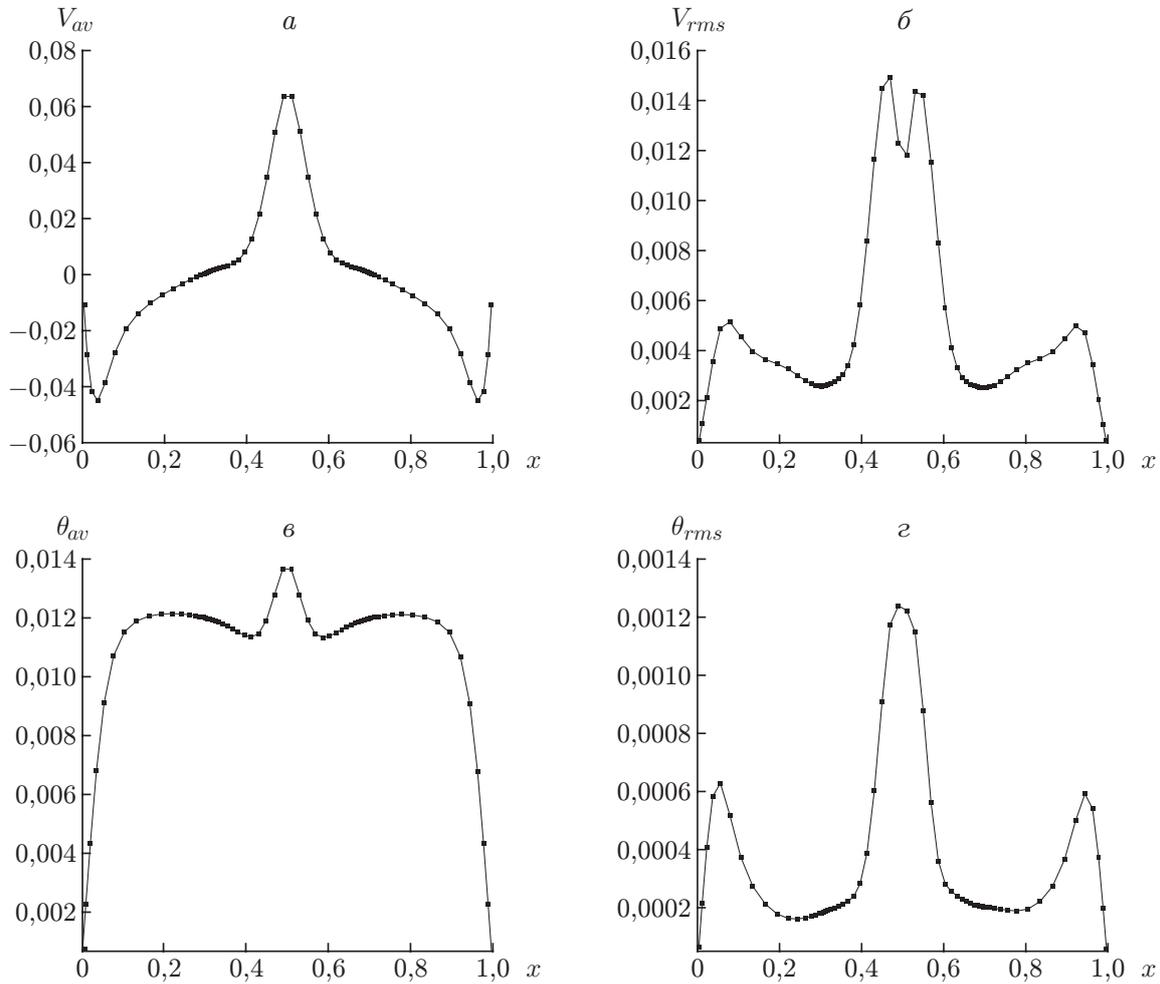


Рис. 5. Профиль средней вертикальной скорости V_{av} (а) и ее флуктуации V_{rms} (б), а также профиль средней температуры θ_{av} (в) и ее флуктуации θ_{rms} (г) при $y = 0,5$, $z = 0,5$, $Ra = 10^8$ для варианта 1

$y = 0,250$, $z = 0,125$ для варианта 1. На рис. 5 представлены профили вертикальной средней скорости и ее флуктуации, а также профили средней температуры и ее флуктуации при $z = 0,5$, $y = 0,5$, $Ra = 10^8$. Следует отметить, что все кривые на рис. 5 симметричны относительно середины плоскости ($x = 0,5$). Вследствие торможения потока правой и левой холодными стенками на кривой вертикальной средней скорости V_{av} имеется два пика вблизи этих стенок, что свидетельствует о наличии поворотов пристенного струйного течения, и один пик в центре, возникающий при наличии нагретой полосы. Кривые среднеквадратичного отклонения вертикальной скорости свидетельствуют о наличии пространственных колебаний этой величины. Также наблюдается пространственная флуктуация средней температуры при $z = 0,5$, $y = 0,5$.

В случае варианта 2 при относительно малых значениях числа Рэля ($Ra < 10^7$) формируется единственный вихрь, вращающийся по часовой стрелке. Газ, нагретый дискретным нагревателем Isoflux, поднимается до холодной верхней стенки, горизонтально движется по ней к адиабатической стенке, опускается вдоль этой стенки и перемещается горизонтально вдоль нижней холодной стенки. Однако при $Ra \geq 10^7$ основной вихрь сдвигается к верхней стенке полости, а ниже основного вихря вблизи нижней стенки полости формируется вихрь малой интенсивности, вращающийся против часовой стрелки. В этом

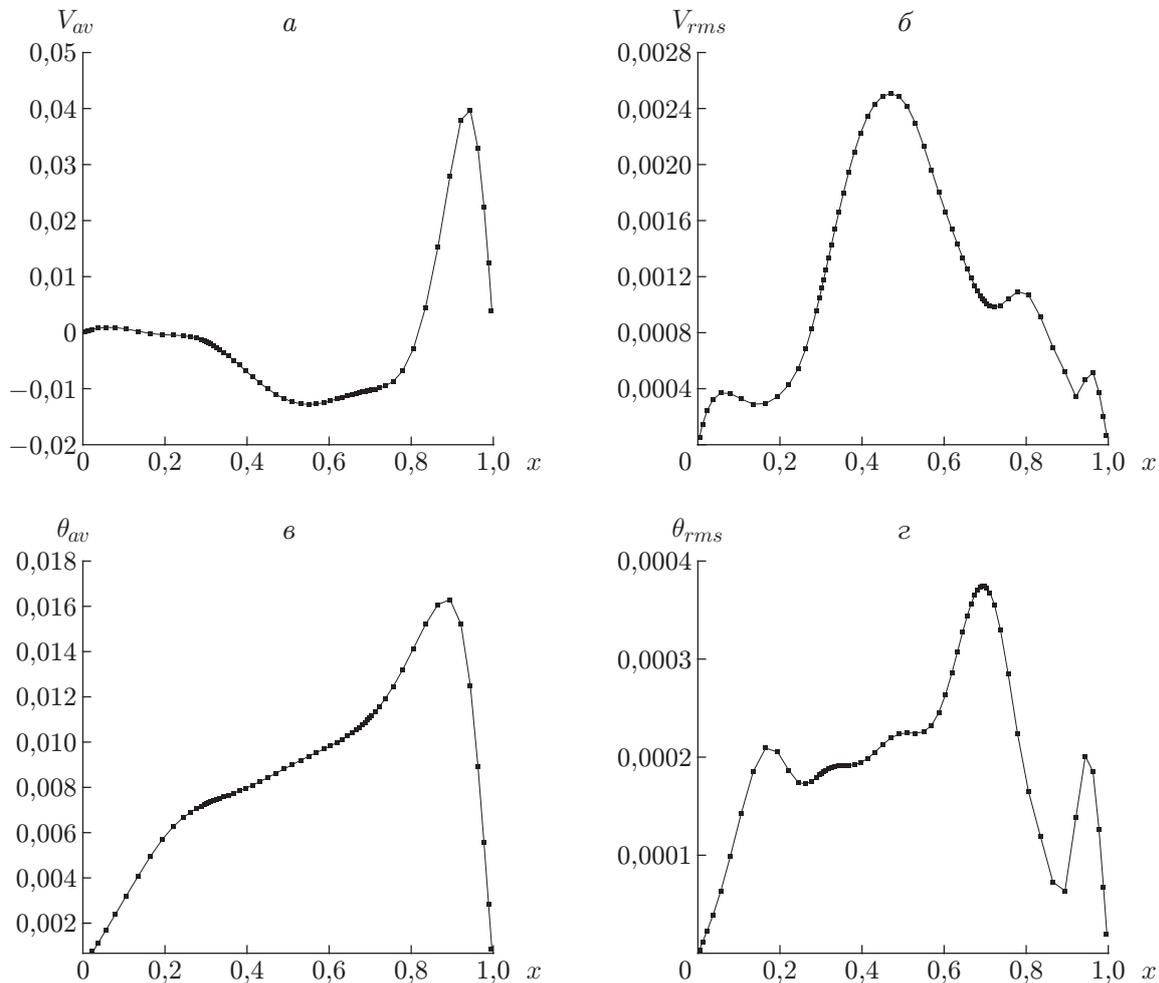


Рис. 6. Профиль средней горизонтальной скорости V_{av} (а) и ее флуктуации V_{rms} (б), а также профиль средней температуры θ_{av} (в) и ее флуктуации θ_{rms} (г) при $y = 0,5$, $z = 0,5$, $Ra = 10^8$ для варианта 2

случае при $Ra = 10^8$ течение становится нестационарным (см. рис. 4,б). На рис. 6 для варианта 2 показаны профили средней горизонтальной скорости и ее флуктуации, а также профили средней температуры и ее флуктуации при $z = 0,5$, $y = 0,5$, $Ra = 10^8$. Следует отметить, что профили средних горизонтальной скорости и температуры хорошо согласуются с линиями тока и изотермами, представленными на рис. 2, 3. Кроме того, кривые среднеквадратичных отклонений горизонтальной скорости и температуры свидетельствуют о наличии пространственных колебаний этих величин.

В случае варианта 3, как и в случае варианта 1, симметрия граничных условий для полости приводит к возникновению двух симметричных вихрей, вращающихся в противоположных направлениях. Газ в полости поднимается к адиабатической верхней стенке, перемещается по ней горизонтально, а затем опускается вдоль боковых стенок трехмерной полости. Таким образом, в области течения формируется пара вихрей, вращающихся в противоположных направлениях. Следует отметить, что в этом случае при $Ra = 10^8$ течение является стационарным (см. рис. 4,в).

На рис. 3 показаны изотермы для вариантов 1–3 при $Ra = 10^8$. Видно, что в целом формы поверхностей хорошо согласуются со структурой течения, представленной на рис. 2. Из рис. 3 следует, что при малых числах Рэлея режим теплообмена в основном имеет кон-

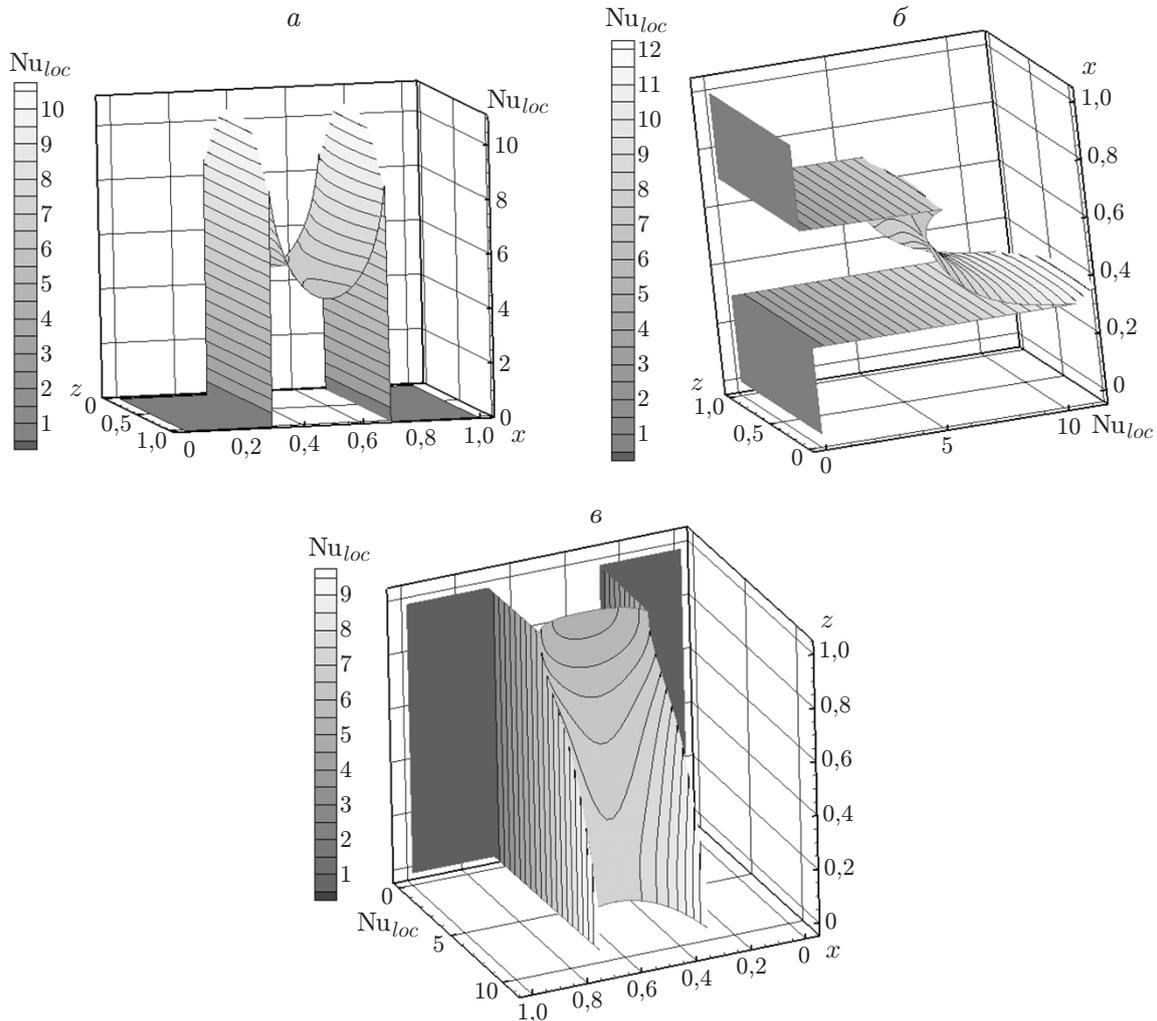


Рис. 7. Распределение локального числа Нуссельта вдоль частично нагретой стенки при $Ra = 10^5$:

a — вариант 1, *б* — вариант 2, *в* — вариант 3

дуктивный характер. Кроме того, при увеличении числа Рэлея в процессе теплообмена преобладает естественная конвекция.

3.2. Характеристики процесса теплообмена. Ниже исследуется влияние положения нагретой полосы на скорость теплообмена в дискретно нагретой полости. На рис. 7 для вариантов 1–3 показано распределение локального числа Нуссельта Nu_{loc} вдоль частично нагретой стенки при $Ra = 10^5$. Для вариантов 1, 3 вследствие симметрии температурного поля процесс теплообмена симметричен относительно середины плоскости ($x = L/2$). Локальное число Нуссельта достигает максимальных значений вблизи границ нагревателя (вариант 1) или в нижней половине нагревателя (вариант 3) вследствие развития пограничного слоя, представляющего собой поток жидкости по поверхности нагревателя от краев к центру (вариант 1) или от основания к вершине (вариант 3). Для варианта 2 локальное число Нуссельта достигает максимального значения на передней границе дискретного нагревателя, затем оно уменьшается вдоль нагревателя до минимума, после чего вновь увеличивается на другой границе нагретой полосы. Средние значения числа Нуссельта Nu_{av} и температуры θ_{av} на нагретой поверхности, полученные в настоящей работе

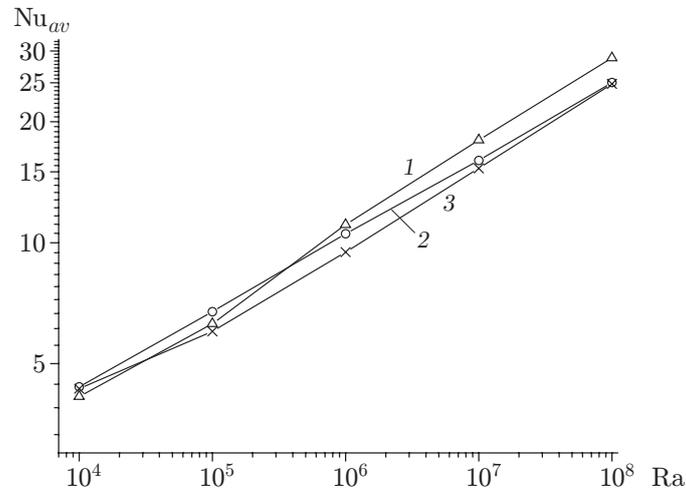


Рис. 8. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Рэлея:
1 — вариант 1, 2 — вариант 2, 3 — вариант 3

Таблица 2

Среднее число Нуссельта и средняя температура на нагретой поверхности

Ra	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
	Nu_{av}	θ_{av}	Nu_{av}	θ_{av}	Nu_{av}	θ_{av}
10^4	4,144 67	0,240 230	4,378 35	0,230 429	4,331 86	0,233 717
10^5	6,284 70	0,159 096	6,740 50	0,156 467	6,016 98	0,174 077
10^6	11,081 84	0,091 094	10,532 07	0,100 451	9,477 46	0,111 321
10^7	17,992 24	0,056 247	16,007 92	0,065 798	15,305 55	0,069 157
10^8	28,814 68	0,034 711	25,026 39	0,040 323	24,844 01	0,041 379

при численном моделировании, приведены в табл. 2. На рис. 8 представлена зависимость среднего числа Нуссельта от числа Рэлея для вариантов 1–3. Получены корреляционные зависимости между Nu_{av} и Ra для этих трех вариантов:

- вариант 1: $Nu_{av} = 0,563 Ra^{0,214}$ при $10^4 \leq Ra \leq 10^8$;
- вариант 2: $Nu_{av} = 0,768 Ra^{0,190}$ при $10^4 \leq Ra \leq 10^8$;
- вариант 3: $Nu_{av} = 0,559 Ra^{0,206}$ при $10^5 \leq Ra \leq 10^8$.

Заметим, что для всех указанных вариантов с увеличением числа Рэлея среднее число Нуссельта увеличивается. Положение источника тепла оказывает существенное влияние на скорость теплообмена. Действительно, согласно данным табл. 2 при $Ra \leq 10^5$ максимальные значения Nu_{av} имеют место для варианта 2, тогда как при $Ra > 10^5$ — для варианта 1.

Во многих приложениях высокая температура поверхности может приводить к сбою работы электрических схем. Действительно, температура поверхности источника постоянного теплового потока не равномерна. Замечено, что для вариантов 1–3 с увеличением числа Рэлея средняя температура θ_{av} на горячей поверхности уменьшается. Кроме того, при $Ra \leq 10^5$ значения θ_{av} минимальны для варианта 2, а при $Ra > 10^5$ — для варианта 1, поскольку коэффициент теплопередачи обратно пропорционален температуре стенки. Таким образом, увеличение коэффициента теплопередачи приводит к уменьшению температуры нагретой поверхности. Следовательно, при малых числах Рэлея ($Ra \leq 10^5$) для получения максимальных скоростей теплообмена целесообразно использовать вариант 2 расположения нагревателя, при больших числах Рэлея ($Ra > 10^5$) предпочтителен вариант 1.

Заключение. В работе исследованы различные варианты размещения нагретой полосы на стенке кубической полости при значениях числа Рэлея в диапазоне $Ra = 10^4 \div 10^8$. Установлено, что при $Ra \leq 10^5$ среднее значение числа Нуссельта Nu_{av} максимальное, а средняя температура нагретой поверхности θ_{av} минимальная для варианта 2. При $Ra > 10^5$ значение Nu_{av} максимальное, а значение θ_{av} минимальное для варианта 1. При всех исследованных числах Рэлея вариант 3 не является предпочтительным. Вариант 3 является единственным вариантом, для которого течение остается стационарным при $Ra = 10^8$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ostrach S.** Natural convection in enclosures // *J. Heat Transfer*. 1988. V. 110, iss. 4b. P. 1175–1190.
2. **da Silva A. K., Lorente S., Bejan A.** Optimal distribution of discrete heat sources on a wall with natural convection // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2004. V. 47. P. 203–214.
3. **Chen T. H., Chen L. Y.** Study of buoyancy-induced flows subjected to partially heated sources on the left and bottom walls in a square enclosure // *Intern. J. Thermal Sci.* 2007. V. 46. P. 1219–1231.
4. **Ben-Cheikh N., Ben-Beya B., Lili T.** Influence of thermal boundary conditions on natural convection in a square enclosure partially heated from below // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer*. 2007. V. 34. P. 369–379.
5. **Varol Y., Oztop H. F., Koca A.** Entropy production due to free convection in partially heated isosceles triangular enclosures // *Appl. Thermal Engng.* 2008. V. 28. P. 1502–1513.
6. **Oztop H. F., Abu-Nada E.** Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids // *Intern. J. Heat Fluid Flow*. 2008. V. 29. P. 1326–1336.
7. **Nithyadevi N., Yang R. J.** Double diffusive natural convection in a partially heated enclosure with Soret and Dufour effects // *Intern. J. Heat Fluid Flow*. 2009. V. 30. P. 902–910.
8. **Aswatha, Gangadhara Gowda C. J., Sridhara S. N., Seetharamu K. N.** Effect of different thermal boundary conditions at bottom wall on natural convection in cavities // *J. Engng Sci. Technol.* 2011. V. 6, N 1. P. 109–130.
9. **Alam P., Kumar A., Kapoor S., Ansari S. R.** Numerical investigation of natural convection in a rectangular enclosure due to partial heating and cooling at vertical walls // *Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 2012. V. 17. P. 2403–2414.
10. **Sezai I., Mohamad A. A.** Natural convection from a discrete heat source on the bottom of a horizontal enclosure // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2000. V. 43. P. 2257–2266.
11. **Frederick R. L., Quiroz F.** On the transition from conduction to convection regime in a cubical enclosure with a partially heated wall // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2001. V. 44. P. 1699–1709.
12. **Tou S. K. W., Zhang X. F.** Three-dimensional numerical simulation of natural convection in an inclined liquid-filled enclosure with an array of discrete heaters // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2003. V. 46. P. 127–138.
13. **Oosthuizen P. H., Paul J. T.** Natural convection in a rectangular enclosure with two heated sections on the lower surface // *Intern. J. Heat Fluid Flow*. 2005. V. 26. P. 587–596.
14. **Sharma A. K., Velusamy K., Balaji C.** Turbulent natural convection in an enclosure with localized heating from below // *Intern. J. Thermal Sci.* 2007. V. 46. P. 1232–1241.
15. **Ben-Cheikh N., Campo A., Ouertatani N., Lili T.** Three-dimensional study of heat and fluid flow of air and dielectric liquids filling containers partially heated from below and entirely cooled from above // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer*. 2010. V. 37. P. 449–456.

16. **Bocu Z., Altac Z.** Laminar natural convection heat transfer and air flow in three-dimensional rectangular enclosures with pin arrays attached to hot wall // Appl. Thermal Engng. 2011. V. 31. P. 3189–3195.
17. **Terekhov V. I., Ekaid A. L.** Three-dimensional laminar convection in a parallelepiped with heating of two side walls // High Temperature. 2011. V. 49, N 6. P. 874–880.
18. **Patankar S. V.** Numerical heat transfer and fluid flow. N. Y.: McGraw-Hill, 1980.
19. **Achdou Y., Guermond J. L.** Convergence analysis of a finite element projection Lagrange — Galerkin method for the incompressible Navier — Stokes equations // SIAM J. Numer. Anal. 2000. V. 37, iss. 3. P. 799–826.
20. **Leonard B. P.** A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation // Comput. Methods Appl. Mech. Engng. 1979. V. 19. P. 59–98.
21. **Leonard B. P.** Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods. Philadelphia: SIAM, 1994.
22. **Ben-Cheikh N., Ben-Beya B., Lili T.** Benchmark solution for time-dependent natural convection flows with an accelerated full-multigrid method // Numer. Heat Transfer. Pt B. Fundamentals. 2007. V. 52. P. 131–151.
23. **Sharif M. A. R., Mohammad T. R.** Natural convection in cavities with constant flux heating at the bottom wall and isothermal cooling from the sidewalls // Intern. J. Thermal Sci. 2005. V. 44. P. 865–878.
24. **Saha G., Saha S., Islam M. Q., Akhanda M. A. R.** Natural convection in enclosure with discrete isothermal heating from below // J. Naval Arch. Marine Engng. 2007. V. 4. P. 1–13.

*Поступила в редакцию 16/IV 2013 г.,
в окончательном варианте — 18/VII 2013 г.*
