

УДК 532.135

Влияние интенсивности химического источника тепловыделений на теплообмен при течении псевдопластичной жидкости на начальном участке коаксиального канала*

Б.Р. Абайдуллин

*Исследовательский центр проблем энергетики КазНЦ РАН,
Казань*

E-mail: cyberincorp@mail.ru

Исследуются критические режимы теплообмена при ламинарном установившемся течении псевдопластичной жидкости на начальном участке коаксиального канала, с учетом как диссипативного, так и химического источников в представлении Аррениуса [5] в условиях незначительного изменения концентраций реагирующих веществ.

Ключевые слова: диссипативный источник, структурно-вязкая жидкость, критические режимы теплообмена, энергия активации химической реакции.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время наметился рост объемов производства на промышленных предприятиях, где в качестве рабочего тела используются неньютоновские жидкости. Зачастую для проведения химических процессов используются проточные трубчатые реакторы, рабочие поверхности которых представляют собой коаксиальные каналы с винтовыми и ленточными вставками. Вставки используются для интенсификации теплообмена. Исследование критических режимов теплообмена при течении высоковязких жидкостей в каналах с коаксиальной геометрией весьма актуально. Объясняется это тем, что из-за специфичности их свойств в рабочих каналах промышленных установок могут наблюдаться критические или близкие к ним режимы течения, при которых возможен резкий скачок температуры, который может приводить к возникновению аварийных ситуаций.

В литературе известно небольшое количество работ, посвященных исследованию данных режимов. Так, в работе [1] рассматривается задача теплообмена при критических режимах течения структурно-вязкой жидкости в бесконечной трубе с учетом химических и механических источников тепла, но не рассматривается

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-08-50043), ФАНИ (гос. контракт № 02.434.11.5009), Президиума РАН (программа П-09).

коаксиальный канал. В нем при прочих равных условиях бóльшая поверхность теплообмена, чем в круглой трубе, поскольку используются две рабочие поверхности, у которых, как показала практика, более интенсивный химический источник тепловыделения. В работе [2] исследуется задача теплообмена при напорном течении вязкой жидкости между соосными цилиндрами с учетом только диссипативного источника тепловыделения.

В настоящей работе исследуются критические режимы теплообмена при ламинарном установившемся течении псевдопластичной жидкости на начальном участке коаксиального канала с учетом как диссипативного, так и химического источников. Химическая реакция проходит с незначительным изменением концентраций реагирующих веществ, то есть имеет нулевой порядок.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

При моделировании теплообмена на начальном тепловом участке в коаксиальном канале приняты следующие допущения: течение ламинарное, стационарное, теплофизические характеристики жидкости, такие как плотность, теплоемкость и теплопроводность, в рассматриваемом диапазоне температур меняются незначительно, поэтому в уравнениях они приняты константами; массовые силы пренебрежимо малы; перенос тепла вдоль направления движения за счет теплопроводности много меньше вынужденного; профиль скорости почти мгновенно подстраивается под профиль температуры, то есть время гидродинамической релаксации много меньше времени тепловой релаксации, процесс квазистационарный и для рассматриваемых высоковязких сред число $Pr \gg 1$, присутствует химический и диссипативный источник теплоты; приняты гидродинамические граничные условия прилипания и тепловые граничные условия первого рода. Задача рассматривается в цилиндрической системе координат.

Исходная система уравнений имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(-P + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right) - \frac{1}{r^2} (2\mu v_r) + \frac{1}{r} \left(2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \right), \\ \rho \left(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-P + 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \left(\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right), \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (v_r r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \\ v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\mu I_2}{\rho c_p} + \frac{Q_0 k_0}{c_M} e^{\frac{-E}{RT}}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $r_1 \leq r \leq r_2$, $0 \leq z \leq L$, Q_0 — тепловой эффект химической реакции, k_0 — константа скорости химической реакции, E — энергия активации химической реакции, a — коэффициент температуропроводности, $\mu = \mu(T, I_2)$ — динамическая вязкость, ρ — плотность жидкости, R — универсальная газовая постоянная, c_p — удельная изобарная теплоемкость, c_M — удельная молярная теплоемкость, T — температура, v_z, v_r — компоненты вектора скорости \vec{v} , $P = P(Q)$ — давление, Q — расход, r_1, r_2 — внутренний и внешний радиусы коаксиального канала,

L — длина канала, I_2 — второй инвариант тензора скоростей деформации, который представляется следующим выражением:

$$I_2 = \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v_r}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2. \quad (2)$$

Для системы уравнений (1) граничные условия задаются в виде:

$$\begin{aligned} v_z|_{r=r_1} &= 0, \quad v_r|_{r=r_1} = 0, \quad T|_{r=r_1} = T_0, \\ v_z|_{r=r_2} &= 0, \quad v_r|_{r=r_2} = 0, \quad T|_{r=r_2} = T_0, \\ T|_{z=0} &= T^0, \quad v_r|_{z=0} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

где T_0 — температура окружающей среды, T^0 — температура на входе в коаксиальный канал.

На входе в канал профиль компоненты v_z вектора скорости \vec{v} является решением задачи вида

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (4)$$

при этом $T|_{z=0} = T^0$, а составляющая градиента давления $\partial P / \partial z$ в направлении оси z определяется из следующего выражения:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{1}{Q} \int_0^{r_2} \int_{r_1}^{r_2} \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 r dr d\varphi. \quad (5)$$

В качестве реологической модели используется модель Кутателадзе–Хабахпашевой для структурно вязкой жидкости [3]:

$$\varphi_* = \exp(-\tau_*), \quad \text{где } \varphi_* = \frac{\varphi_\infty - \varphi}{\varphi_\infty - \varphi_0}, \quad \tau_* = \Theta \frac{\tau}{\varphi_\infty - \varphi_0}. \quad (6)$$

Температурные зависимости параметров реологической модели представляются в арениусовском виде:

$$\varphi_0 = A_0 \exp\left(-\frac{B}{RT}\right), \quad \varphi_\infty = A_\infty \exp\left(-\frac{B}{RT}\right), \quad \Theta = \Theta_0 \exp\left(-\frac{B}{RT}\right), \quad (7)$$

где Θ — мера структурной стабильности жидкости, A_0, A_∞, Θ_0 — предэкспоненты, B — энергия активации вязкого течения, $\varphi_\infty, \varphi_0$ — текучесть при $\tau \rightarrow \infty, \tau \rightarrow 0$, где $\tau = \mu \sqrt{I_2}$ — интенсивность касательных напряжений сдвига. Следует заметить, что жидкость несжимаема и нет трехмерного течения, и μ зависит только от I_2 , а $I_1 = 0$. Для рассматриваемой в работе псевдопластичной жидкости $\partial \mu / \partial I_2 < 0$.

После подстановки зависимостей (7) в формулу принятой реологической модели (6) получим формулу для расчета текучести (величина, обратная динамической вязкости):

$$\varphi = \varphi_{\infty} - (\varphi_{\infty} - \varphi_0) \exp\left(-\frac{\Theta\tau}{\varphi_{\infty} - \varphi_0}\right). \quad (8)$$

Из-за сложности решения задачи (1)–(3) поиск решений проводится с помощью стандартных численных методов [4]. При этом алгоритм поиска построен на базе итерационных методов. Основная идея такого метода состоит в разбиении канала на слои путем введения равномерной сетки с шагом h_z по оси Z . Тогда допущение о том, что профиль скорости мгновенно подстраивается под профиль температуры, позволяет решать исходную систему (1) на каждом слое по Z в виде:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{\partial P}{\partial z}, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (v_r r) + \frac{\partial v_z}{\partial z}, \\ v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\mu I_2}{\rho c_p} + \frac{Q_0 k_0}{c_M} e^{-\frac{E}{RT}}. \end{cases} \quad (9)$$

Перед решением система уравнений (9) а также выражения (4)–(5), (8) приводятся к безразмерному виду при помощи следующих безразмерных комплексов: $c_0 = A_{\infty} / A_0$, $c_1 = 2\pi\Theta_0(r_2 - r_1) / (QA_0 \exp(B/RT_0))$ — реологические параметры, $\beta = RT_0 / E$ — число Аррениуса, $\alpha = B / E$, $\theta = E(T - T_0) / RT_0^2$ — температура, $\tilde{W} = 2\pi(r_2 - r_1)^2 v_z / Q$ — компонента вектора скорости \vec{v} вдоль оси z , $\tilde{V} = 2\pi L(r_2 - r_1) v_r / Q$ — компонента вектора скорости \vec{v} вдоль оси r , $\tilde{r} = (r - r_1) / (r_2 - r_1)$ — поперечная координата, $\mu = (\tilde{\mu} / A_0) \exp(B/RT_0)$ — динамическая вязкость, $\tilde{I}_2 = I_2 (2\pi)^2 (r_2 - r_1)^6 / Q^2$ — второй инвариант тензора скоростей деформации, $\delta = Q_0 k_0 (r_2 - r_1)^2 E / (ac_M RT_0^2) \exp(-E/RT_0)$ — параметр Франк–Каменецкого, характеризующий интенсивность тепловыделения от химической реакции, $\xi = (r_2 - r_1)^2 / L^2$, $\gamma = Q / (2\pi La)$, $\tilde{z} = z / L$, $\chi = Q^2 E / [4\pi^2 A_0 a \rho c_p RT_0^2 (r_2 - r_1)^4] \exp(B/RT_0)$ — параметр, характеризующий интенсивность тепловыделения от вязкого течения, $\sigma = r_1 / (r_2 - r_1)$ — параметр, отвечающий за геометрию канала.

Градиент давления $\partial P / \partial z$, определяющийся из выражений (4)–(5), приводится к безразмерному виду следующим образом:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{Q}{2\pi(r_2 - r_1)^4 A_0} \exp\left(\frac{B}{RT_0}\right) \int_0^1 \tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right)^2 (\sigma + \tilde{r}) d\tilde{r}. \quad (10)$$

Приведя (8) к безразмерному виду, получим

$$\varphi = \frac{1}{\mu} = A_0 \exp\left(-\frac{B}{RT_0}\right) \tilde{\varphi}, \quad \tilde{\varphi} = \left\{ \frac{A_{\infty}}{A_0} - \left(\frac{A_{\infty}}{A_0} - 1 \right) \exp\left(-c_1 \tilde{\mu} \sqrt{\tilde{I}_2}\right) \right\} \exp\left(\frac{\alpha\theta}{1 + \beta\theta}\right),$$

и окончательно:

$$\tilde{\mu} = \exp\left(-\frac{\alpha\theta}{1 + \beta\theta}\right) \frac{1}{c_0 - (c_0 - 1) \exp\left(-c_1 \tilde{\mu} \sqrt{\tilde{I}_2}\right)}, \quad (11)$$

где $i_2 = \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right)^2 + 2\xi \left(\left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{r}} \right)^2 + \frac{\tilde{V}^2}{(\sigma + \tilde{r})^2} + \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}} \right)^2 \right)$ — безразмерный вид выражения (2).

После перехода к безразмерным параметрам и после подстановки (10)–(11) в (9) система уравнений (9) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right) = -(\sigma + \tilde{r}) \int_0^1 \tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right)^2 (\sigma + \tilde{r}) d\tilde{r}, \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} ((\sigma + \tilde{r}) \tilde{V}) + (\sigma + \tilde{r}) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}} = 0, \\ \gamma(\sigma + \tilde{r}) \left(\tilde{V} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{r}} + \tilde{W} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{z}} \right) = \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{r}} \right) + \delta(\sigma + \tilde{r}) \exp \left(\frac{\theta}{1 + \beta \theta} \right) + \chi(\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \tilde{I}_2. \end{cases} \quad (12)$$

Также после перехода к безразмерным параметрам граничные условия первого рода (3) принимают вид:

$$\begin{aligned} \tilde{W}|_{\tilde{x}=0} = 0, \quad \tilde{V}|_{\tilde{x}=0} = 0, \quad \theta|_{\tilde{x}=0} = 0, \\ \tilde{W}|_{\tilde{x}=1} = 0, \quad \tilde{V}|_{\tilde{x}=1} = 0, \quad \theta|_{\tilde{x}=1} = 0, \\ \theta|_{\tilde{z}=0} = 0, \quad \tilde{V}|_{\tilde{z}=0} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

На входе профиль для компоненты скорости \tilde{W} является решением задачи вида

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right) = -(\sigma + \tilde{r}) \int_0^1 \tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right)^2 (\sigma + \tilde{r}) d\tilde{r},$$

где $\theta|_{\tilde{z}=0} = 0$.

Для решения системы уравнений (12)–(13) используется итерационный алгоритм, который включает в себя решение соответствующих трехточечных разностных уравнений методом прогонки с пересчетом всех коэффициентов уравнений, зависящих от искомым функций. Вследствие нелинейности системы уравнений (12)–(13) и неявного вида функции вязкости вводились дополнительные итерации по нелинейному свободному члену.

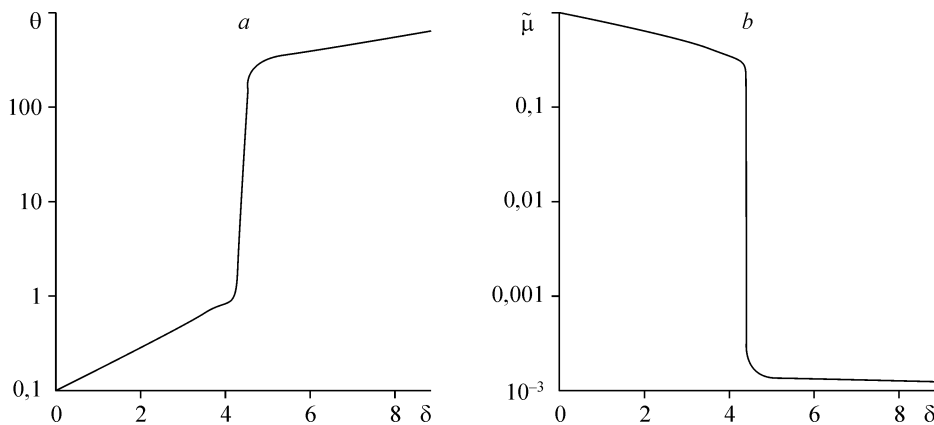


Рис. 1. Зависимости безразмерной температуры θ и вязкости $\tilde{\mu}$ от параметра δ , $\tilde{r} = 0,5$, $\tilde{z} = 0,5$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Результаты численных исследований представлены в виде графиков зависимостей температуры θ , вязкости $\tilde{\mu}$ от параметра, отвечающего за интенсивность химического источника тепловыделения δ (рис. 1) в точке с фиксированными координатами $\tilde{r} = 0,5$ и $\tilde{z} = 0,5$. Эти зависимости получены при фиксированных значениях остальных определяющих безразмерных параметров: $\chi = 0,01$, $\sigma = 1$, $c_0 = 5$, $c_1 = 0,01$, $\alpha = 1,421$, $\beta = 0,1565$, $\gamma = 25$.

Если бы был выбран слой $\tilde{z} = 0,25$, то следовало бы ожидать резкого возрастания температуры при критическом значении $\delta^* = 4,5$, как это следует из работы [6]. Однако с ростом координаты \tilde{z} значение параметра δ критического уменьшается. Из графика для температуры (см. рис. 1) также видно, что резкое ее изменение соответствует значению параметра $\delta^* \approx 4,4$. Данный тепловой режим для рассматриваемой области коаксиального канала можно назвать критическим, т. к. при этом режиме происходит резкое возрастание температуры на два порядка. Соответственно, вязкость быстро изменяется под действием температуры и резко уменьшается.

Из особенностей счета важно отметить, что при достижении критического значения параметра δ число итераций по каждому из уравнений в системе увеличивается. В предкритическом режиме (при значениях параметра $\delta < \delta^*$) температура плавно меняется (увеличивается) от начала коаксиального канала.

Для химической реакции важным определяющим параметром является ее энергия активации, т. е. то значение энергии, которое необходимо для начала самовоспламенения или для перехода от более медленного к более интенсивному тепловыделению. Обратной пропорциональностью этой величине согласно формулам приведения к безразмерному виду является безразмерный параметр β .

Из практики известно, что при больших значениях энергии активации (то есть при малых значениях β) существует большая вероятность возникновения критического режима теплообмена при протекании химической реакции в канале. Для проверки этого факта рассматривались зависимости температуры θ , вязкости $\tilde{\mu}$ от параметра, отвечающего за интенсивность химического источника тепловыделения δ (рис. 2) в точке с фиксированными координатами $\tilde{r} = 0,5$ и $\tilde{z} = 0,5$ при различных значениях параметра β .

Если рассмотреть зависимости температуры θ , вязкости $\tilde{\mu}$ от параметра β при фиксированных δ [7], то видно, что на интервале значений β от 0 до 0,17 будут

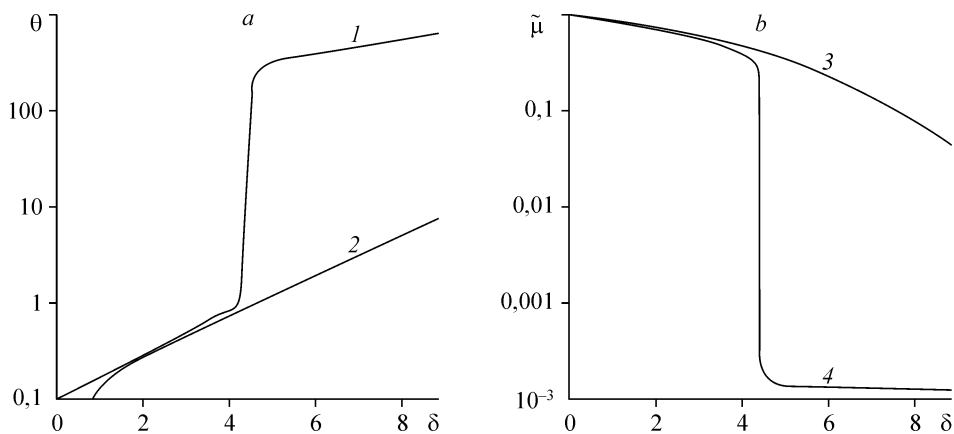


Рис. 2. Зависимости безразмерной температуры θ и вязкости $\tilde{\mu}$ от параметра δ , $\tilde{r} = 0,5$, $\tilde{z} = 0,5$; $\beta = 0,1565$ (1, 4), 0,3 (2, 3).

наблюдаться зависимости θ от δ , подобные рис. 1. При значениях $\beta > 0,17$ характер зависимости θ от δ изменится. Чтобы это показать, на рис. 2 была построена зависимость θ от δ при $\beta = 0,3$.

При значениях $\beta > 0,17$ (например, $\beta = 0,3$, см. рис. 2) происходит плавное увеличение температуры при возрастании интенсивности химической реакции. То есть имеют место быть такие значения энергии активации химической реакции, когда не существует критического значения параметра δ , следовательно, нет значения δ^* .

Очень важным фактом является то, что параметр β влияет на значения δ^* .

Также из рис. 2 и рисунков из работы [7] можно сделать вывод, что при уменьшении параметра β можно добиться того, что критический режим теплообмена в коаксиальном канале будет существовать практически при любых значениях параметра δ . Но на практике, конечно же, не встречаются химические реакции с такой большой энергией активации, что соответствует таким малым параметрам β , как $\beta = 0,1$, $\beta = 0,05$ и т. д.

В работе [7] было определено влияние параметра β на значения температуры и динамической вязкости жидкости в некоторой фиксированной области канала при фиксированной интенсивности химической реакции. Здесь же определено влияние параметра β на значения δ^* .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе численного решения полученной системы уравнений найдены критические значения безразмерного определяющего параметра δ , который отвечает за интенсивность тепловыделения от химической реакции. При этом в моделирующей системе уравнений учтены нелинейные свободные члены, учитывающие тепловыделение как от химической реакции, так и от диссипации. Анализ полученных зависимостей температуры и вязкости в локальной точке при различных интенсивностях химического источника показал, что существует диапазон значений интенсивности химического источника (или характеристик среды) для данной локальной точки, когда критический режим теплообмена невозможен. На данный диапазон сильно влияет такой очень важный параметр, как β , который связан с энергией активации химической реакции. Анализ зависимостей значений температуры и вязкости от δ при различных значениях параметра β показал, что при больших значениях β можно добиться того, что не будет диапазона значений интенсивности химической реакции, когда существует критический режим теплообмена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Назмеев Ю.Г., Миненков В.А., Мумладзе А.И. Тепловой взрыв при течении нелинейно-вязких сред в круглой трубе // ИФЖ. — 1988. — Т. 5, № 2. — С. 212–216.
2. Каганов С.А. Течение жидкости между вращающимися соосными цилиндрами с учетом теплоты трения и зависимости вязкости от температуры // ИФЖ. — 1965. — Т. 8, № 1. — С. 307–310.
3. Кутателадзе С.С., Хабахпашева Е.М., Попов В.И. К гидродинамике жидкостей с переменной вязкостью // ПМТФ. — 1966. — № 1. — С. 45–49.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. — С. 31–36.
5. Горбунов А.И., Гуров А.А., Филиппов Г.Г., Шаповал В.Н. Теоретические основы общей химии. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. — С. 272.
6. Абайдуллин Б.Р., Назмеев Ю.Г. Моделирование теплообмена и течения обобщенной ньютоновской жидкости на начальном участке коаксиального канала при арренисовском источнике тепловыделения // Теплофизика высоких температур. — 2008. — Т. 46, № 2. — С. 1–4.
7. Абайдуллин Б.Р. Исследование влияния основных определяющих параметров на критический теплообмен при течении неньютоновской жидкости на начальном участке коаксиального канала // Тр. Академэнерго. — 2007. — № 1. — С. 3–13.

*Статья поступила в редакцию 22 октября 2007 г.,
после доработки — 13 октября 2008 г.*