ПМТФ, № 6, 1988

УДК 523.75

О КВАЗИЛИНЕЙНОЙ РЕЛАКСАЦИИ ПУЧКА В ПЛАЗМЕ С УБЫВАЮЩЕЙ ПЛОТНОСТЬЮ

В. И. Вигдорчик, Н. А. Степанова

(*Харьков*)

Как известно [1—3], неоднородность концентрации плазмы оказывает существенное влияние на характер взаимодействия с ней потоков быстрых электронов. До последнего времени в связи с проблемой нагрева лабораторной плазмы рассматривались главным образом потоки, движущиеся в направлении возрастания плотности плазмы. При этом релаксация пучка сопровождается появлением ускоренных электронов [3].

Не менее интересен случай движения пучка в сторону уменьшения плотности окружающей плазмы. Типичный пример такой физической ситуации — движение электронов, ускоренных в области солнечной вспышки, во внешние слои корональной плазмы. Такой поток электронов генерирует в плазме ленгмюровские волны (плазмоны), которые частично трансформируются в электромагнитные и наблюдаются в спорадическом излучении Солнца в виде всплесков типа III [4]. Качественные особенности пучково-плазменного взаимодействия при движении пучка в направлении уменьшения плотности плазмы отмечались в [3—6]. В отличие от пучка в однородной плазме или в плазме с нарастающей вдоль пучка плотностью в этом случае фазовая скорость резонансных с пучком плазмонов уменьшается по мере движения пучка в менее плотную плазму. При этом они выходят из резонанса с пучком, что приводит к замедлению процесса релаксации пучка — передачи его энергии плазменным волнам.

В настоящей работе проведен анализ пространственной эволюции функции распределения стационарного электронного пучка и спектра плазменных волн в плазме с уменьшающейся вдоль пучка плотностью на основе одномерных уравнений пространственной эволюции границ квазилинейного плато [1, 7]. Показано, что если в такой плазме модуль градиента плотности также убывает в направлении движения пучка, то неустойчивый участок функции распределения, ответственный за генерацию плазмонов, разрушается на значительно больших расстояниях, чем в однородной плазме. Понимаемая в этом смысле длина релаксации пучка сравнима с характерным размером неоднородности [1, 8, 9].

Кроме того, существенно меняется спектр плазмонов. Спектральная плотность плазмонов не убывает, как в однородной плазме, а растет с уменьшением длины волны. Поэтому необходимо учитывать затухание Ландау, в результате которого в спектре плазмонов образуется максимум в области малых длин волн.

1. Эволюция функции распределения пучка. При стационарной инжекции пучка в неоднородную плазму пространственная эволюция пучка и возбуждаемых им плазменных волн описывается системой квазилинейных уравнений [1—3]

$$v\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{8\pi^2 e^2}{m^2}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{v}W_k\frac{\partial f}{\partial v}\right); \tag{1.1}$$

$$\frac{3v_T^2}{v}\frac{\partial W_k}{\partial x} + \frac{v^2}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)\frac{\partial W_k}{\partial v} = \frac{\pi\omega_p^2}{\omega n(x)}W_k v^2\left(\frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\partial F}{\partial v}\right). \tag{1.2}$$

Здесь $W_k(x, v)$ — спектральная плотность энергии плазмонов; $f(x, v)$ — функция распределения электронов пучка; $\omega_p^2 = 4\pi n(x)e^2/m$; $n(x)$ — плотность плазмы; $\omega^2 = \omega_p^2 + 3k^2v_T^2$; k — волновой вектор плазмона, находящегося в резонансе с электронами пучка; $v = \omega/k$; $F = (n/\sqrt{\pi}v_T)\exp(-v^2/2v_T^2)$ — функция распределения электронов основной плазмы с температурой T; $v_T = \sqrt{\varkappa T/m}$ — тепловая скорость. Начальная функция распределения пучка $f(0, v) = f_0(v)$ и закон изменения плотности плазмы $n(x) = n_0\nu(x)$ считаются заданными.

Предполагается, что разброс скоростей Δv в пучке достаточен для развития кинетической неустойчивости

$$(n'/n)^{1/3} \ll \Delta v/v_0, \quad (\Delta v/v_0)^2 \ll 1$$

(n' — плотность пучка, v_0 — средняя скорость пучка).

В результате квазилинейного взаимодействия одномерного пучка с однородной плазмой на функции распределения $f(x, v)$, как известно [1, 4], образуется плато $f = f_n(x)$ (участок с $\partial f/\partial v = 0$ при $v_1(x) < v < v_2(x)$). Высота плато в стационарном случае определяется законом сохранения потока частиц:

$$f_n(x) = \frac{2}{v_2^2(x) - v_1^2(x)} \int\limits_{v_1(x)}^{v_2(x)} u f_0(u)\, du. \tag{1.3}$$

Это позволяет описать эволюцию функции распределения на основе уравнений эволюции границ плато $v_1(x)$ и $v_2(x)$. Очевидно, что на этом же интервале фазовых скоростей возбуждается спектр плазменных волн $W_k(x, v)$, а вне его $W_k = W_{kT}$ (спектр тепловых шумов в плазме) и $f = f_0(v)$.

В неоднородной плазме, как показано качественно в [1], релаксация пучка возможна при относительно слабой неоднородности. Аналогичное неравенство, полученное в приложении на основе анализа процесса релаксации (П.11), может быть записано в виде

$$\left| \frac{1}{\nu} \frac{d\nu}{dx} \right| \leqslant (\gamma_0 \Delta v/\Lambda v_0)\,(v_T/v_0)^2, \tag{1.4}$$

где $\gamma_0 = n'\omega_p v_0^3/\left(n_0 (\Delta v)^2 v_T^2\right)$ — пространственный инкремент пучковой неустойчивости в однородной плазме; Λ — «кулоновский логарифм» [1]. При этом часть функции распределения пучка в процессе релаксации имеет, как и в однородной плазме [10], вид плато.

Вблизи границ плато функция распределения описывается соотношениями (см. (П.4)) [11]

$$f - f(v_{1,2}) = \frac{3 v_T^2 n \omega}{\pi \omega_p^2} \left(\frac{1}{6 v_T^2} \frac{d\nu}{dx} - \frac{1}{v_{1,2}^3} \frac{d v_{1,2}}{dx} \right) \ln \frac{W_k}{W_{kT}}. \tag{1.5}$$

Для получения уравнений эволюции границ плато следует подставить в левую часть (1.5) скачки функции распределения на границах $f_n - f_0(v_{1,2})$. Полагая $\ln(W_k/W_{kT}) = \Lambda \approx \mathrm{const}$, имеем

$$\left(3 v_T^2/v_1^3\right) dv_1/dx = -(4\pi^2 e^2/m\omega\Lambda)\,[f_n(x) - f_0(v_1)] - (1/2)\,|d\nu/dx|; \tag{1.6}$$

$$\left(3 v_T^2/v_2^3\right) dv_2/dx = (4\pi^2 e^2/m\omega\Lambda)\,[f_0(v_2) - f_n(x)] - (1/2)\,|d\nu/dx|. \tag{1.7}$$

В окрестности нижней границы $v \sim v_1$ можно считать, что $f_n \sim n'/v_0 \gg f_0(v_1)$ [1], и записать решение (1.6) как

$$v_1 = v_0/\left[1 + \left(v_0^2/3 v_T^2\right)(n'\omega x/(n(x)\,\Delta v \Lambda) + 1 - \nu(x)\right]^{1/2}. \tag{1.8}$$

Видно, что па достаточно больших расстояниях $x \gg L_0$ $\left(L_0 = n_0 \Delta v \Lambda v_T^2/\left(n'\omega v_0^2\right)\right.$ — длина релаксации в однородной плазме) $v_1 \sim 1/\sqrt{x}$, как и в однородной плазме [1, 8].

Эволюция верхней границы $v_2(x)$ существенно зависит от градиента плотности плазмы. Первое слагаемое в (1.7) ответственно за генерацию плазменных волн на границе плато и расширение его за счет диффузии, а второе описывает выход этих волн из резонанса с потоком, за счет чего и уменьшается dv_2/dx.

На рис. 1 качественно показана эволюция функции распределения: замедление релаксации «пика» на исходной функции распределения f_0 и образование плато f_n с границами v_1 и v_2 (v_1^0 и v_2^0 — границы плато в однородной плазме).

На больших расстояниях ($x \gtrsim L_0$) можно ограничиться рассмотрением эволюции верхней границы, так как нижняя граница оказывается при столь малых скоростях, что $v_1^2 \ll v_2^2 \sim v_0^2$. С учетом этого неравенства уравнение (1.7) для верхней границы на больших расстояниях принимает вид

(1.9) $$(3v_T^2/v_2^3)\, dv_2/dx = B\Phi(v_2) - (1/2)\,|d\nu/dx|,$$

где

(1.10) $$B = \frac{4\pi^2 e^2}{\Lambda m\omega},\quad \Phi(v) = f_0(v) - \frac{2}{v^2}\int\limits_0^v u f_0(u)\, du.$$

Решение уравнения (1.9) описывает передачу энергии электронов плазмонам только в случае расширения плато в сторону больших скоростей, когда $dv_2/dx > 0$, т. е. при выполнении условия $|d\nu/dx| < 2B\Phi(v_2)$, которое качественно аналогично (1.4). Решение (1.9) будем искать вблизи корня его правой части

(1.11) $$v_2(x) = V(x) + s(x),\quad |s/V| \ll 1,$$

где $V(x)$ определяется уравнением

(1.12) $$|d\nu/dx| - 2B\Phi(V(x)) = 0.$$

Рассмотрим вначале случай постоянного градиента плотности $d\nu/dx = -\varepsilon$, когда (1.12) имеет корень $v_0 \lesssim V = V_c(\varepsilon) < v_m$, положение которого не зависит от x. При этом решение (1.9) может быть записано в виде обратной функции

$$x = 6v_T^2 \int\limits_{v_0}^{v_2(x)} u^{-3} du/[2B\Phi(u) - \varepsilon].$$

Если воспользоваться разложением (1.11) с $V(x) = V_c$, то из (1.9) находим $v_2(x) \cong V_c - s_0 \exp(-x/L_1)$. Здесь $s_0 = V_c - v_0$, а характерный масштаб L_1 эволюции $v_2(x)$ оказывается таким же, как в однородной плазме: $L_1 = (3v_T^2/V_c^3)/\,|B d\Phi/dv|_{v=V_c} \sim L_0$.

Таким образом, при движении пучка в плазме с линейно убывающей плотностью только часть электронов пучка в интервале скоростей $v_0 - \Delta v \lesssim v \lesssim V_c$ теряет энергию на генерацию плазмонов. Остальные же электроны с $v > V_c$ не вступают во взаимодействие с плазмой и на бо́льших расстояниях ($x \gg L_0$). Такую «частичную» релаксацию можно рассматривать как первый мелкомасштабный этап квазилинейного взаимодействия пучка с неоднородной плазмой, когда градиент неоднородности считается постоянным. В общем случае ($d\nu/dx \neq \mathrm{const}$) эволюция зависит от характера изменения градиента плотности плазмы.

На рис. 2 схематически показано графическое решение уравнения (1.12), т. е. определение $V_3 = V(x_3)$ для характерного аргумента x_3.

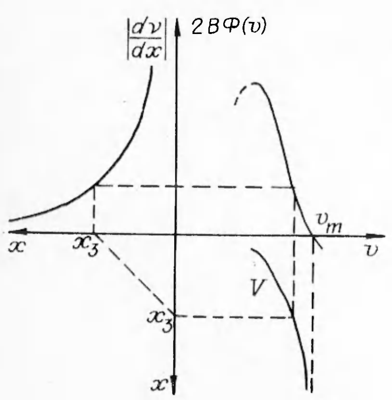

Рис. 1

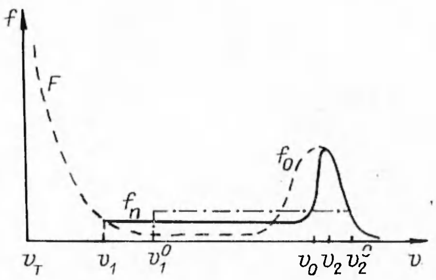

Рис. 2

Для $s(x)$ из (1.9), (1.11) с точностью до $|s/V| \ll 1$ получаем

$$\frac{ds}{dx} - sB\frac{V^3}{3v_T^2}\left(\frac{d\Phi}{dv}\right)_{v=V} = \frac{1}{2}\frac{d^2\nu/dx^2}{(Bd\Phi/dv)_{v=V}}. \tag{1.13}$$

Решение (1.13) вместе с (1.12) описывает эволюцию $v_2(x)$:

$$v_2(x) = V(x) + \int_\infty^x \frac{(d^2\nu/dz^2)\,dz}{2B\,(d\Phi/dv)_{v=V(z)}} \exp\left[B\int_z^x dy\,\frac{V^3(y)}{3v_T^2}\left(\frac{d\Phi}{dv}\right)_{v=V(y)}\right]. \tag{1.14}$$

Так как градиент плотности плазмы убывает по степенному закону [12], то из (1.11), (1.14) следует, что при $x \gg L_0$

$$v_2(x) = V(x) - \frac{3v_T^2 d^2\nu/dx^2}{2B^2V^3(x)\,(d\Phi/dv)^2_{v=V(x)}}. \tag{1.15}$$

Аналогичную зависимость $V(x)$ также удается получить на достаточно больших расстояниях ($x \gg L_0$), когда верхняя граница плато $v_2(x)$ приближается к v_m — корню функции $\Phi(v)$. Можно показать, что для непрерывных неотрицательных функций распределения $f_0(v)$, которые убывают при $v \to \infty$ быстрее, чем v^{-2} (в частности, для гауссовой или степенной $v^{-\lambda}$ с $\lambda > 2$), функция $\Phi(v)$ в (1.10) имеет единственный корень $\Phi(v_m) = 0$, причем $(d\Phi/dv)_{v=v_m} = (df/dv)_{v=v_m}$. При этом из (1.12), (1.15) находим

$$V(x) \cong v_m - |d\nu/dx|/(2Bdf_0/dv)_{v=v_m}; \tag{1.16}$$

$$v_2(x) \approx v_m - |d\nu/dx|/\left(2B\,|df_0/dv|_{v=v_m}\right) - \frac{3v_T^2 d^2\nu/dx^2}{4v_m^3B^2\,(df_0/dv)^2_{v=v_m}}. \tag{1.17}$$

Эволюция $v_2(x)$ определяет длину релаксации в неоднородной плазме: $|(v_2 - v_m)/(dv_2/dx)| \sim |(d\nu/dx)/(d^2\nu/dx^2)| \sim L_н$.

Итак, в отличие от плазмы с постоянным градиентом плотности в рассмотренном случае «невозмущенная часть» функции распределения электронов пучка при $v > v_2(x)$ уменьшается на масштабах порядка длины неоднородности $L_н \gg L_0$. На тех же масштабах продолжается генерация плазменных волн. Таким образом, крупномасштабная эволюция функции распределения пучка полностью определяется характером неоднородности. Например, в плазме солнечной короны медленное изменение градиента концентрации на характерных расстояниях порядка нескольких радиусов Солнца R приводит к увеличению длины релаксации пучка до масштаба порядка длины неоднородности $L_н \sim R$ [8].

2. Спектр плазменных волн. Изученное поведение функции распределения и границ плато в неоднородной плазме позволяет исследовать пространственную эволюцию спектральной плотности энергии плазменных волн W_k [8, 11].

Рассмотрим зависимость $W_k(x, v)$ в области больших фазовых скоростей $v_T^2 \ll v^2$, когда затухание Ландау пренебрежимо мало. В приближении плато из (1.1) и (1.2) в интервале скоростей $v_1 < v < v_2$ находим линейное дифференциальное уравнение для $W_k(x, v)$:

$$\frac{3v_T^2}{v}\frac{\partial W_k}{\partial x} - \frac{v^2}{2}\left|\frac{d\nu}{dx}\right|\frac{\partial W_k}{\partial v} = \frac{mv^3}{2\omega}\frac{df_r}{dx}\left(v^2 - v_1^2(x)\right). \tag{2.1}$$

Метод характеристик позволяет записать решение (2.1) в виде интеграла

$$W_k(x, v) = \frac{m}{6v_T^2\omega}\int_{x_0(V)}^x dz\,v^6(z, V)\,\frac{df_r}{dz}\left[1 - \frac{v_1^2(z)}{v^2(z, V)}\right] + W_{kT}, \tag{2.2}$$

где характеристика задается выражением $v(x,V) = V/\sqrt{1 + (V^2/3v_T^2)\,(1 - \nu(x))}$. При $W_k \gg W_{kT}$ аддитивной постоянной можно пренебречь, а нижний предел $x_0(V)$ является решением уравнения $v(x_0, V) = v_2(x_0)$.

Аналитическая зависимость $W_k(x)$ также может быть получена только на достаточно больших расстояниях (на заключительном этапе релаксации), когда $v_1^2 \ll v_2^2$, а верхняя граница близка к предельному значению $v_2 \approx v_m$. При этих условиях из (1.3) и (1.16)

(2.3) $$\frac{df_n}{dx} \approx \frac{2}{v_2}\Phi(v_2)\frac{dv_2}{dx} = \frac{|d\nu/dx|\, d^2\nu/dx^2}{2B^2 v_m\, |df_0/dv|_{v=v_{r_1}}}.$$

Подставляя (2.3) в (2.2) и считая, что $d^2\nu/dz^2$ мало меняется на интервале $x_0 < z < x$, имеем

(2.4) $$W_k(x, v) \approx \frac{\Lambda^2 m n_0^2 v_m}{\pi^2 \omega_0\, |df_0/dv|_{v=v_m}} \left(\frac{v_m}{v_0}\right)^2 \frac{d^2\nu}{dx^2}\, \frac{v_2^4(x) - v^4}{v_m^4}.$$

Заметим, что для степенной модели $\nu(x)|_{x\gg L_0} \sim x^{-\alpha}$ $(\alpha > 0)$ получается такая же зависимость $W_k(x, v)$ с точностью до множителя порядка единицы. Как видно из (2.4), при наличии неоднородности спектральная плотность энергии плазмонов не убывает, как в однородной плазме, а растет с уменьшением фазовой скорости (рис. 3) за счет сноса плазмонов в область меньших скоростей. В области малых фазовых скоростей $v^2 \gtrsim v_T^2$ необходимо учесть в правой части (2.1) член, ответственный за затухание Ландау. Спектральную плотность в этом предельном случае с точностью до $r_D/L_0 \ll 1$ $(r_D = v_T/\omega_0)$ можно представить в виде

(2.5) $$W_k(x, v) = \frac{\Lambda^2 m n_0^2 v_T^5\, |d\nu/dx|}{v_m \omega_0^4\, |df_0/dv|_{v=v_m}}\, \frac{d^2\nu}{dx^2}\, \frac{v^2}{v_T^2} \exp\left(\frac{v^2}{2v_T^2}\right).$$

Как следует из (2.4) и (2.5), за счет затухания спектр плазменных волн в неоднородной плазме имеет максимум при фазовой скорости $v_{\text{ext}} \approx \approx \sqrt{2}\, v_T \ln^{1/2}\left[\left(\frac{v_m}{v_T}\right)^4 \frac{\omega_p}{v_T\, |d\nu/dx|}\right] \sim v_T$ в отличие от спектра в однородной плазме, где $v_{\text{ext}} \sim v_0$. Кроме того, максимальная величина $W_k(x, v_{\text{ext}})$ в $(v_0/v_T)^2$ раз меньше, чем без учета неоднородности, и убывает с расстоянием пропорционально уменьшению модуля градиента плотности $|d\nu/dx|$.

Обратимся к пределам применимости решения (2.4), (2.5) для спектра W_k. Оно справедливо при сравнительно слабой неоднородности (1.4). В приложении это неравенство получено как условие применимости приближения плато. Кроме того, неоднородность плазмы не может быть близка к линейной, как показывает ограничение (П.13) на $d^2\nu/dx^2$. При этом найденное решение не может рассматриваться как поправка к решению в однородной плазме. При степенной зависимости $\nu(x)$ из (П.13) имеем

(2.6) $$\frac{1}{\nu}\left|\frac{d\nu}{dx}\right| \gg \frac{n'}{n_0}\frac{\omega}{\Lambda v}\sqrt{W_{kT}\omega/\Lambda m v_0^3 n'}.$$

В плазме солнечной короны [12] при $\omega_0 \approx 10^9$ с$^{-1}$, $v_T \sim 10^6$ м/с для пучка электронов с $v_0 \approx 10^8$ м/с, $\Delta v \approx 10^7$ м/с из (1.4) и (2.6) следует

(2.7) $$10^{-1}(n'/n_0)\ \text{м}^{-1} \ll |d\nu/dx| \ll 10(n'/n_0)\ \text{м}^{-1}.$$

Таким образом, градиент неоднородности в нижней короне $|d\nu/dx| \sim \sim 10^{-8}$ м$^{-1}$ (во время вспышек на порядок больше) удовлетворяет критерию (2.7) для пучков с $10^{-9} < n'/n_0 < < 10^{-7}$, так что неоднородность играет существенную роль в формировании спектра плазмонов.

Приложение. Эффект выхода плазмонов из резонанса с пучком в неоднородной плазме наиболее сильно проявляется

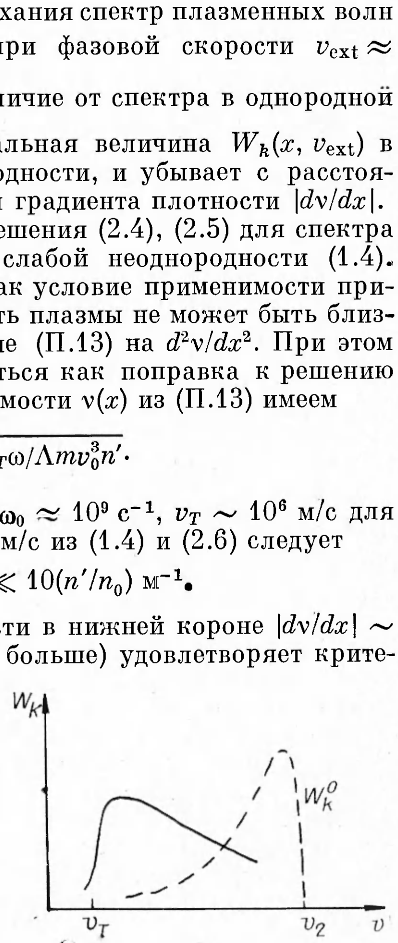

Рис. 3

в тех интервалах скоростей, где максимальны крутизна функции распределения $\partial f/dv$ и коэффициент усиления плазменных волн. В связи с этим для оценки неоднородности плазмы, при которой можно использовать приближение плато, рассмотрим систему квазилинейных уравнений (1.1) в окрестности границ плато, где быстрее всего меняется функция распределения.

Запишем (1.1) и (1.2) в безразмерных переменных

$$\frac{\partial G}{\partial \xi} = \frac{1}{u}\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{w}{u}\frac{\partial G}{\partial u}\right), \quad \frac{\partial w}{\partial \xi} + u^3\mu\frac{\partial w}{\partial u} = u^2 w\frac{\partial G}{\partial u}. \tag{П.1}$$

Здесь $G = \pi v_0 f/n'$; $\xi = xv_0^2 n'\omega/(3v_T^2 n_0 v_0)$; $u = v/v_0$; $w = 6\pi\omega v_T^2 W_k/(mv_0^5 n')$; $\mu = (v_0^2/6v_T^2)\frac{d}{d\xi}\left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$.

Вблизи границ плато перейдем в систему координат, движущуюся вместе с границей $\eta = u - u_{1,2}$ ($u_{1,2} = v_{1,2}/v_0$). Вблизи границ $|\eta| \ll u_{1,2}$ форма $G(\xi, \eta)$, $w(\xi, \eta)$ мало меняется в процессе пространственной эволюции

$$\left|\frac{\partial G}{\partial \xi}\right| \ll \left|\frac{du_{1,2}}{d\xi}\frac{\partial G}{\partial \eta}\right|, \quad \left|\frac{\partial w}{\partial \xi}\right| \ll \left|\frac{du_{1,2}}{d\xi}\frac{\partial w}{\partial \eta}\right|. \tag{П.2}$$

С учетом (П.2) система (П.1) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \eta}\left[G + \left(\frac{1}{u_{1,2}^3}\frac{du_{1,2}}{d\xi} - \mu\right)\ln w\right] = 0, \tag{П.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta}\left[\frac{w}{u_{1,2}^2}\frac{\partial G}{\partial \eta} + G\frac{\partial u_{1,2}}{\partial \xi}\right] = 0$$

с граничными условиями $G(\xi, 0) = G_0(u_{1,2})$, $w(\xi, 0) = w_0$, где $G_0 = \pi v_0 f_0/n'$, $w_0 = 6\pi\omega v_T^2 W_{kT}/mv_0^5 n'$, f_0 — невозмущенная функция распределения пучка, W_{kT} — спектральная плотность тепловых шумов в плазме.

Решение уравнений (П.3) получаем аналогично [10] в неявном виде

$$\eta = -\left(w_0/u_{1,2}^2\frac{du_{1,2}}{d\xi}\right)\mathrm{li}\,(w/w_0), \; G(\xi, \eta) - G_0(u_{1,2}) = -\delta(\xi)\ln(w/w_0) \tag{П.4}$$

$$\left(\mathrm{li}\,(z) = \int_0^z dt/\ln t, \; \delta(\xi) = \frac{1}{u_{1,2}^3}\frac{du_{1,2}}{d\xi} - \mu\right).$$

При $\ln(w/w_0) \gg 1$ с логарифмической точностью из (П.4) имеем

$$w \approx w_0(\eta/\eta_{1,2})\ln(\eta/\eta_{1,2}), \tag{П.5}$$

$$G - G_0(u_{1,2}) \approx -\delta(\xi)\ln[(\eta/\eta_{1,2})\ln(\eta/\eta_{1,2})]$$

$$\left(\eta_{1,2} = -w_0\Big/\left(u_{1,2}^2\frac{du_{1,2}}{d\xi}\right)\right).$$

Выражения (П.5) применимы, как видно, только при $\eta/\eta_{1,2} \gg 1$. В случае $w - w_0 \ll w_0$, когда $\eta/\eta_{1,2} \lesssim 1$, решение (П. 4) принимает вид

$$w - w_0 \approx w_0(\exp(\eta/\eta_{1,2}) - 1), \; G - G_0(u_{1,2}) \approx -\delta(\xi)(\exp(\eta/\eta_{1,2}) - 1). \tag{П.6}$$

Из (П.5) и (П.6) видно, что функция распределения $G(\xi, \eta)$ быстро меняется на интервале $|\eta| \lesssim |\eta_{1,2}|$, а вне его изменение $G(\xi, \eta)$ оказывается медленным (логарифмическим). Таким образом, ее поведение вблизи границ действительно может быть аппроксимировано скачком.

Рассмотрим применимость полученных решений вблизи нижней ($\eta = \eta_1 > 0$) и верхней ($\eta = \eta_2 < 0$) границ в отдельности, поскольку неоднородность влияет на них по-разному. Из (П.4) следует, что при $\mu < 0$ необходимым условием существования нижней границы является неравенство $\delta < 0$, т. е.

$$(1/u_1^3)\,|du_1/d\xi| > |\mu|. \tag{П.7}$$

Зависимость $u_1(\xi)$ была найдена выше (см. (1.8)):

$$u_1^2 = u_0^2/\left(1 + u_0^2\left(\xi G_n/\Lambda + 1 - \tilde{\nu}\right)\right) \quad (\text{П}.8)$$

$$\left(u_0 = v_{10}/v_0 \sim 1,\ \tilde{\nu} = v_0^2\omega_p^2/6v_T^2\omega^2,\ G_n = \pi v_0 f_n/n'\right).$$

Подставляя (П.8) в (П.7), находим в размерных переменных

$$|d\nu/dx| < (\gamma_0\Delta v/v_0\Lambda)(v_T/v_0)^2. \quad (\text{П}.9)$$

Условия применимости уравнений (П. 3) следуют из (П.2) в виде $|\eta_{1,2}| \ll u_{1,2}$, откуда для нижней границы имеем

$$w_0 \ll u_1^3\,|du_1/d\xi|. \quad (\text{П}.10)$$

Используя (П.8)—(П.10), получаем неравенство

$$\frac{v_0}{\omega L_0}\,\frac{1 + (L_0/\beta_0)\,|d\nu/dx|}{1 + x/L_0 + (1 - \nu(x))/\beta_0} \gg W_{kT}\,\omega/mn'v_0^3,\ \ \beta_0 = 3v_T^2/v_0^2, \quad (\text{П}.11)$$

из которого при малых $x \lesssim L_0 \sim n_0 v_T^2 \Delta v/n' v_0^2 \omega$ следует ограничение на параметры пучка и плазмы

$$v_0/\omega L_0 \gg \omega W_{kT}/mn'v_0^3 \quad (\text{П}.12)$$

(для характерных параметров плазмы солнечной короны (П.12) выполняется). На больших расстояниях ($x \gg L_0$) нижняя граница оказывается при столь малых скоростях $u_1 \sim v_T/v_0$, что ее эволюция прекращается, так как плазмоны поглощаются в основной плазме за счет затухания Ландау.

Аналогично вблизи верхней границы условие применимости полученных решений запишем в виде $w_0 \ll u_2^3\,|du_2/d\xi|$. Используя выражение для $u_2 = v_2(x)/v_0$ (1.17), находим ограничение на градиент неоднородности

$$(1/\nu)\,d^2\nu/dx^2 \gg \left(4\pi\omega W_{kT}/\Lambda mn'v_0^2\right)(n_0\omega_p/n'\Delta v)^2. \quad (\text{П}.13)$$

При выполнении (П.13) крутизна верхней границы плато много больше его наклона в области $v_1 < v < v_2$ и выполняется условие $W_k \gg W_{kT}$.

Авторы благодарны В. М. Конторовичу за постоянное внимание и активную поддержку в работе, а также Н. Н. Герасимовой и Ю. П. Блиоху за полезные обсуждения результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Веденов А. А., Рютов Д. Д.** Квазилинейные эффекты в потоковых неустойчивостях // Вопросы теории плазмы.— М.: Атомиздат, 1972.
2. **Рютов Д. Д.** Квазилинейная релаксация электронного пучка в неоднородной плазме // ЖЭТФ.— 1969.— Т. 57, вып. 1.
3. **Брейзман Б. Н., Рютов Д. Д.** Квазилинейная релаксация электронного пучка в неоднородной ограниченной плазме // ЖЭТФ.— 1969.— Т. 57, вып. 4.
4. **Железняков В. В., Зайцев В. В.** К теории всплесков солнечного радиоизлучения III типа // Астрон. журн.— 1970.— Т. 47, вып. 1, 2.
5. **Harvey C. C.** A model exiter for type III solar bursts // Solar Physics.— 1975.— V. 40, N 1.
6. **Вигдорчик В. И.** О свободном разлете потока быстрых электронов в солнечной короне при нестационарной инжекции // Астрон. журн.— 1979.— Т. 56, вып. 2.
7. **Вигдорчик В. И.** Об эволюции функции распределения при квазилинейной релаксации электронного потока в однородной плазме // Физика плазмы.— 1980.— Т. 6, вып. 6.
8. **Вигдорчик В. И.** О стабилизации электронных потоков в неоднородной плазме солнечной короны // Изв. вузов. Радиофизика.— 1980.— Т. 23, вып. 1.
9. **Зайцев В. В., Рапопорт В. О.** О квазилинейной релаксации электронных пучков в плазме солнечного ветра // Письма в астрон. журн.— 1975.— Т. 1, вып. 1.
10. **Иванов А. А., Рудаков Л. И.** Динамика квазилинейной релаксации бесстолкновительной плазмы // ЖЭТФ.— 1966.— Т. 51, вып. 5.
11. **Вигдорчик В. И., Степанова Н. А.** О квазилинейной релаксации пучка в плазме с убывающей плотностью в условиях солнечной короны // Тез. докл. XVI Всесоюз. конф. по радиоастрономическим исследованиям солнечной системы.— Звенигород, 1984.
12. **Зирин Г.** Солнечная атмосфера.— М.: Мир, 1969.

Поступила 1/VII 1987 г.