

УДК 537.8

РАСТЕКЕНИЕ ТОКА ПО ШИРИНЕ ТОНКИХ ФОЛЬГ (В СИСТЕМАХ ТИПА “ЗМЕЕК”) ИЛИ ПЛОСКИХ ТОКОВЫХ СЛОЕВ

С. Ф. Гаранин, Е. М. Кравец

Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики,
607188 Саров, Россия
E-mails: SFGaranin@vniief.ru, EMKravets@vniief.ru

Рассмотрена задача о растекании тока по ширине тонких фольг (в системах типа “змеек”) или плоских токовых слоев. Для расчета эволюции распределения токов по ширине неоднородных тонких проводящих слоев или фольг используется интегродифференциальное уравнение, с помощью которого двумерная задача для магнитного поля сводится к одномерной. Рассмотрена бесконечная периодическая система плоских фольг типа “змеек”. Показано, что в этой системе сначала в фольге устанавливается распределение тока, соответствующее ее идеальной проводимости, а затем происходит релаксация распределения тока к равномерному. Если фольги используются в качестве размыкателей, то в процессе переброса тока в нагрузку он должен успевать распределиться равномерно по ширине фольг, поэтому поправки на неоднородность распределения тока в размыкателях должны быть невелики.

Ключевые слова: фольговый размыкатель тока, токовый слой, филаментация, тиринг-неустойчивость, релаксация распределения тока.

DOI: 10.15372/PMTF20220205

Введение. Во многих системах с тонкими фольгами, в частности в фольговых размыкателях тока [1–3], широко применяющихся для обострения импульсов тока, большое значение имеет распределение тока по ширине фольги. Обычно при описании работы таких систем предполагается, что ток равномерно распределен по ширине. На стадии роста сопротивления при выделении джоулева тепла ток обычно перебрасывается в менее нагретые области, где электрическое сопротивление меньше и проводник должен быть устойчив относительно филаментации (устойчивость токовых слоев относительно стратификации изучалась в [4]). Тогда допустимо предположение об однородности фольги. Однако это предположение не всегда справедливо даже для однородных фольг, если при выделении большого количества джоулева тепла после взрыва фольги вещество переходит в состояние плазмы, сопротивление которой уменьшается при нагревании. Тогда ток может перебрасываться в области большего нагрева, поэтому на плазменной стадии возможна неустойчивость токового слоя относительно филаментации.

В технике часто применяются фольги конечной ширины или наборы плоских фольг типа “змеек”. В последнее время изучается возможность использования таких фольг в качестве быстрых размыкателей [3] в мощных источниках тока. В этом случае возникают

следующие вопросы: каким образом распределяется ток по ширине таких фольг и можно ли описывать их сопротивление как сопротивление фольги с однородным распределением тока?

Процесс растекания тока в тонких токовых слоях изучался в ряде работ [5–9]. При анализе процессов растекания вводится физическая величина $u \equiv c^2/(4\pi\sigma\Delta)$ (σ — проводимость фольги; Δ — ее толщина; $\sigma\Delta$ — поверхностная проводимость; здесь и далее используется принятая в теоретических работах гауссова система единиц), которая имеет размерность скорости и характеризует процесс выравнивания токов по ширине фольги. Вообще говоря, даже в предположении, что ток в фольге зависит только от координаты по ширине фольги, магнитные поля являются двумерными и зависят также от координаты, перпендикулярной плоскости фольги. Тем не менее задачу о растекании тока по ширине фольги можно свести к одномерному интегродифференциальному уравнению для плотности тока [9]. В настоящей работе это уравнение применяется для расчета распределения и выравнивания тока по ширине фольги в системах плоских фольг типа “змеек” или в конечных по ширине плоских токовых слоях.

Следует отметить, что в реальных электротехнических установках необходим учет геометрии обратного токопровода, нагрузки и электротехнической схемы источника тока. Поскольку в данной работе исследуются только растекание и распределение тока по ширине фольги, для упрощения задачи предполагается, что система фольг удалена от обратного токопровода и других элементов на расстояние, много большее ширины фольги. Поэтому распределение тока в ней определяется только геометрией системы фольг и электротехнической схемой генератора и нагрузки. Кроме того, для системы плоских токовых слоев (например, для систем плоских фольг типа “змеек”) предполагается, что генератор обеспечивает постоянный ток в системе. В действительности ток будет не постоянным, а зависящим от конкретной геометрии электротехнической установки. Однако для оценки влияния растекания тока по ширине фольг на электротехническую задачу нужно установить связь (с помощью граничных условий) между распределением тока в каждый момент времени и конкретной геометрией электротехнической установки.

1. Растекание тока в случае однородной фольги. Рассмотрим процесс выравнивания токов по ширине однородной фольги бесконечной ширины, в случае если токи сначала были неоднородными. Будем считать, что распределение тока зависит только от координаты x , перпендикулярной направлению тока. Основные результаты, приведенные в данном пункте, получены в работах [5–9]. В настоящей работе они приводятся в качестве примера растекания тока в тонких фольгах. Кроме того, для этого одномерного случая выводится интегродифференциальное уравнение, описывающее динамику растекания тока. Эта задача качественно отличается от обычных задач магнитной диффузии.

Предположим, что токи в фольге направлены вдоль оси z и зависят только от координаты x по ширине фольги (рис. 1). В этом случае можно считать, что потенциал магнитного поля имеет единственную отличную от нуля z -компоненту $A \equiv A_z(x, y)$ (координата y направлена перпендикулярно поверхности фольги). В верхнем и нижнем свободных от токов полупространствах потенциал A удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta A = 0. \quad (1)$$

В используемом приближении бесконечно тонкой фольги при наличии поверхностных токов через нее имеет место скачок x -компоненты магнитного поля (производной $\partial A/\partial y$) на его поверхности

$$\left. \frac{\partial A}{\partial y} \right|_u - \left. \frac{\partial A}{\partial y} \right|_d = -\frac{4\pi}{c} j \quad (2)$$

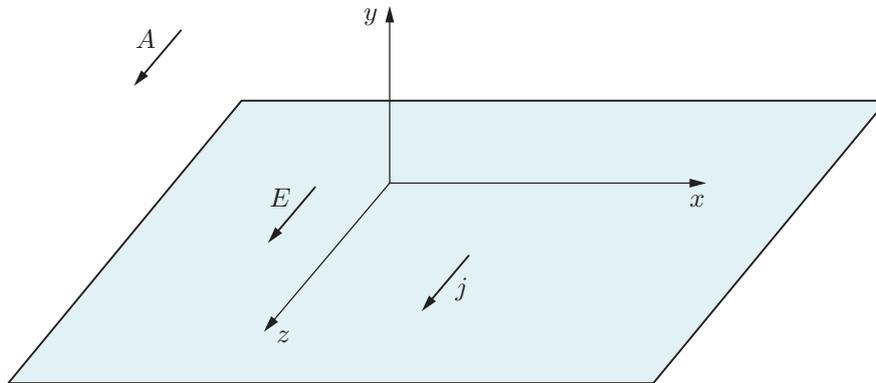


Рис. 1. Геометрия задачи для случая плоской тонкой фольги

($\partial A/\partial y|_u, \partial A/\partial y|_d$ — производные $\partial A/\partial y$ при $y = \pm 0$). В рассматриваемой задаче электрическое поле, также имеющее единственную отличную от нуля z -компоненту E , связано с вектор-потенциалом A соотношением

$$E = -\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t}. \quad (3)$$

Для замыкания системы уравнений поля запишем также закон Ома для поверхностного тока

$$j = \sigma \Delta E. \quad (4)$$

Рассмотрим процесс затухания периодических возмущений, зависящих от x пропорционально $e^{ik_x x}$. Для таких возмущений зависимость $A \equiv A_z(x, y)$ от y должна быть экспоненциальной: $e^{-k|y|}$ ($k = |k_x|$, величина k_x берется по модулю, поскольку на больших расстояниях возмущения потенциала должны затухать). В предположении, что решение задачи (1)–(4) зависит от времени пропорционально $e^{\gamma t}$, получаем

$$\gamma = -2uk, \quad (5)$$

где $u \equiv c^2/(4\pi\sigma\Delta)$ — величина, имеющая размерность скорости.

Определим функцию Грина, соответствующую дисперсионному соотношению (5). Для этого разложим дельта-функцию $\delta(x)$ в интеграл Фурье:

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x x} dk_x \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \delta_{k_x} e^{ik_x x} dk_x.$$

Поскольку фурье-компоненты эволюционируют во времени по закону

$$\delta_{k_x} e^{-\gamma t} = \delta_{k_x} e^{-2ukt},$$

функция Грина равна

$$G(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x x - 2ukt} dk_x = \frac{1}{2\pi ut} \frac{1}{1 + (x/(2ut))^2}.$$

Таким образом, ширина области, в которой распространяется ток, увеличивается пропорционально времени со скоростью u . Следует отметить, что на больших расстояниях от

начального распределения тока достаточно быстро возникают токи, медленно убывающие с увеличением расстояния:

$$G(x \rightarrow \infty, t) = \frac{2ut}{\pi x^2},$$

в отличие от диффузионной задачи, в которой на больших расстояниях токи экспоненциально малы [10]:

$$G_D(x, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\chi t}} e^{-x^2/(4\chi t)}.$$

При исследовании фольг конечной ширины $2w$ полученную функцию Грина можно использовать для описания процесса растекания тока, в случае если рассматриваются неоднородное распределение тока на малых по сравнению с шириной фольги масштабах $x \ll w$ и достаточно малые времена $t \ll w/u$. В противном случае необходимо учитывать границы фольги.

2. Постановка задачи. Получим интегродифференциальное уравнение, описывающее динамику растекания тока в одномерной симметричной задаче, в случае когда все величины зависят только от x , а вектор-потенциал $A \equiv A_z(x, y)$ к тому же симметричен относительно y : $A(x, -y) = A(x, y)$. Тогда согласно (2)

$$2 \frac{\partial A}{\partial y} \Big|_{y=+0} = -\frac{4\pi}{c} j \quad (6)$$

($j \equiv j_z(x)$ — поверхностная плотность тока). Выразим поверхностный ток $j(x)$ через $A(x) \equiv A(x, 0)$. Для этого перейдем к фурье-представлению величин $j(x)$, $A(x)$. Тогда из (6) получаем

$$\frac{2\pi}{c} j_{k_x} = k A_{k_x}, \quad (7)$$

где j_{k_x} , A_{k_x} — фурье-компоненты $j(x)$ и $A(x)$. Из (7) следует

$$j(x) = \frac{c}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} k A_{k_x} e^{ik_x x} dk_x. \quad (8)$$

Подставляя в (8)

$$A_{k_x} = \int_{-\infty}^{\infty} A(x') e^{-ik_x x'} dx',$$

имеем

$$j(x) = \frac{c}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dx' A(x') \int_{-\infty}^{\infty} dk_x k e^{ik_x(x-x')}. \quad (9)$$

Вычислив в (9) внутренний интеграл, получаем

$$j(x) = -\frac{2c}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \frac{A(x')}{(x-x')^2} = \frac{c}{2\pi^2} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \frac{A(x')}{x-x'}. \quad (10)$$

С помощью (10) можно получить уравнение для растекания тока. Для этого продифференцируем (10) по времени и используем соотношение $E = -c^{-1} \partial A / \partial t$. В результате имеем

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -\frac{c^2}{2\pi^2} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \frac{E(x')}{x-x'}. \quad (11)$$

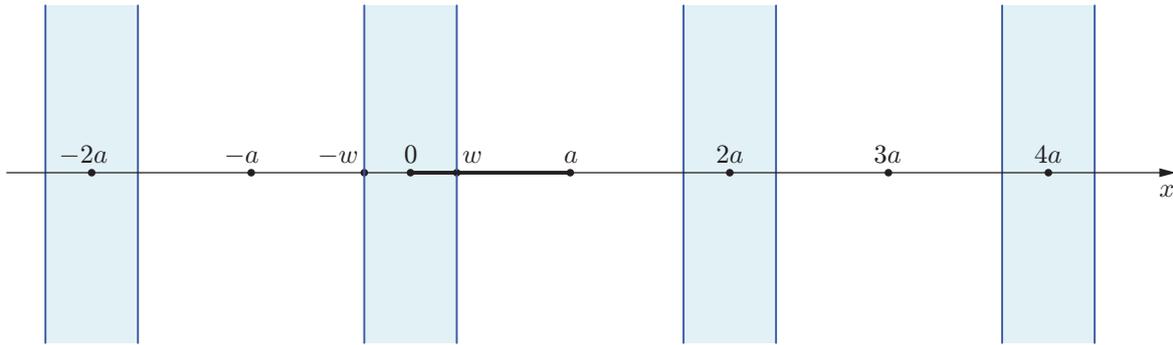


Рис. 2. Система плоских фольг

С учетом закона Ома (4), в котором $1/(\sigma\Delta)$ выразим через u , получаем

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -\frac{2}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \frac{u(x')j(x')}{x-x'}. \quad (12)$$

Это уравнение может быть использовано для расчетов распределения токов в плоских токовых слоях, в том числе для систем плоских фольг типа “змеек”. Поскольку уравнение (12) имеет дивергентный вид, для локализованного распределения тока и неограниченного по пространству распределения ненулевой (т. е. не обращающейся в бесконечность u) проводимости полный ток в системе $\int_{-\infty}^{\infty} j dx$ сохраняется. Таким образом, уравнение (12)

целесообразно использовать при решении задач с поддерживаемым в системе током. Если необходимо рассматривать зависящий от времени ток, то на границах надо определять, например, электрическое поле, входящее в уравнение (11).

Будем решать задачу о распределении токов в плоских токовых слоях, в том числе в системах плоских фольг типа “змеек”. Предположим, что имеется бесконечная периодическая система плоских фольг шириной $2w$, находящихся на расстояниях $2(a-w)$ друг от друга (рис. 2). Период системы по координате x равен $2a$. В частном случае $a \rightarrow \infty$ система превращается в одну фольгу, а малые расстояния между фольгами $2(a-w)$ соответствуют сплошной фольге.

Полный ток в системе будем полагать постоянным и в каждом полупериоде равным единице. Проводимость фольги и ее толщину считаем такими, что для них $u = 1$. Проводимость в области между фольгами полагаем малой, поэтому скорость u_v в этой области очень большая ($u_v \gg 1$). Рассматривается случай, когда в начальный момент времени ток быстро распределяется по ширине фольги так же, как в случае сверхпроводящей фольги, а затем более медленно (со скоростью $u = 1$) равномерно распределяется по ширине фольги. В этом случае задача ставится следующим образом: сначала ток j равномерно распределен по системе. Тогда в начальный момент времени нормальная компонента магнитного поля B_y всюду, в том числе на поверхности фольги, равна нулю. Затем ток быстро ($u_v \gg 1$) перераспределяется, но на поверхности фольги нормальная компонента B_y остается равной нулю, поскольку ток в фольге распространяется медленнее ($u = 1$). Следовательно, решая данную задачу, можно определить, каким образом ток распределяется по почти сверхпроводящей фольге (на малых временах), а затем перераспределяется и выравнивается (на больших временах). Такой способ позволяет в рамках одномерной задачи описать распределение токов по фольге до момента полного выравнивания тока. Не имеющими физического смысла распределениями тока являются только распределения тока для очень

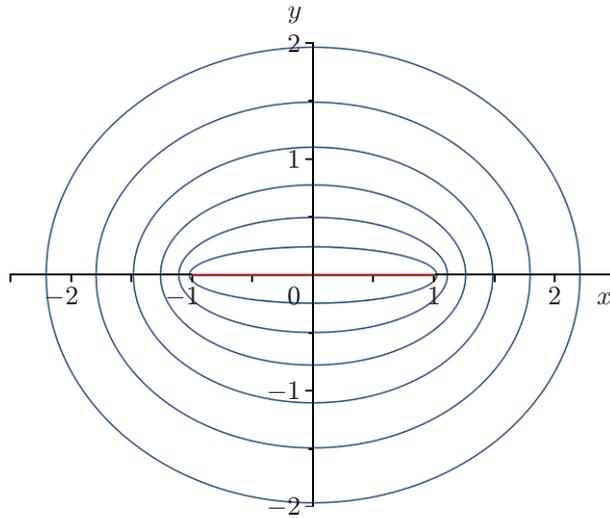


Рис. 3. Силовые линии магнитного поля вокруг фольги с током в момент времени $t = 0,003$ при $a = 100w$

малых времен, когда еще не весь ток переброшен из вакуума в фольгу. На рис. 3 приведено распределение магнитного поля токами в фольге в момент времени $t = 0,003$ при $a = 100w$, $u = 1$ и скорости в вакууме $u_v = 10^5$ (к этому моменту уже весь ток течет по фольге). Из рис. 3 следует, что в этот момент времени нормальная компонента магнитного поля на поверхности фольги еще равна нулю, т. е. распределение тока соответствует сверхпроводящей фольге. При больших временах распределение токов выравнивается (см. п. 4).

Решая задачу о растекании тока, можно, в частности, определить, каким образом меняется эффективное сопротивление фольги в зависимости от времени и насколько верным является предположение, что ток равномерно распределяется по фольге. Эффективное сопротивление фольги в рассматриваемой системе определяется электрическим полем в центре фольги, поскольку именно это поле соответствует выходу магнитного потока из системы и соответственно передаче магнитного потока в нагрузку.

3. Методика расчета. С учетом периодичности рассматриваемой задачи запишем (12) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial j(x, t)}{\partial t} &= -\frac{2}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \frac{u(x')j(x', t)}{x - x'} = \\ &= \frac{2}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{x-a}^{x+a} dx' u(x')j(x', t) \left(\frac{1}{x' - x} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{x' - x + 2an} - \frac{1}{x' - x - 2an} \right) \right). \end{aligned}$$

В результате замены $\xi = x' - x$ получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial j(x, t)}{\partial t} &= \frac{2}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-a}^a \frac{d\xi}{\xi} u(x + \xi)j(x + \xi, t) \left(1 - 2 \left(\frac{\xi}{2a} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - (\xi/(2a))^2} \right) = \\ &= \frac{2}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-a}^a \frac{d\xi}{\xi} u(x + \xi)j(x + \xi, t) \left(1 - \frac{\xi}{2a} \left(\psi \left(1 + \frac{\xi}{2a} \right) - \psi \left(1 - \frac{\xi}{2a} \right) \right) \right), \end{aligned}$$

где ψ — пси-функция Эйлера. Запишем это выражение в виде

$$\frac{\partial j(x, t)}{\partial t} = \frac{2}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^a \frac{d\xi}{\xi} (u(x + \xi)j(x + \xi, t) - u(x - \xi)j(x - \xi, t)) \times \\ \times \left(1 - \frac{\xi}{2a} \left(\psi\left(1 + \frac{\xi}{2a}\right) - \psi\left(1 - \frac{\xi}{2a}\right) \right) \right). \quad (13)$$

Таким образом, от интегрирования по бесконечной прямой в (12) переходим к интегрированию по конечному отрезку $(0, a)$ в (13) (на рис. 2 этот отрезок выделен жирной линией).

С учетом сказанного выше при моделировании магнитного поля, которое в начальный момент времени не имеет нормальной компоненты, при решении уравнения (13) в начальный момент времени $t = 0$ задавалось равномерное распределение тока по координате x

$$j(x, 0) = 1/a,$$

так чтобы полный ток на отрезке $(0, a)$ был равен единице:

$$\int_0^a j(x, 0) dx = 1.$$

Полуширина фольги w выбиралась равной $w = 1$. В рассматриваемой задаче между фольгами располагается вакуум или диэлектрик, поэтому величину скорости в вакууме u_v следовало задавать значительно большей, чем внутри фольги. Внутри фольги эта скорость полагалась равной $u = 1$. Итак, в расчетах полагаем

$$u(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < w, \\ 10^4, & w < x < a \end{cases}$$

(в расчете при $a = 100$, т. е. при большом расстоянии между фольгами, значение u_v в пространстве между ними выбиралось еще большим и было равно $u_v = 10^5$).

Численное решение уравнения (13) при значениях полупериода $a = 1,1 \div 10,0$ проводилось на равномерной сетке с шагами по координате $h = 0,005$ и по времени $\Delta t = 2 \cdot 10^{-7}$. Если фольги располагались достаточно близко друг к другу ($a \leq 1,1$), шаг сетки и, следовательно, шаг по времени уменьшались таким образом, чтобы на отрезке (w, a) оставалось 40 узлов сетки. В расчете при $a = 100$ внутри фольги ($0 < x < w$) задавалась равномерная сетка с шагом $h = 0,01$, а в области $w < x < a$ сетка была неравномерной с увеличивающимся шагом; всего в области $w < x < a$ было 125 узлов, шаг по времени равен $\Delta t = 4 \cdot 10^{-8}$.

4. Результаты расчетов. На рис. 4, 5 представлены распределения плотности тока $j(x, t)$ в фольге, полученные в расчетах при $a = 100$, $u_v = 10^5$ ($w < x < a$) и $a = 2$, $u_v = 10^4$ ($w < x < a$) в различные моменты времени.

Распределение плотности тока $j(x, t)$ вблизи границы фольги, полученное в расчете при $a = 1,1$, $u_v = 10^4$ ($w < x < a$) в различные моменты времени показано на рис. 6.

Из рис. 4–6 следует, что при малых временах распределение тока в фольге $j(x, t)$ такое же, как в случае сверхпроводящей фольги, и вблизи границы фольги $x = w$ имеет особенность вида $j(x, t) \sim 1/\sqrt{1 - x/w}$ (стандартную для уравнения Лапласа в плоском случае вблизи конца отрезка [11]), т. е. концентрируется вблизи этой границы, а затем стремится к равномерному распределению по ширине фольги. В момент времени $t = 1$ распределение тока близко к равномерному.

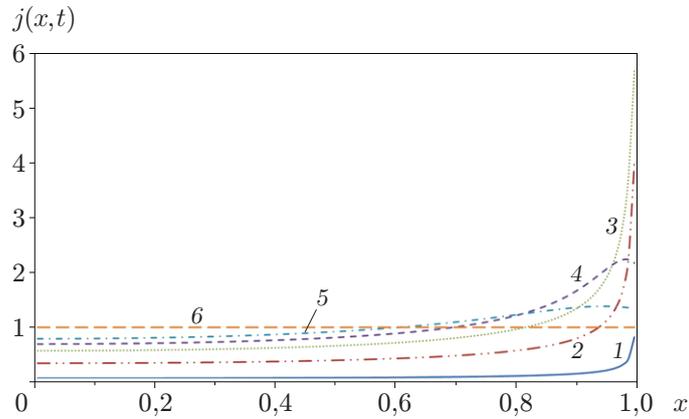


Рис. 4. Распределение плотности тока в фольге при $a = 100$ в различные моменты времени:

1 — $t = 0,0001$, 2 — $t = 0,001$, 3 — $t = 0,003$, 4 — $t = 0,03$, 5 — $t = 0,1$, 6 — $t = 1$

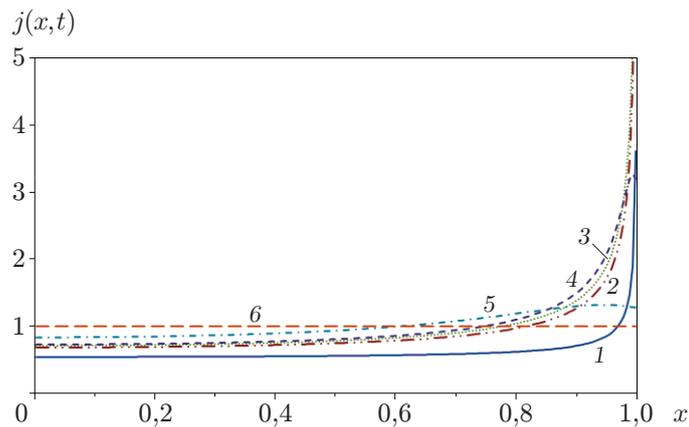


Рис. 5. Распределение плотности тока в фольге при $a = 2$ в различные моменты времени:

1 — $t = 0,00001$, 2 — $t = 0,0001$, 3 — $t = 0,001$, 4 — $t = 0,01$, 5 — $t = 0,1$, 6 — $t = 1$

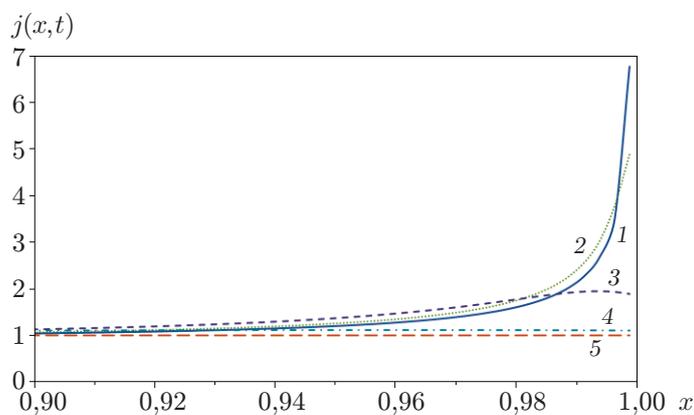


Рис. 6. Распределение плотности тока в фольге при $a = 1,1$ в различные моменты времени:

1 — $t = 0,00001$, 2 — $t = 0,001$, 3 — $t = 0,01$, 4 — $t = 0,1$, 5 — $t = 1$

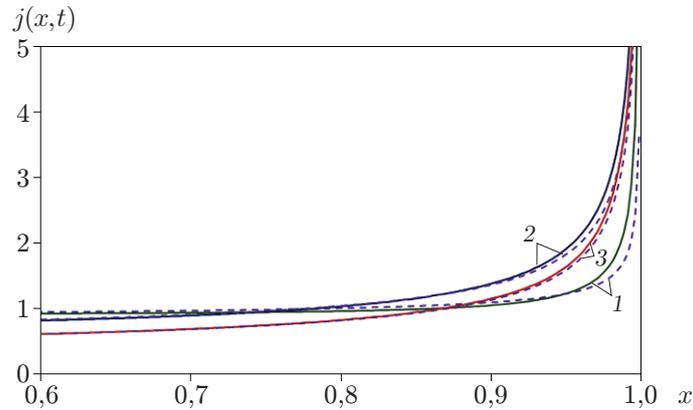


Рис. 7. Распределения плотности тока $j(x, t)$ при различных значениях a , полученные в моменты времени, в которые ток внутри фольги еще не начал выравниваться:

сплошные линии 1–3 — результаты численных расчетов (1 — $a = 1,1$, $t = 0,0002$, 2 — $a = 2$, $t = 0,001$, 3 — $a = 100$, $t = 0,002$), штриховые линии 1–3 — результаты вычислений по формуле (14), соответствующие численным расчетам

Можно предположить, что при достаточно малых временах зависимость плотности тока от координаты x имеет вид

$$\tilde{j}(x, t) = C_1 + \frac{C_2}{\sqrt{1 - (x/w)^2}}, \quad (14)$$

а отношение плотности тока в центре изолированной фольги к среднему току внутри нее равно

$$j(0, t) / \int_0^w j(x, t) dx \equiv \frac{j(0, t)}{j_{ave}(t)} \approx \frac{C_1 + C_2}{C_1 + \pi C_2/2}.$$

На рис. 7 представлены распределения плотности тока $j(x, t)$ в фольге при различных значениях полупериода a . В моменты времени, для которых получены эти результаты, ток внутри фольги еще не начал выравниваться.

Из рис. 7 следует, что при больших расстояниях между фольгами ($a = 100$) плотность тока на малых временах достаточно точно описывается формулой (14). Если фольги расположены близко друг к другу, то по мере приближения к краю фольги корневая особенность $j(x, t)$ занимает более узкую полосу (по-видимому, порядка расстояния между фольгами), а не распределяется по всей поверхности фольги.

На рис. 8 показана зависимость отношения плотности тока при $x = 0$ к среднему значению тока в фольге $j_{ave}(t)$ от времени. Согласно постановке задачи в начале расчета это отношение равно единице, однако очень быстро (например, в момент времени $\tilde{t} = 0,001$ при $a = 100$ и в момент времени $\tilde{t} = 0,0003$ при $a = 2$) достигает минимума (на рис. 8 данные начальные участки не показаны). В дальнейшем величина $j(0, t)/j_{ave}(t)$ возрастает и по мере выравнивания тока стремится к единице.

На рис. 9 представлена зависимость $f(a)$. Величина f равна $f = \lim_{t \rightarrow 0} j(0, t)/j_{ave}(t)$, т. е., по сути, представляет собой отношение тока в центре фольги к среднему току в сверхпроводящей фольге. По оси абсцисс отложена величина $(a - w)/a$, равная доле вакуумной области в полупериоде a .

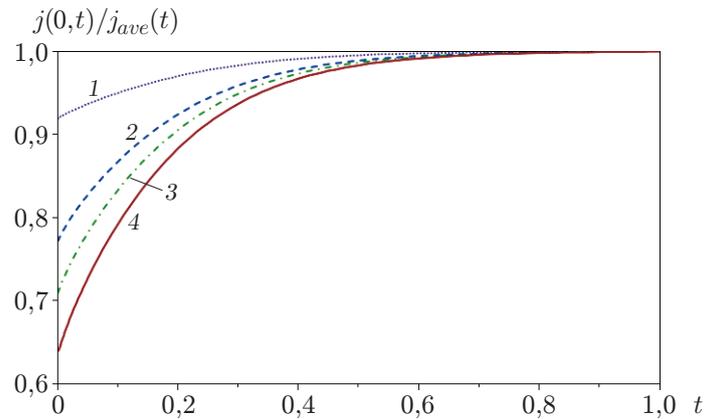


Рис. 8. Зависимость отношения плотности тока при $x = 0$ к среднему значению тока в фольге $j_{ave}(t)$ от времени при различных расстояниях между фольгами: 1 — $a = 1,1$, 2 — $a = 1,5$, 3 — $a = 2$, 4 — $a = 100$

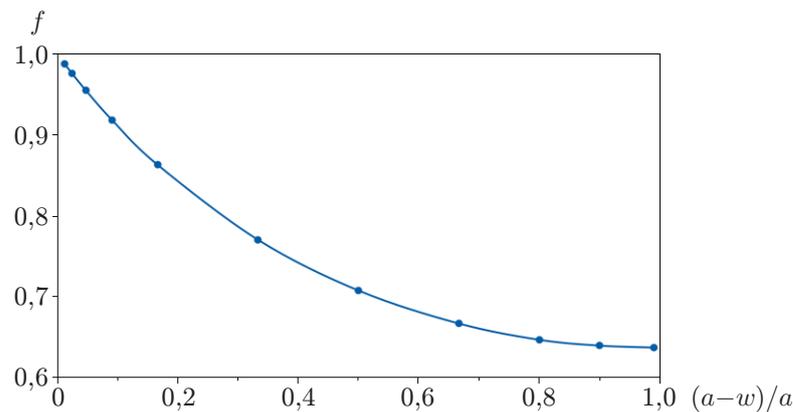


Рис. 9. Зависимость f от величины $(a - w)/a$

Для полупериода $a = 100$, являющегося наибольшим среди полупериодов, для которых проводились расчеты, значение $f(a)$ равно 0,637, что близко к значению $2/\pi \approx 0,6366$ для изолированной фольги. При уменьшении расстояния между фольгами величина $f(a)$ медленно увеличивается. Например, $f(2) = 0,708$. По мере сближения фольг функция $f(a)$ стремится к единице по линейному закону, однако выход на линейную зависимость происходит только при очень малом расстоянии между фольгами $a < 1,05$.

5. Оценки для системы типа “змейки”. Для системы типа “змейки”, описанной в [3] (рис. 10), внутренний радиус “серпантина” равен $R_1 = 15,5$ см, период — $2a = 1,87$ см, ширина фольги — $2w = 1,6$ см, размер зазоров между фольгами — $2(a - w) = 0,27$ см. Тогда $(a - w)/a = 0,144$, $f = 0,877$ (см. рис. 9). Внешний радиус “серпантина” равен $R_2 = 22,8$ см, размеры зазоров — $2(a - w) = 1,16$ см, $(a - w)/a = 0,42$, $f = 0,734$. Система фольг удалена от генератора и нагрузки на расстояние $d > 10$ см, поэтому выполняется условие $d \gg w$, позволяющее рассматривать систему фольг как отдельный узел. Возможно встраивание системы фольг в общую электротехническую схему установки. Для этого напряжение, поступающее от генератора, нужно перевести в электрическое поле, задаваемое в вакуумной части одномерной задачи, а электрическое поле в центре фольги перевести в напряжение, поступающее в нагрузку. Полная задача включает расчет перераспределения тока по ширине фольги. Такая задача выходит за рамки настоящей работы. Ограничимся

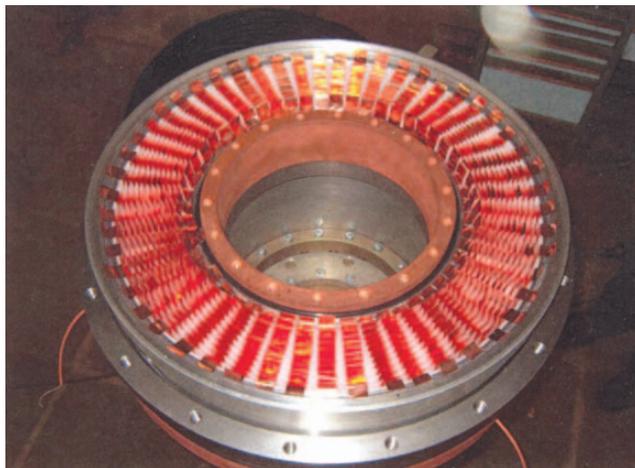


Рис. 10. Электровзрывной размыкатель тока типа “змейки” для обострения тока во взрывомагнитном генераторе

оценками времени выравнивания тока с учетом неравномерности его распределения для работы фольгового размыкателя.

Из рис. 8 следует, что выравнивание тока происходит за безразмерное время $0,13 \div 0,14$ и незначительно зависит от величины $(a - w)/a$.

Для медной фольги [3] в начальном состоянии $u \equiv c^2/(4\pi\sigma\Delta) = 8,92 \cdot 10^4$ см/с. При $2w = 1,6$ см безразмерному времени $t = 1$ соответствует размерное время $w/u = 9 \cdot 10^{-6}$ с, значит, характерное время выравнивания тока порядка 10^{-6} с. Время выравнивания оказывается сравнимым со временем переброса тока в рассматриваемом размыкателе и даже превышает его, что могло потребовать введения поправок $f \approx 0,88 \div 0,73$ к эффективному сопротивлению. Однако фактически за счет нагрева фольг в размыкателе при протекании тока их сопротивление увеличивается значительно (u может возрастать на два порядка), поэтому распределения тока по ширине фольги практически выравниваются и отсутствует необходимость вводить поправки на неоднородность распределения тока по ширине фольги.

Более того, можно утверждать, что если фольги используются в качестве размыкателей, то токи будут успевать распределяться равномерно по их ширине. Действительно, время выравнивания распределения тока по ширине фольги равно $\tau_f \sim w/u \sim w\Delta/\varkappa$ ($\varkappa \equiv c^2/(4\pi\sigma)$ — коэффициент магнитной диффузии), т. е. по порядку величины оно равно отношению площади сечения проводника (фольги) к коэффициенту магнитной диффузии. Геометрическая форма сечения проводника не влияет на порядок величин. Время переброса тока в нагрузку τ_L определяется отношением индуктивности нагрузки L к сопротивлению фольги $\varkappa/(w\Delta)$:

$$\tau_L \sim Lw\Delta/\varkappa. \quad (15)$$

Однако обычно индуктивность нагрузки значительно больше индуктивности системы размыкающих фольг, что в соответствии с формулой (15), в которой содержится индуктивность на единицу длины фольги, означает $L \gg 1$. Таким образом, время выравнивания распределения токов по ширине фольги всегда должно быть меньше времени переброса тока.

Заключение. Как показано в работах [5–9], в тонком проводящем слое (или в тонкой фольге) ширина распределения тока для не зависящего от времени сопротивления увеличивается пропорционально времени со скоростью $u = c^2/(4\pi\sigma\Delta)$. На больших расстояниях

от начального распределения тока достаточно быстро возникают токи, медленно уменьшающиеся с увеличением расстояния: $j \sim ut/x^2$. При исследовании эволюции распределения токов по ширине тонких проводящих слоев или фольг может быть использовано интегро-дифференциальное уравнение (12), с помощью которого двумерная задача для магнитного поля сводится к одномерной.

Рассмотрена задача о распределении токов для систем плоских фольг типа “змеек” в предположении, что эта система является бесконечной периодической с периодом $2a$, ширина каждой фольги равна $2w$, а промежутки между ними — $2(a-w)$. Тогда при описании эволюции распределения токов в системе при фиксированном полном токе через нее следует считать, что в начальный момент времени плотность тока является постоянной во всей системе включая промежутки между фольгами, затем происходит релаксация этого распределения со скоростью $u_v \gg 1$. В результате быстро, за время порядка $(a-w)/u_v$, в фольге устанавливается распределение тока, соответствующее идеальной проводимости фольги. Затем за время порядка w/u происходит релаксация распределения тока в фольге к равномерному.

Проведены расчеты распределения тока по ширине фольги при различных значениях a/w как на стадии быстрого включения тока, так и на стадии последующего выравнивания распределения тока по ширине фольги. Показано, что на стадии быстрого включения тока эффективное сопротивление фольги (определяемое отношением плотности тока в центре фольги к средней по всей поверхности фольги $j(0)/j_{ave}$) незначительно отличается от сопротивления, вычисленного в предположении равномерного распределения тока. Наиболее существенное различие имеет место при большом расстоянии между фольгами $a/w \gg 1$, когда $j(0)/j_{ave} = 2/\pi \approx 0,637$. При уменьшении размера зазора между фольгами $(a-w)/a$ величина $j(0)/j_{ave}$, характеризующая эффективное сопротивление, стремится к единице по линейному закону. На стадии релаксации распределения тока к равномерному величина $j(0)/j_{ave}$ стремится к единице, причем характерное время выравнивания составляет $(0,13 \div 0,14)w/u$ и несущественно зависит от размера зазора между фольгами $a-w$.

Оценки показывают, что если фольги используются в качестве размыкателей, то в процессе переброса тока в нагрузку он должен успевать распределяться равномерно по ширине фольг, поэтому поправки на неоднородность распределения тока в размыкателях должны быть незначительными. Эти поправки могут быть существенными в том случае, если через систему фольг перебрасывается небольшая доля тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бурцев В. А.** Электрический взрыв проводников и его применение в электрофизических установках / В. А. Бурцев, Н. В. Калинин, А. В. Лучинский. М.: Энергоиздат, 1990.
2. **Буйко А. М.** Электровзрывные размыкатели сильноточных взрывомагнитных генераторов // ПМТФ. 2015. Т. 56, № 1. С. 137–149.
3. **Базанов А. А., Бочков Е. И., Гаранин С. Г. и др.** Источник мегаамперного тока с временем нарастания ~ 100 нс на базе взрывомагнитных генераторов // Докл. АН. 2018. Т. 489, № 4. С. 355–357.
4. **Garanin S. F., Kuznetsov S. D.** Overheating instability of a thin conductor with respect to stratification // J. Appl. Phys. 2018. V. 123, N 13. 133301.
5. **Татарина Е. Б., Чукбар К. В.** Электронные течения в плоском плазменном слое // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1987. Т. 92, № 3. С. 809–812.
6. **Дьяконов М. И., Фурман А. С.** Релаксация заряда в анизотропной среде и в средах с низкой размерностью // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1987. Т. 92, № 3. С. 1012–1020.

7. **Смирнов В. В., Чукбар К. В.** Взрывная контракция тока в цилиндрической токовой оболочке // Физика плазмы. 1999. Т. 25. С. 610–614.
8. **Чукбар К. В.** Лекции по явлениям переноса в плазме. Долгопрудный: Издат. дом “Интеллект”, 2008.
9. **Garanin S. F., Kravets E. M., Dolinskiy V. Yu.** Instability of thin resistive liners in the linear approximation // IEEE Trans. Plasma Sci. 2020. V. 48. DOI: 10.1109/TPS.2020.3034933.
10. **Ландау Л. Д.** Теоретическая физика: В 10 т. Т. 6. Гидродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1986.
11. **Гаранин С. Ф., Кузнецов С. Д.** Обтекание потенциальным течением (магнитным полем или несжимаемой жидкостью) экрана с отверстием // Успехи физ. наук. 2020. Т. 190, № 10. С. 1109–1114.

*Поступила в редакцию 2/II 2021 г.,
после доработки — 22/IV 2021 г.
Принята к публикации 31/V 2021 г.*
