

**ПЕРЕНОС ЛУЧИСТОЙ ЭНЕРГИИ В СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ
С УЧЕТОМ РЕАБСОРБЦИИ**

*А. Т. Онуфриев, В. Г. Севастьяненко
(Новосибирск)*

При расчете теплообмена излучением в слоях газа с переменным профилем температуры часто нужно учитывать сильное изменение коэффициента поглощения с частотой. Даже для спектральной интенсивности излучения простые соотношения получаются только в плоском случае. Поэтому возникает необходимость в разработке приближенных методов расчета переноса энергии излучением, которые, в частности, могут строиться на использовании диффузионного приближения. В работе решаются два вопроса: проводится сравнение диффузионного приближения с точным решением для плоского слоя и предлагается метод вычисления характеристик теплообмена излучением в спектральных линиях.

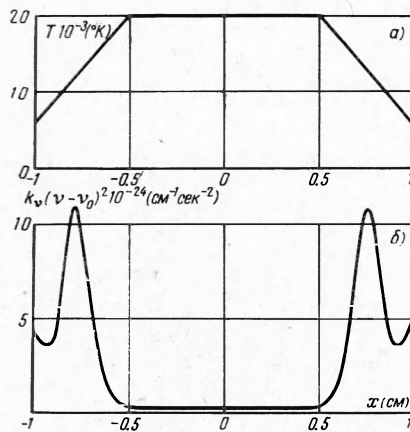
Обозначения

- k_ν — спектральный коэффициент поглощения [см^{-1}]
 ν — частота [сек^{-1}]
 ν_0 — частота центра линии [сек^{-1}]
 c — скорость света [$\text{см} \cdot \text{сек}^{-1}$]
 σ — постоянная Стефана-Больцмана
 T — абсолютная температура ($^\circ\text{K}$)
 q_ν — вектор плотности потока энергии (для единичного интервала частот) [$\text{эрг}/\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{сек}^{-1}$]
 u_ν, u_ν° — спектральная и равновесная спектральная плотность энергии [$\text{эрг} \cdot \text{см}^{-3}$]
 Δ — экстраполированная длина

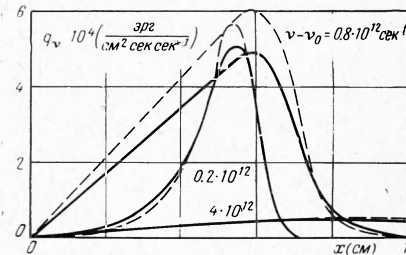
$$q_{\Delta\nu} = \int_{\Delta\nu} q_\nu d\nu \left[\frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}} \right], \quad \varepsilon_i = \frac{c u_{\nu_i}^\circ \Delta \nu_i}{4\sigma T^4}$$

1. Рассматривается достаточно типичный случай переноса энергии излучением в линиях (электрические дуги [1], потоки газа с высокой температурой и др.).

Расчеты проведены для следующей модели: задан плоский слой аргона с распределением температуры, показанным на фиг. 1, а. Предполагается наличие локального термического равновесия. Для расчета переноса лучистой энергии выбрана сильная резонансная линия аргона 3P — 4S с силой осциллятора 0.2. Основной вклад в уширение дают резонансное уширение и квадратичный штарк-эффект. Почти вся энергия в данном случае переносится достаточно далеко от центра линии, там, где контур имеет дисперсионный характер. На фиг. 1, б показано распределе-



Фиг. 1



Фиг. 2

ние величины $k_\nu (\nu - \nu_0)^2$ по толщине слоя. Коэффициент поглощения меняется в интервале частот от $\nu_1 - \nu_0 = 0.25 \cdot 10^{12} \text{ сек}^{-1}$ до $\nu_2 - \nu_0 = 4 \cdot 10^{12} \text{ сек}^{-1}$, в котором переносится основная часть энергии; более чем в 250 раз — по частоте и более чем в 40 раз — по температуре.

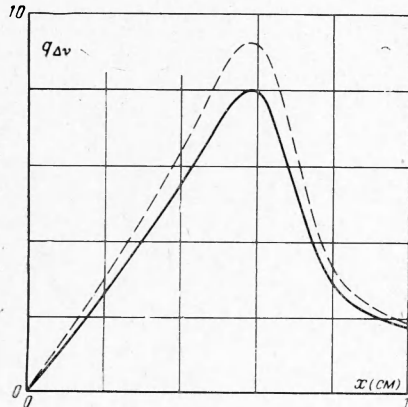
Точные выражения для величины плотности потока энергии q_ν и $\text{div } q_\nu$ могут быть записаны в интегральной форме [2, 3]. В качестве приближенного метода использовано диффузионное приближение (первый член разложения в методе сферических гармоник) [4], уравнения для которого имеют вид

$$\frac{1}{h_\nu} \text{div } q_\nu = c u_\nu^\circ - c u_\nu, \quad q_\nu = -\frac{1}{3k_\nu} \text{grad } c u_\nu \quad (1.1)$$

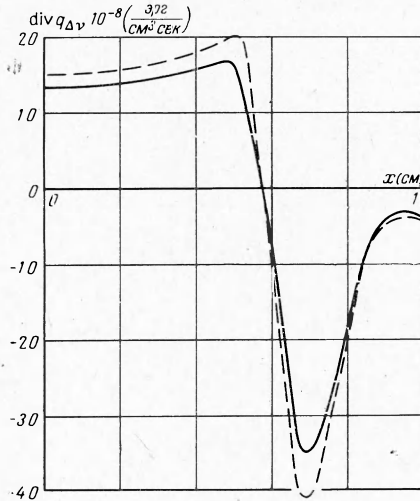
при граничном условии в случае отсутствия входящего извне излучения

$$cu_v = \frac{\Lambda}{k_v} \frac{\partial cu_v}{\partial n}$$

Диффузионное приближение учитывает интегральный характер переноса излучения. Для величины q_v при $k_v \rightarrow \infty$ оно переходит в приближение лучистой теплопроводности; при $k_v \rightarrow 0$ — совпадает с точным решением; в промежуточной области значений коэффициента поглощения оно является некоторой аппроксимацией, погрешность которой следует выяснять из сравнения с точными решениями уравнения переноса. Для плоского слоя величины q_v и $\text{div } q_v$ по приближению (1.1) также просто



Фиг. 3



Фиг. 4

могут быть представлены в интегральной форме. Можно отметить, что приближение «вперед — назад», с использованием среднего косинуса, равного одной второй [3], не улучшает результатов, даваемых диффузионным приближением.

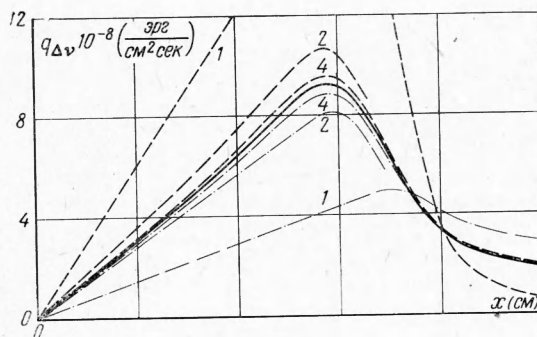
На фиг. 2 показаны для примера результаты расчетов величин q_v в поперечном сечении слоя для различных частот (сплошные кривые — точное решение; пунктирные кривые — диффузионное приближение).

Из рассмотрения результатов расчета видно, что диффузионное приближение (1.1) дает в промежуточной области коэффициентов поглощения максимальную ошибку около 20%. В области больших величин k_v для рассматриваемого плоского профиля температуры ошибка может увеличиться, однако это малозначительно, так как при этом сами величины q_v и $\text{div } q_v$ стремятся к нулю. В области малых величин k_v ошибка падает и в прозрачной области приближение (1.1) дает точные результаты. На фиг. 3 приведены распределения величин $q_{\Delta\nu}$, где интервал интегрирования равен

$$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 = 3.75 \cdot 10^{12} \text{ сек}^{-1}$$

Как видно, погрешность для интегральной величины плотности потока энергии лежит в пределах 17%, то же относится и к величине $\text{div } q_{\Delta\nu}$ (фиг. 4).

Таким образом, для большинства практических расчетов можно с приемлемой точностью пользоваться диффузионным приближением.



Фиг. 5

2. Исходя из анализа задачи, спектральный интервал в пределах линии можно разбить на три области [1]: (1) — интервал частот с большими значениями коэффициента поглощения, в котором справедливо приближение лучистой теплопроводности; (2) — интервал частот с малыми значениями коэффициента поглощения, в котором излучение имеет объемный характер, и (3) — интервал частот с промежуточными значениями коэффициента поглощения, в котором можно использовать диффузионное приближение. В литературе отмечалось [5, 6], что для случая переменного по частоте коэффициента поглощения расчет можно провести, разбивая спектр на ряд интервалов, в каждом из которых величина коэффициента поглощения изменяется достаточно слабо. Иногда высказывается мнение [7], что число таких интервалов должно быть нереально большим.

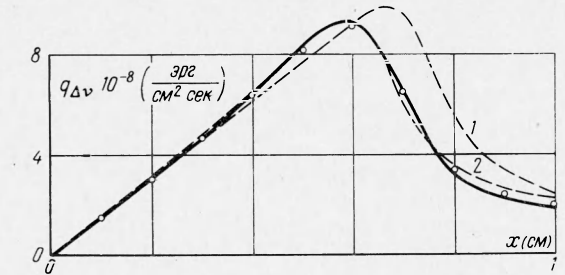
Практически невозможно при решении уравнения теплопроводности проводить вычисления при каждом значении частоты, поэтому необходимо иметь подходящий способ усреднения коэффициента поглощения. Для этого участок спектра выбранной линии аргона в пределах области частот 3, разбивался на ряд интервалов, в пределах каждого из которых коэффициент поглощения изменяется в одно и то же число раз.

В каждом интервале частот проводилось усреднение коэффициента поглощения двумя способами

$$k' = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} k_\nu d\nu$$

$$k'' = \nu \Delta\nu \left(\int_{\Delta\nu} \frac{1}{k_\nu} d\nu \right)^{-1} \quad (2.1)$$

Полученные с использованием этих осредненных значений коэффициента поглощения величины интегральных потоков $q'_{\Delta\nu}$ (пунктирные кривые) и $q''_{\Delta\nu}$ (штрих-пунктирные кривые) показаны на фиг. 5.



Фиг. 6

Вычисления в разделе 2 проведены в диффузионном приближении. Цифры у кривых означают число интервалов, на которые разбита область (3). Там же нанесена величина $q_{\Delta\nu}$, полученная интегрированием по частоте в интервале $\Delta\nu$. Видно, что кривые, рассчитанные с использованием (2.1) расположены в основном по разные стороны от $q_{\Delta\nu}$ и по мере увеличения числа интервалов сходятся к кривой $q_{\Delta\nu}$. Уже при разбиении области (3) (в которой переносится практически вся энергия линии) на интервалы, в пределах каждого из которых k_ν изменяется в четыре раза, отличие величин $q'_{\Delta\nu}$ и $q''_{\Delta\nu}$ от $q_{\Delta\nu}$ составляет около 10%.

В использованной модельной задаче область (3) лежит в области дисперсионной асимптотики.

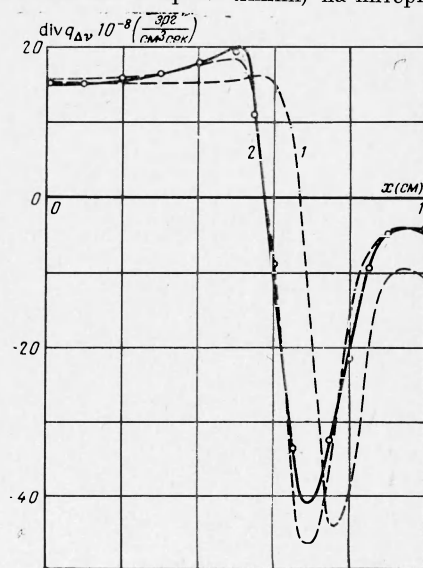
Можно показать (используя (2.1), что при другой степенной зависимости от частоты в асимптотике отклонение кривых $q'_{\Delta\nu}$ и $q''_{\Delta\nu}$ от $q_{\Delta\nu}$ не увеличивается. При разбиении всего важного в энергетическом отношении участка спектральной линии на небольшое число частей (в данном случае — на четыре) можно с приемлемой точностью использовать любой из способов усреднения (2.1).

Использование коэффициента поглощения, среднего между k' и k'' по закону

$$\langle k \rangle = \left(\int_{\Delta\nu} k_\nu d\nu \int_{\Delta\nu} \frac{d\nu}{k_\nu} \right)^{1/2} \quad (2.2)$$

еще более улучшает согласие с точными результатами.

На фиг. 6 показаны величины $q_{\Delta\nu}$, вычисленные с использованием (2.2). Цифры



Фиг. 7

у пунктирных кривых означают число интервалов. Даже при осреднении по всему интервалу (k_v меняется более чем в 250 раз) ошибка невелика в области высокой температуры (часто именно эта область наиболее важна). При усреднении по двум интервалам ошибка не превышает 20%. Для трех интервалов (кружочки) отличия от величины $q_{\Delta v}$, полученной точным интегрированием по частотам, практически нет.

На фиг. 7 показаны результаты вычислений $\text{div } q_{\Delta v}$ при осреднении по (2.2). Пунктиром показаны величины $\text{div } q_{\Delta v}$, полученные с одним и двумя интервалами, и кружочками — с тремя.

Наличие совокупности реабсорбированных линий учитывается следующим образом. Все они разбиваются на группы, в которых коэффициент поглощения k_v одинаково зависит от температуры. Это имеет место, если все переходы данной группы имеют один и тот же нижний уровень (или группу близкорасположенных уровней) и полуширины линий изменяются подобно во всем интервале температур. Последнее требование весьма жестко, так как обычно при различных температурах существуют различные механизмы уширения. Однако задача часто упрощается, так как обычно точный перенос энергии необходимо рассчитывать лишь при высоких температурах, например при расчете дуг. При этом, как правило, можно выделить основной механизм уширения для большой группы линий. Например, для аргона наиболее сильные переходы в основное состояние при высоких температурах уширены квадратичным штарк-эффектом, так что все их можно объединить в одну группу.

Для расчета переноса энергии в линиях важно распределение энергии по коэффициентам поглощения, поэтому все линии в каждой группе учитываются при помощи одних и тех же средних коэффициентов поглощения.

При этом энергия, переносимая в соответствующих интервалах коэффициента поглощения, выразится через суммы коэффициентов черноты $\epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots$ соответствующих спектральных интервалов.

Таким образом, в значительном классе задач учет переноса энергии излучением в системе реабсорбированных линий можно выполнить, используя небольшое число осредненных коэффициентов поглощения, если осреднение производить указанным выше способом.

Описанный способ усреднения применим при использовании как точного, так и любого приближенного способа описания переноса энергии излучением. Диффузионное приближение было рассмотрено в связи с тем, что оно приводит к простым соотношениям в более общем случае, например, при рассмотрении теплообмена в цилиндрической геометрии [1].

Изложенная методика осреднения коэффициента поглощения может быть очевидным образом распространена на непрерывный спектр.

Авторы благодарят Г. Э. Нормана, И. Т. Якубова, А. Н. Лагарькова и А. Х. Мнацакана за полезные обсуждения.

Поступила 29 X 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. В е т л у ц к и й В. Н., О н у ф р и е в А. Т., С е в а с т ь я н е н к о В. Г. Расчет электрической дуги в аргоно, стабилизированной стенками, с учетом переноса энергии излучением. ПМТФ, 1965, № 4, стр. 71.
2. У н з о л ь д А. Физика звездных атмосфер. Изд. иностр. лит., 1949.
3. З е л ь д о в и ч Я. Б., Р а й з е р Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Физматгиз, 1963.
4. М а р ч у к Г. И. Методы расчета ядерных реакторов. Госатомиздат, 1961.
5. Р у м ы н с к и й А. Н. Пограничный слой в излучающих и поглощающих средах. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 2, стр. 47—53.
6. Н е м ч и н о в И. В. Некоторые нестационарные задачи переноса тепла излучением. ПМТФ, 1960, № 1, стр. 36—57.
7. S t e w a r t J. C. Non-grey radiative transfer. J. Quantitative Spectroscopy & Radiat. Transfer, 1964, vol. 4, No. 5, p. 723.