

УДК 4:539.3

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ

В. М. Кулик, А. В. Бойко<sup>\*,\*\*</sup>

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090, Новосибирск, Россия

\* Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
630090 Новосибирск, Россия

\*\* Тюменский государственный университет, 625003 Тюмень, Россия  
E-mails: vkulik@itp.nsc.ru, boiko@itam.nsc.ru

Представлен обзор основных методов измерения вязкоупругих свойств материалов, применяемых в широком диапазоне частот  $10^{-4} \div 10^6$  Гц. Показано, что для повышения точности многих экспериментальных методов необходимо учитывать формфакторы, зависящие от типа образца. Приведен пример формфактора цилиндрического образца, численно определенного с использованием двумерной модели деформации, учитывающей его геометрию и коэффициент Пуассона. Показана важность точного определения коэффициента Пуассона для резиноподобных и сложноструктурированных материалов. Описаны требования к проведению таких измерений и установка, удовлетворяющая этим требованиям. Рассмотрены два метода измерения вязкоупругих свойств живых тканей (податливости и скорости распространения возмущений). На основе разработанной методики измерения этих параметров для материалов с фиксированной толщиной предложены способы стандартизации измерений вязкоупругих характеристик живых тканей.

Ключевые слова: модули упругости и сдвига, коэффициент потерь, коэффициент Пуассона, формфактор, скорость распространения колебаний, измерения на живых тканях.

DOI: 10.15372/PMTF20180515

**Введение.** В классической теории упругости исследуются механические свойства идеально упругих твердых тел, для которых в соответствии с законом Гука напряжение прямо пропорционально деформации и не зависит от ее скорости. Гидродинамика изучает свойства идеально вязких жидкостей, для которых в соответствии с законом Ньютона напряжение прямо пропорционально скорости деформации и не зависит от величины деформации. Для реальных тел напряжение может зависеть одновременно от величины деформации и от ее скорости. Такое поведение сочетает свойства, характерные для жидкостей и твердых тел, поэтому эти материалы называются вязкоупругими. В таких материалах отношение напряжения к деформации при периодической нагрузке выражается комплексной величиной, действительная часть которой характеризует упругость, а мнимая — вязкие потери.

С физической точки зрения основными типами деформирования твердых тел являются всестороннее сжатие (растяжение), вызывающее изменение объема без изменения формы,

---

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 18-08-00761, 17-08-01736).

© Кулик В. М., Бойко А. В., 2018

и простой сдвиг, при котором происходит изменение формы без изменения объема. Далее будем полагать, что все измерения вязкоупругих характеристик проводятся в изотермических условиях, деформирование происходит по гармоническому закону и величина деформации не превышает предела упругости. Для описания всестороннего сжатия введем так называемый модуль всестороннего сжатия  $K^* = -P/(\Delta V/V) = K(1 + i\mu^K)$ , где  $\Delta V$  — изменение объема образца  $V$  под действием давления  $P$ ;  $\mu^K$  — объемный коэффициент потерь;  $K$  — объемный модуль. Величина, обратная объемному модулю, называется объемной податливостью и представляет собой изотермический коэффициент сжимаемости  $\beta_T = -(1/V)/(\partial V/\partial P)_T$ . Для описания сдвиговой деформации введем комплексный модуль сдвига  $G^* = G(1 + i\mu^G)$ , где  $G$  — вещественный модуль сдвига;  $\mu^G$  — вещественный сдвиговой коэффициент потерь.

При простом растяжении образца и при его изгибе или скручивании меняется как форма образца, так и его объем, поэтому анализ таких деформаций более сложен. Тем не менее эти типы деформации используются очень часто, поскольку их значительно проще измерить. При таких типах деформации изменение формы образца удобно описывать с помощью комплексного коэффициента Пуассона

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{3K^* - 2G^*}{3K^* + G^*}, \quad (1)$$

являющегося мерой уменьшения размера образца в поперечном направлении при его растяжении, его упругие характеристики — с помощью динамического модуля упругости  $E^* = 9K^*G^*/(3K^* + G^*)$ , который в случае периодического сжатия-растяжения можно представить в виде  $E^* = E(1 + i\mu^E)$  ( $E$  — вещественный модуль упругости;  $\mu^E$  — вещественный коэффициент потерь, который в общем случае не равен коэффициенту потерь при сдвиге  $\mu^G$ ). Заметим также, что

$$\sigma = 1 - \frac{1}{2} \frac{E^*}{G^*}, \quad (2)$$

при  $|\sigma| \approx 0,5$  материал является слабосжимаемым, т. е.  $|K^*| \gg |G^*|$ , что характерно, например, для большинства резиноподобных полимеров. Кроме того, в предположении, что коэффициент Пуассона является вещественным,  $\mu^K = \mu^G = \mu^E = \mu$ .

При определении вязкоупругих свойств материалов непосредственно измеряются не напряжения и деформации, а силы и смещения, поэтому в формулы входит формфактор  $\alpha = E^*/E_{meas}^*$  ( $E_{meas}^*$  — измеренный модуль упругости образца), который зависит от размеров и формы образца, а также от распределения в нем напряжений и деформаций, зависящих от коэффициента Пуассона.

Экспериментальные методы измерения вязкоупругих свойств материалов описаны в [1, 2]. Для “мягких” материалов с модулем упругости  $10^5 \div 10^{10}$  Па нетрудно изготовить аппаратуру, жесткость которой значительно больше жесткости образца, поэтому податливостью деталей аппаратуры можно пренебречь. Из таких материалов можно изготовить образцы любой формы и размеров. Кроме того, для получения одних и тех же данных можно использовать различные типы деформирования, например сдвиг и простое растяжение. Для определения характеристик материалов с модулем упругости менее  $10^5 \div 10^{10}$  Па используются ротационные вискозиметры [3, 4], для материалов с большим модулем упругости — различные акустические методы [5, 6].

Как правило, измерения вязкоупругих свойств проводятся, когда возбуждение меняется по гармоническому закону. Однако возбуждение может создаваться прямоугольными, треугольными и любыми другими импульсами, разложение которых в ряд Фурье позволяет существенно сократить количество экспериментов для определения зависимости деформаций и напряжений от частоты [7, 8].

При использовании в различных приложениях вязкоупругие свойства материалов необходимо исследовать в широком диапазоне частот ( $10^{-5}$  Гц  $\div$  1 МГц) [1, 8]. В диапазоне частот  $10^{-5} \div 10^4$  Гц длина волны колебаний значительно больше размера типичного образца или одного с ним порядка. Данный широкий интервал включает более узкий диапазон частот, при которых происходят резонансные колебания ( $10^2 \div 10^3$  Гц). Возбуждение колебаний осуществляется либо механическим способом (до значений частоты  $10^2$  Гц), либо с помощью электромагнитных генераторов.

В случае если длина волны меньше характерного размера образца (в диапазоне звуковых и ультразвуковых частот), применяются акустические методы, основанные на измерении скорости распространения и интенсивности затухания волн в исследуемом образце [5, 6, 9].

Динамические методы измерения, описанные ниже, являются скорее адиабатическими, чем изотермическими, вследствие невозможности достичь теплового равновесия за время, равное периоду деформации [1]. Этим обстоятельством обычно пренебрегается, так как различие адиабатических и изотермических величин в большинстве случаев мало. Так, для деформации объемного сжатия имеем

$$K_{ad} = K_{isot} \left( 1 + \frac{\beta_P^2 T K_{isot}}{\rho C_v} \right),$$

где  $\beta_P = -(1/V)/(\partial V/\partial T)_P$  — коэффициент объемного теплового расширения при постоянном давлении  $P$ ;  $\rho$  — плотность;  $C_v$  — теплоемкость при постоянном объеме; различие адиабатического ( $K_{ad}$ ) и изотермического ( $K_{isot}$ ) модулей упругости не превышает нескольких процентов.

**1. Измерение статической податливости.** Полимерные материалы, как натурального происхождения, так и синтетические, имеют разнообразные вязкоупругие свойства. На рис. 1 приведена зависимость модуля упругости  $E$  от частоты  $\omega$  для различных полимерных материалов [1]. Для удобства сравнения каждая кривая сдвинута на некоторую величину  $A$  по логарифмической шкале частоты. Таким образом, горизонтальное расположение кривых не имеет значения, важны лишь их расположение в вертикальном направлении и форма. В соответствии с общепринятой моделью на кривых выделяются четыре зоны (для некоторых материалов имеются также промежуточные зоны): зона текучести, плато вязкоупругих свойств, переходная зона и зона стеклования. В зоне плато (см., например, левые части кривых 5, 6) возможны все виды конформационных перестроек любых сегментов макромолекул. В переходной зоне (область резкого изменения формы кривых 2, 3, 5, 6) последовательно налагается запрет на движение все более и более коротких сегментов, в зоне стеклования (правые части кривых 2–7) остаются “невывороженными” только колебания атомов, так же как в кристаллическом твердом теле. Поэтому для большинства полимерных материалов (если они не обладают текучестью, как материалы 1–3) существует квазиравновесный (статический) модуль упругости, характеризующий упругие свойства полимера в зоне плато. Наиболее простым и распространенным является метод определения сравнительной твердости по Шору, основанный на измерении высоты, на которую отскакивает боек, падающий на поверхность испытываемого тела с определенной высоты. Твердость оценивается в условных единицах, пропорциональных высоте отскакивания бойка, по трем шкалам: А — для “мягких” материалов, В — для материалов средней твердости, С — для твердых материалов. Для измерения твердости металлов и сплавов используются методы Бринелля, Роквелла и Виккерса, основанные на измерении глубины вдавливания алмазной пирамидки или шарика из твердого сплава под стандартизован-

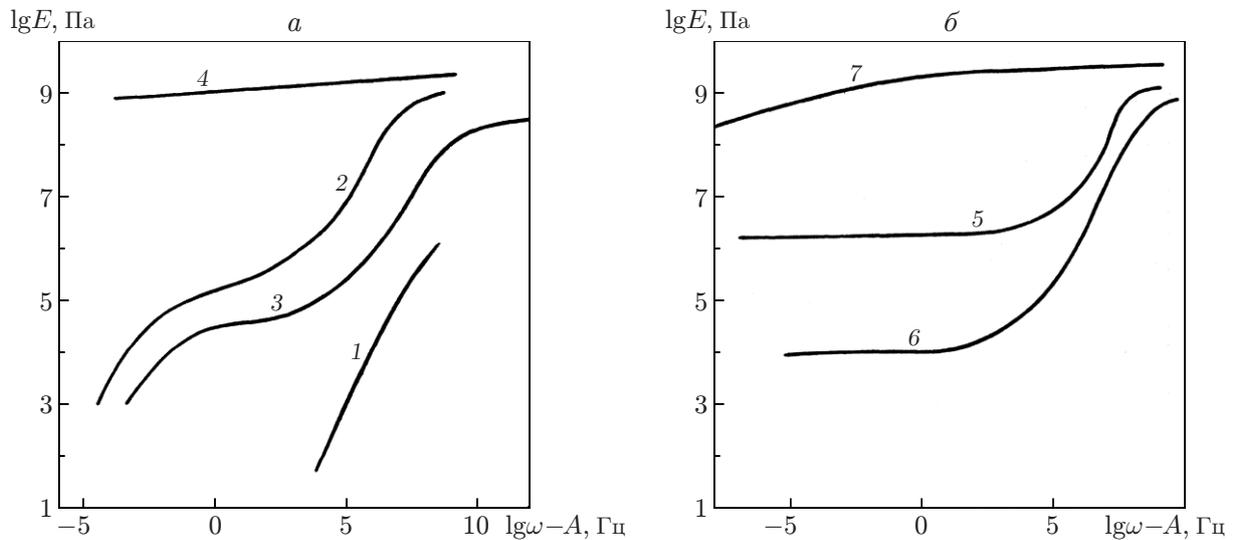


Рис. 1. Зависимость модуля упругости  $E$  от частоты  $\omega$  для различных полимерных материалов:

$a$  — линейные полимеры,  $b$  — сшитые полимеры, не обладающие текучестью; 1 — полимер с малой относительной молекулярной массой (полиизобутилен,  $A = -3$ ); 2, 3 — полимер с большой относительной молекулярной массой (поливинилацетат,  $A = -1; 0$ ); 4 — стеклообразный материал (полиметилметакрилат при температуре ниже температуры стеклования,  $A = -7$ ); 5 — мягкий вулканизат (натуральная резина,  $A = 0$ ); 6 — гель ( $A = 0$ ); 7 — полимер с высокой степенью кристалличности (полиэтилен,  $A = 2$ )

ной нагрузкой. Несмотря на то что эти методы позволяют получить только безразмерные величины, вследствие простоты и удобства они очень распространены.

Методы измерения размерного статического модуля упругости (модуля Юнга) или модуля сдвига регламентируются ГОСТами [10–12]. При деформации образца изменяется его форма, например цилиндрический образец становится бочкообразным. Поэтому измеренный модуль Юнга  $E$  зависит от формы и размеров образца. Значение модуля Юнга  $E_0$ , не зависящее от формы и размеров образца, можно получить лишь при использовании образца с очень большим отношением высоты к поперечному размеру. В противном случае для учета влияния размеров и формы образца необходимо использовать формфактор

$$\alpha = E_0/E.$$

В соответствии с установленными ГОСТом размерами и формой образца формфактор не должен значительно отличаться от единицы. В работах [13–15] теоретически рассчитаны формфакторы для образцов в форме цилиндра и коаксиального цилиндра в случае сдвига, а также в случае сжатия-растяжения плоских колец при их различных размерах и значениях коэффициента Пуассона. Расчеты проводились с использованием двумерной модели деформации образца. На рис. 2 показана зависимость формфактора цилиндрического образца от отношения его высоты  $H$  к диаметру  $D$ . В случае если высота цилиндра значительно больше его диаметра ( $H/D > 10$ ), формфактор  $\alpha \rightarrow 1$ . С уменьшением значения  $H/D$  формфактор стремится к конечному значению, определяемому объемным модулем. Для обычно используемых образцов с  $H/D \approx 1$  формфактор может принимать значения вплоть до 0,75 (при коэффициенте Пуассона  $\sigma \rightarrow 0,5$ ). Таким образом, для определения упругих свойств материалов необходимо знать точное значение формфактора.

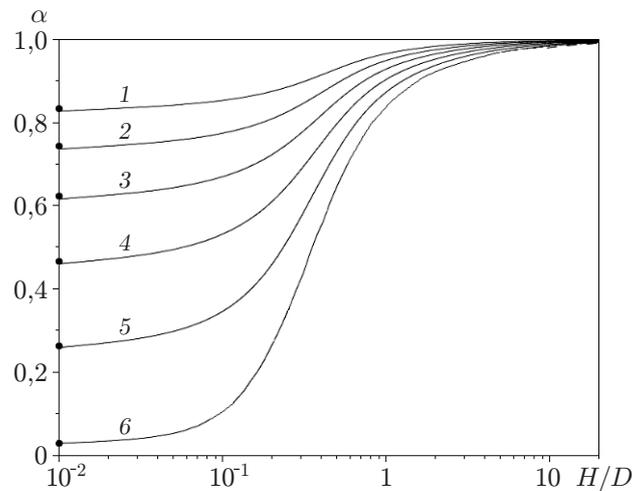


Рис. 2. Зависимость формфактора цилиндрического образца от отношения его высоты к диаметру при различных значениях коэффициента Пуассона:

1 —  $\sigma = 0,25$ , 2 —  $\sigma = 0,3$ , 3 —  $\sigma = 0,35$ , 4 —  $\sigma = 0,4$ , 5 —  $\sigma = 0,45$ , 6 —  $\sigma = 0,495$

**2. Динамические методы.** Для измерения вязкоупругих характеристик “мягких” и твердых материалов существуют и совершенствуются соответствующие методы.

2.1. *Метод вынужденных колебаний.* При измерении вязкоупругих характеристик “мягких” материалов ( $E < 10^4$  Па) используются реогониометры Вайссенберга с механическим приводом, работающие в диапазоне частот  $f = \omega/(2\pi) = 10^{-4} \div 10^2$  Гц. Схема измерительного узла реогониометра показана на рис. 3.

При измерении вязкоупругих характеристик материалов с модулем упругости  $10^4 \text{ Па} < E < 10^{10} \text{ Па}$  используются установки с электромагнитным возбуждением типа прибора Фитцджеральда, работающие в диапазоне частот  $10 \div 10^3$  Гц. Электромагнитная система возбуждает аксиальные колебания подвижной трубки, в результате происходит сдвиговая деформация образца, закрепленного между этой трубкой и инертной массой (рис. 4). Подвижная трубка перемещается в осевом направлении в магнитном поле,

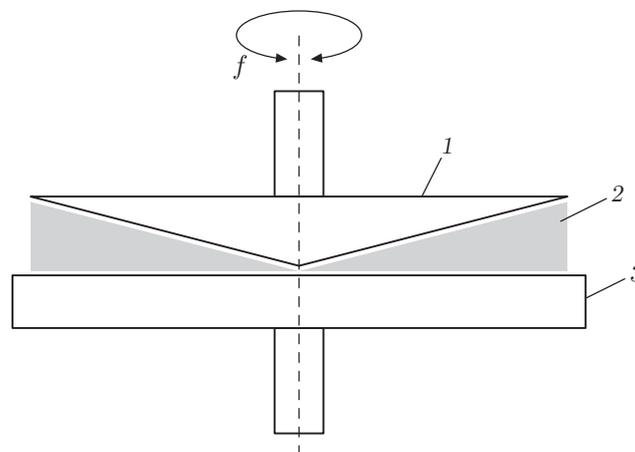


Рис. 3. Схема измерительного узла реогониометра Вайссенберга:

1 — конус, совершающий вращательные колебания, 2 — образец, 3 — пластина, с помощью которой измеряется момент вращения

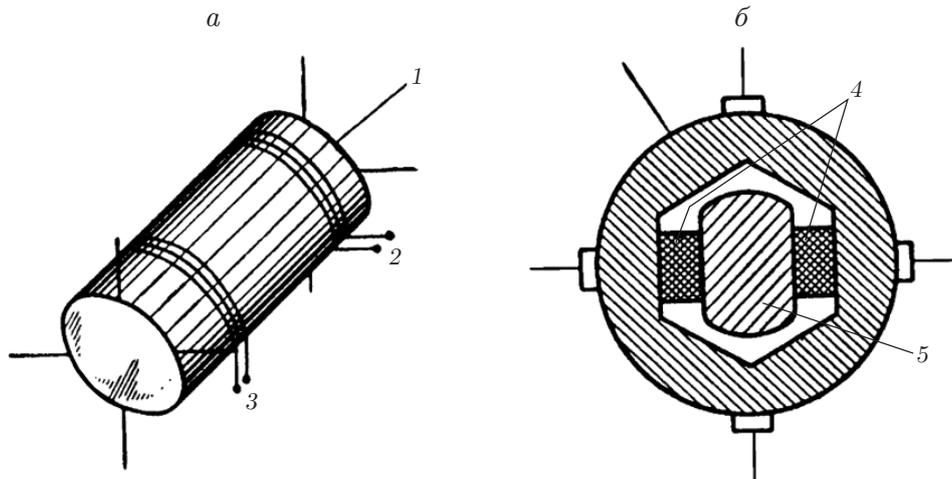


Рис. 4. Схема рабочего узла прибора Фитцджеральда:

*a* — общий вид, *б* — поперечное сечение; 1 — подвижная трубка, 2 — измерительная катушка, 3 — катушка возбуждения, 4 — образцы, 5 — сердечник

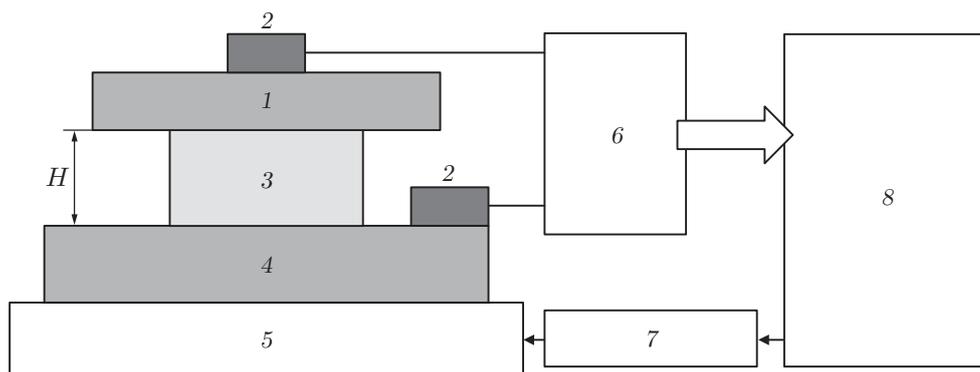


Рис. 5. Схема установки для измерения вязкоупругих свойств материалов, предложенной в работе [16]:

1 — масса нагрузки, 2 — датчики виброускорения, 3 — образец, 4 — вибростол, 5 — вибратор, 6 — аналого-цифровой преобразователь, 7 — усилитель, 8 — компьютер

перпендикулярном виткам катушек, создавая сдвиговые напряжения в образцах. Восемь струн с одинаковым натяжением центрируют подвижную систему. Следует отметить, что подобные установки очень сложны в изготовлении, настройке и проведении измерений [2].

На рис. 5 показана схема установки, предложенной в работе [16] и лишенной указанных недостатков. Данная установка собирается из стандартных приборов и не требует настройки. Кроме того, характеристики вибратора не учитываются, так как не входят в расчетную формулу. Для расчета вязкоупругих параметров необходимо знать только размеры и массу образца, массу нагрузки, а также отношение виброускорений верхней и нижней (внутренней и внешней — при сдвиге) поверхностей образца и их фазовое смещение. Установка позволяет проводить измерения как динамического модуля сдвига, так и модуля упругости при сжатии-растяжении образца. Вязкоупругие характеристики материала определяются из решения системы уравнений, описывающих двумерную деформацию осесимметричного образца при полном задании граничных условий на всей его поверхности [16]. При такой постановке задачи отсутствует необходимость определять формфактор, что является недостатком других методов.

**2.2. Метод резонансных колебаний.** Метод резонансных колебаний широко используется для измерения вязкоупругих характеристик жестких материалов и заключается в измерении ширины полосы резонансных частот  $\Delta\omega$  на ее полувывоте. Резонансная частота  $\omega_0$  дает информацию о модуле упругости (для его вычисления необходимо знать формфактор), коэффициент потерь равен  $\mu = \Delta\omega/(\sqrt{3}\omega_0)$  [17]. Метод резонансных колебаний становится универсальным при использовании составного образца. Для этого одна или обе поверхности узкой длинной металлической полосы покрываются слоем исследуемого материала постоянной толщины и возбуждаются изгибные колебания. Измеренные резонансные частоты и потери в таком “сэндвиче” сравниваются с соответствующими величинами в случае голой металлической основы. По величине этих изменений можно определить вязкоупругие свойства второго компонента в составном образце. Данный метод используется для “мягких” материалов, из которых трудно или невозможно изготовить образец в виде стержня, пластины и любых других форм, а также для материалов с большим коэффициентом потерь. При измерении на различных модах колебаний можно с использованием лишь одного образца провести эксперименты для широкого диапазона частот [18].

**2.3. Метод свободнотухающих колебаний.** Метод свободнотухающих колебаний основан на измерении интенсивности затухания механических колебаний в образце. В эксперименте находится частота  $\omega$ , по которой определяются модуль упругости и логарифмический декремент затухания  $\Delta$ . При некоторых допущениях  $\mu = \Delta/\pi$ . Метод реализуется с помощью крутильных (торсионных) маятников, работающих в диапазонах частот  $10^{-2} \div 10^2$  Гц и значений модуля упругости  $10^2 \div 10^{12}$  Па, и может использоваться при значениях коэффициента потерь  $\mu \leq 3$ . Существенным требованием к конструкции крутильных маятников является отсутствие изгибных колебаний торсона.

**2.4. Методы, основанные на измерении скорости распространения волн.** Скорость распространения волн зависит от геометрии образца [19]. Так, в длинном тонком стержне (идеальный пример — струна) возмущения распространяются со скоростью  $V_{1D} = \sqrt{E^*/\rho}$ , которую принято называть скоростью звука в одномерной среде. В объемном образце, когда все три характерных размера образца много больше длины волны,  $V_l = \sqrt{E^*(1-\sigma)/[\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)]}$ . В случае если толщина пластины меньше длины волны, скорость сдвиговой волны равна  $V_t = \sqrt{E^*/[2\rho(1+\sigma)]}$ , а скорость волн сжатия-растяжения, так называемых продольных волн, —  $V_{2D} = \sqrt{E^*/[\rho(1-\sigma^2)]}$ . Соотношение этих скоростей показано на рис. 6.

При малой жесткости материала и высоких частотах, когда размеры образца велики по сравнению с длиной волны, используется метод сдвиговых волн. В случае если волны затухают не очень быстро (можно наблюдать несколько максимумов и минимумов), длину волны и декремент затухания можно измерить методом визуализации. Данный метод можно использовать при  $\omega \leq 5$  кГц [20], при этом не требуется знание формфактора.

Для образца в виде тонкой полосы, поперечные размеры которой малы по сравнению с длиной волны, а продольные — велики, используется метод продольных волн [21]. Полоса подвергается небольшому растяжению, и с одного торца с помощью электромагнитного вибратора возбуждаются продольные колебания. Измеряются амплитуда и фаза поперечного смещения поверхности пластины по ее длине. Метод можно использовать в диапазоне частот  $10^2 \div 4 \cdot 10^4$  Гц. Он не требует определения формфактора, однако необходимо знать точное значение коэффициента Пуассона, особенно для резиноподобных материалов с  $\sigma \approx 0,5$ . На рис. 6 видно, что при  $\sigma \approx 0,5$  отношение скорости продольной волны к скорости звука резко увеличивается.

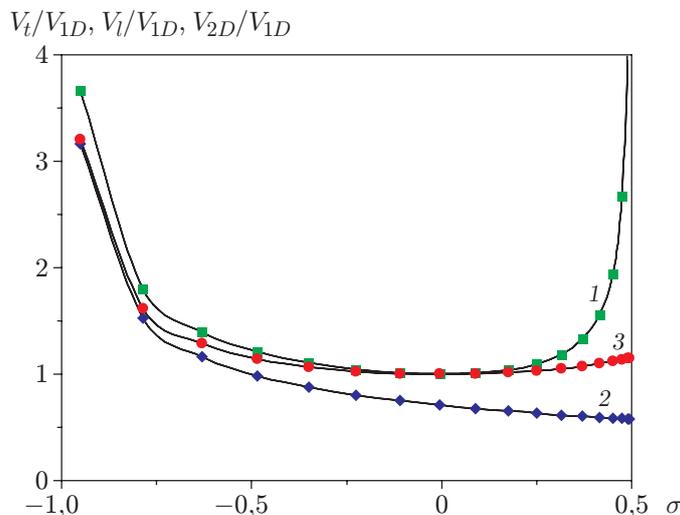


Рис. 6. Зависимости отношения скорости волн к скорости звука  $V_{1D}$  от коэффициента Пуассона:

1 — в объемном образце  $V_l$ , 2 — волны сдвига  $V_t$ , 3 — продольной волны  $V_{2D}$

В случае если все размеры образца больше длины волны, обычно измеряется время прохождения импульса ультразвуковых колебаний через образец.

В случае если образец представляет собой слой вязкоупругого материала, приклеенного к твердому основанию, в распространяющейся вдоль него волне происходят сдвиговые и объемные деформации. В [22] для случая вязкоупругого материала рассчитаны дисперсионная зависимость скорости волны и ее декремент затухания при  $H/\lambda = 0,1 \div 10,0$  (рис. 7). Если длина волны больше толщины слоя материала, скорость распространения возмущений резко увеличивается, а при  $H/\lambda \gg 1$  по образцу распространяются поверхностные волны Рэлея [23].

Резонансная частота покрытия равна  $f_0 = C_t(\sigma + 1,11)$ , скорость распространения возмущений на резонансной частоте равна  $V = (2,826 - 4,5\sigma + 3,9\sigma^2)C_t$ . При  $\sigma = 0,5$  амплитуда волны максимальна при  $H/\lambda \approx 1/3$ , при этом скорость волны приблизительно в 1,5 раза больше скорости волны сдвига, измеренной в бесконечном полупространстве.

Установка для реализации данного метода описана в работе [24] и показана на рис. 8. Кремнийорганическая резина заливалась и полимеризовалась в полости глубиной  $2 \div 20$  мм и диаметром  $10 \div 80$  см. С помощью электромагнитного вибратора в центре пластины создавались нормальные к поверхности колебания. На различных расстояниях от центра измерялись амплитуда деформации и ее фаза, как это сделано при использовании метода распространения продольной волны вдоль полосы, и определялись скорость волны и ее декремент затухания.

2.5. *Определение коэффициента Пуассона.* В работе [25] описана методика прецизионного измерения статического коэффициента Пуассона (digital image correlation), которая получила значительное развитие и применяется даже для измерения вязкоупругих параметров “мягких” материалов, таких как пены и биологические материалы [26].

При быстроменяющихся деформациях смещение точек вещества от положения равновесия не может происходить мгновенно, только с некоторой задержкой. При гармоническом возбуждении это проявляется в отставании деформации от приложенной нагрузки на некоторый фазовый угол, пропорциональный величине энергии, которая теряется при вязком деформировании образца. Кроме того, для полимеров со сложной внутренней структурой (нити, уложенные в определенном порядке или беспорядочно) поперечные деформации

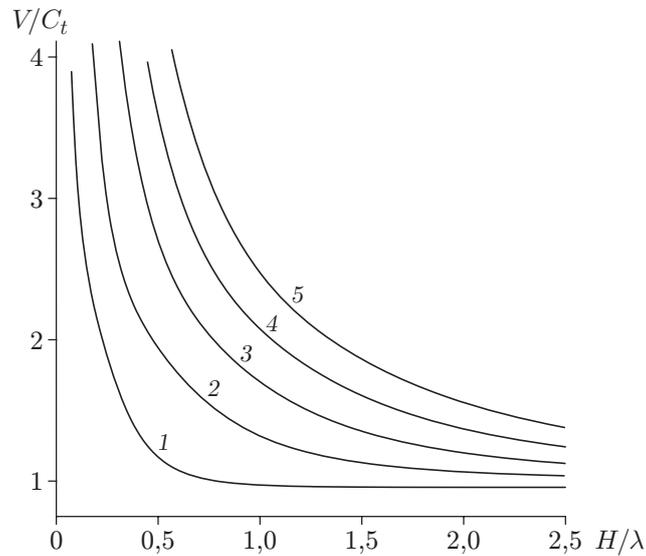


Рис. 7. Зависимость дисперсии скорости распространения волны деформации в слое вязкоупругого материала от отношения  $H/\lambda$  при различных значениях коэффициента Пуассона:

1 —  $\sigma = 0,5$ , 2 —  $\sigma = 0,4$ , 3 —  $\sigma = 0,3$ , 4 —  $\sigma = 0,2$ , 5 —  $\sigma = 0,1$

могут отставать от продольных на некоторый фазовый угол. Обзор исследований, в которых коэффициент Пуассона трактуется как комплексная величина, зависящая от частоты, приведен в работе [27], а теоретическое обоснование — в [28].

Прямое измерение динамического коэффициента Пуассона (измерение продольных и поперечных размеров образца и фазового смещения) проводилось с помощью лазерного измерителя перемещений и вибраций [29]. Основной трудностью при использовании данного метода является точное измерение величины малого фазового угла (менее  $0,8^\circ$ ) на частотах порядка нескольких килогерц при малых амплитудах деформаций.

Непрямые методы основаны на измерении двух видов деформаций образца ( $K^*$  и  $G^*$ ,  $K^*$  и  $E^*$ ,  $G^*$  и  $E^*$ ) и использовании соотношений (1) и (2). Экспериментальное определение коэффициента Пуассона требует высокой точности измерений, а также выполнения следующих условий стандартного протокола:

- изготовление образцов из одного и того же материала;
- проведение измерений при строго одинаковых температурах и давлении;
- одновременность измерений, чтобы время старения образцов было одинаковым.

Кроме того, образцы должны быть изготовлены из однородного изотропного материала, величина деформации которого должна быть достаточно малой, чтобы не выходить за пределы линейной области деформирования. Важно, чтобы используемые методы измерения вязкоупругих свойств не зависели от коэффициента Пуассона, в противном случае необходимо точно знать формфактор, вычисленный, по крайней мере, по двумерной модели деформаций образца. В работе [30] описан метод, удовлетворяющий указанным требованиям. Путем сравнения результатов измерений модулей сдвига и сжатия-растяжения образцов из кремнийорганической резины определены действительная и мнимая части коэффициента Пуассона для диапазона частот  $50 \div 400$  Гц.

**3. Измерения свойств живых тканей in vivo.** Знание упругих и вязкоупругих свойств живых тканей необходимо, например, для предварительного компьютерного моделирования операций для конкретных пациентов [31] и на тренажерах, а также для диагностики состояния мышечных тканей у спортсменов [32–35]. В этом случае стандартные

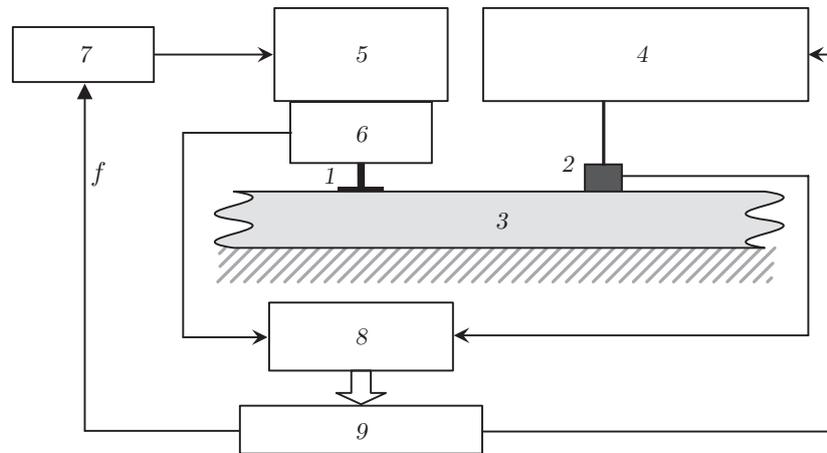


Рис. 8. Схема установки для измерения скорости волн, предложенной в работе [24]:

1 — контактная площадка вибратора, 2 — датчик вибраций, 3 — покрытие, 4 — устройство для перемещения датчика, 5 — вибратор, 6 — измерительная катушка, 7 — усилитель, 8 — аналого-цифровой преобразователь, 9 — компьютер

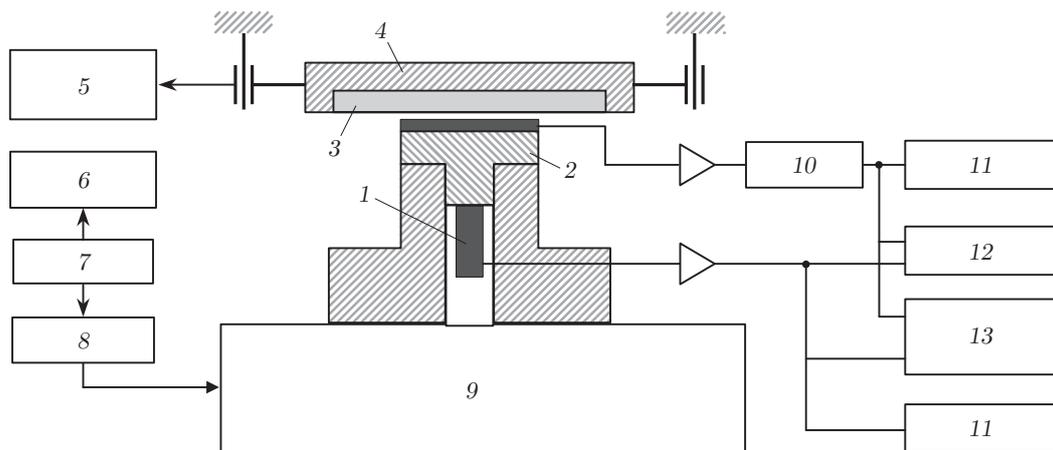


Рис. 9. Схема установки для измерения комплексной податливости:

1 — датчик виброускорения, 2 — силоизмерительный датчик, 3 — образец, 4 — перемещаемый держатель образца, 5 — измеритель перемещения, 6 — частотомер, 7 — генератор, 8 — усилитель, 9 — вибраторный электродинамический стенд, 10 — фильтр, 11 — вольтметр, 12 — фазометр, 13 — двухканальный осциллограф

методы можно применять либо для областей тела вблизи поверхности кожи, либо для образцов *in vitro*. В последнем случае отсутствие нервной проводимости и кровотока приводит к неправильным результатам [36]. По той же причине учет в специальных моделях механических свойств основных компонентов живой ткани (например, эластина, коллагена, гладких мышц) позволяет получить лишь приблизительные данные [37].

Стремительное развитие микроэлектроники дает возможность создавать миниатюрные датчики на основе микроэлектромеханических систем для разработки методов неразрушающего контроля вязкоупругих свойств живых тканей. Одним из таких методов является метод измерения комплексной податливости или импеданса [24, 38] (рис. 9). Колебания заданной частоты создаются с помощью вибраторного электродинамического стенда и измеряются датчиком. Реакция материала измеряется с помощью пьезокерами-

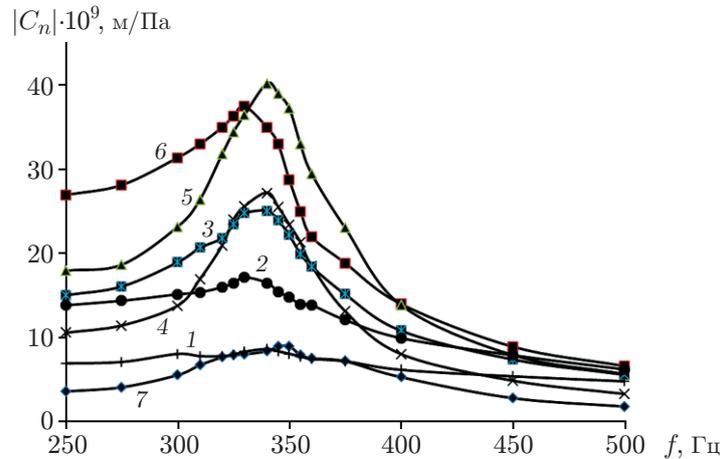


Рис. 10. Зависимость модуля податливости слоя кремнийорганической резины марки СКТН-1А толщиной 20 мм от частоты при различных значениях диаметра контактной площадки:

1 —  $d = 6$  мм, 2 —  $d = 8$  мм, 3 —  $d = 10$  мм, 4 —  $d = 18$  мм, 5 —  $d = 25$  мм, 6 —  $d = 40$  мм, 7 —  $d = 80$  мм

ческой пластины датчика. Данный метод является достаточно простым, однако имеет существенный недостаток: результаты измерений зависят не только от вязкоупругих свойств материала, но и от отношения его эффективной толщины  $H$  к диаметру контактной площадки  $d$ . В работе [39] проведено тестирование этого метода на образцах с фиксированной толщиной, приклеенных к твердому основанию. Значения отношения диаметра датчика к толщине слоя материала варьировались в диапазоне  $d/H = 0,3 \div 4,0$ . При  $d/H \approx 1,5$  зависимость модуля податливости  $|C_n|$  имеет отчетливо выраженный максимум (рис. 10). Резонансная частота комплексной податливости не зависит от этого отношения, для нее выполняется условие

$$f_0 = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

При использовании данного метода необходимо разработать единый стандарт, аналогичный шкале твердости по Шору. Для нахождения максимума податливости при изменении  $d$  возможно определение эффективной толщины, при изменении частоты — определение модуля упругости.

Еще один метод неразрушающего контроля вязкоупругих свойств живых тканей определяет скорость распространения возмущений в исследуемом образце [40, 41]. Как и в предыдущем методе, эффективность возбудителя колебаний и чувствительность датчика зависят от отношения их продольных размеров к эффективной толщине измеряемого материала и имеют максимальные значения  $d/H \approx 1,5$ , поэтому размеры датчиков не могут быть очень малы. Поскольку исследуемый образец имеет ограниченные размеры (по сравнению с длиной волны возмущения), скорость распространения возмущений также зависит от эффективной толщины. Однако эта зависимость может быть слабой, если характеристики определяются в области, находящейся на расстоянии от области резкого увеличения дисперсионной скорости (см. рис. 7), т. е. при  $H/\lambda > 1$ .

**Заключение.** В работе приведен обзор методов измерения вязкоупругих характеристик материалов. Отмечено, что для повышения точности измерения статических определяющих параметров (например, модулей упругости и сдвига) в большинстве методов

необходимо использовать формфакторы, учитывающие размеры и форму образца. Формфакторы необходимо предварительно определять, например рассчитывать по двумерной модели деформации образца в рамках линейной теории вязкоупругости. Приведен пример такого расчета для образца цилиндрической формы.

Для всех рассмотренных методов измерения (за исключением акустических) динамических вязкоупругих характеристик необходимо знание формфакторов. В отличие от них на установке, реализованной в Институте теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, свойства материалов определяются по результатам тестов с использованием решения системы уравнений, описывающих двумерную деформацию осесимметричных образцов при задании граничных условий на всей их поверхности, что позволяет использовать этот метод как эталонный.

Показана важность определения значения коэффициента Пуассона, который для сложнотреструктурированных материалов может быть комплексной величиной. Описаны условия для его экспериментального определения и предложен метод, удовлетворяющий этим условиям.

Рассмотрены возможности и трудности, возникающие при использовании описанных методов на живых тканях. При измерении скорости волны в слое живой ткани необходимо учитывать зависимость этой скорости от толщины слоя или проводить измерения в области частот, где эта зависимость слабая, т. е. при значении отношения длины волны к толщине слоя, большем единицы. При измерении комплексной податливости слоя живой ткани (например, кожи) требуется выработать единый стандарт, учитывающий изменение диаметра контактной площадки при определении эффективной толщины, а затем, меняя частоту, найти максимальное значение податливости и по нему определить значение модуля упругости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Ферри Дж.** Вязкоупругие свойства полимеров. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
2. **Малкин А. Я.** Методы измерения механических свойств полимеров / А. Я. Малкин, А. А. Аскадский, В. В. Коврига. М.: Химия, 1978.
3. **Franck A.** Measuring structure of low viscosity fluids in oscillation using rheometers with and without a separate torque transducer // Annual Trans. Nord Rheol. Soc. 2003. V. 11. P. 95–100.
4. **Hudson R. E., Holder A. J., Hawkins K. M., et al.** An enhanced rheometer inertia correction procedure (ERIC) for the study of gelling systems using combined motor-transducer rheometers // Phys. Fluids. 2017. V. 29. 121602.
5. **Перепечко И. И.** Акустические методы исследования полимеров. М.: Химия, 1973.
6. **Горшков А. Г.** Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков, А. Л. Медведский, Л. Н. Рабинский, Д. В. Тарлаковский. М.: Физматлит, 2004.
7. **Крень А. П.** Определение релаксационных характеристик эластомеров по реакции на импульсное нагружение // Каучук и резина. 2008. № 3. С. 9–12.
8. **Chen C. P., Lakes R. S.** Apparatus for determining the viscoelastic properties of materials over ten decades of frequency and time // J. Rheol. 1989. V. 33, N 8. P. 1231–1249.
9. **Физическая акустика.** Свойства полимеров и нелинейная акустика / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1969. Т. 2Б.
10. **ГОСТ 28810-90.** Резина. Определение модуля сдвига. Метод сдвига четырехэлементного образца. Введ. 01.01.1992.
11. **ГОСТ 9550-81.** Пластмассы. Методы определения модуля упругости при растяжении, сжатии и изгибе. Введ. 07.01.1982.

12. **ГОСТ 16297-80.** Материалы звукоизоляционные и звукопоглощающие. Методы испытаний. Введ. 01.01.1981.
13. **Кулик В. М., Бойко А. В.** Формфактор сжатого цилиндрического образца // Измер. техника. 2014. № 8. С. 36–38.
14. **Кулик В. М., Бойко А. В.** Формфактор полого цилиндрического образца при сдвиговой деформации // Измер. техника. 2015. № 6. С. 15–17.
15. **Кулик В. М., Бойко А. В.** Формфакторы плоских колец // Измер. техника. 2017. № 1. С. 28–30.
16. **Kulik V. M., Semenov B. N., Boiko A. V., et al.** Measurement of dynamic properties of viscoelastic materials // *Experiment. Mech.* 2009. V. 49, N 3. P. 417–425.
17. **ANSI/ASA S2.22-1998.** Resonance method for measurement the dynamic mechanical properties of viscoelastic materials. Ed. 22.06.1998.
18. **ANSI/ASA S2.23-1998.** Single cantilever beam method for measuring the dynamic mechanical properties of viscoelastic materials. Ed. 01.01.1998.
19. **Ландау Л. Д.** Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Физматлит, 2001.
20. **Андреев В. Г., Дмитриев В. Н., Пищальников Ю. А. и др.** Наблюдение сдвиговой волны, возбужденной с помощью фокусированного ультразвука в резиноподобной среде // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43, № 2. С. 149–155.
21. **Wei Z., Hou Hong, Gao N., Huang Y.** Complex Young's modulus measurements by incident wave extracting in a thin resonant bar // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2017. V. 142, N 6. P. 3436–3442.
22. **Кулик В. М.** Плоская волна деформации в изотропном слое вязкоупругого материала // *ПМТФ.* 2006. Т. 47, № 3. С. 394–400.
23. **Raileigh.** On waves propagated along the plane surface of an elastic solid // *Proc. London Math. Soc.* 1885. V. 17. P. 4–11.
24. **Кулик В. М., Морозова С. Л., Родякин С. В.** Измерение комплексной податливости покрытий из эластичных материалов // *Инж.-физ. журн.* 2002. Т. 75, № 2. С. 108–111.
25. **Pritchard R. H., Lava P., Debruyne D., Terentjev E. M.** Precise determination of the Poisson ratio in soft materials with 2D digital image correlation // *Soft Matter.* 2013. V. 9. P. 6037–6045.
26. **Schreirer H.** Image correlation for shape, motion and deformation measurements / H. Schreirer, J. J. Orteu, M. Sutton. N. Y.: Springer, 2009.
27. **Pritz T.** Measurement methods of complex Poisson's ratio of viscoelastic materials // *Appl. Acoust.* 2000. V. 60, N 3. P. 279–292.
28. **Pritz T.** The Poisson's loss factor of solid viscoelastic materials // *J. Sound Vibrat.* 2007. V. 306, N 3–5. P. 790–802.
29. **Giovagnoni M.** On the direct measurement of the dynamic Poisson's ratio // *Mech. Mater.* 1994. V. 17, N 1. P. 33–46.
30. **Boiko A. V., Kulik V. M., Seoudi B. M., et al.** Measurement method of complex viscoelastic material properties // *Intern. J. Solids Structures.* 2010. V. 47, iss. 3/4. P. 374–382.
31. **Costalat V., Sanchez M., Ambard D., et al.** Biomechanical wall properties of human intracranial aneurysms resected following surgical clipping (IRRA's Project) // *J. Biomech.* 2011. V. 44, N 15. P. 2685–2691.
32. **Maaf H., Kühnapfel U.** Noninvasive measurement of elastic properties of living tissue // *Proc. of the 13th Intern. congress and exhibition on computer assisted radiology an surgery, CARS'99, Paris, 23–26 June 1999.* P.: Elsevier, 1999. P. 865–870.

33. **Arbogast K., Thibault K., Pinheiro S., et al.** A high-frequency shear device for testing soft biological tissues // J. Biomech. 1997. V. 30, N 7. P. 757–759.
34. **Хе А. К., Черевко А. А., Чупахин А. П. и др.** Мониторинг гемодинамики сосудов головного мозга // ПМТФ. 2017. Т. 58, № 5. С. 7–16.
35. **Штильман Л. И.** Полимеры медико-биологического назначения. М.: Академкнига, 2006.
36. **Fung Y. C.** Biomechanics: Mechanical properties of living tissues. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1993.
37. **Rezakhaniha R., Stergiopoulos N.** A structural model of the venous wall considering elastin anisotropy // J. Biomech. Engng. 2008. V. 130, N 3. P. 031017.1–031017.11.
38. **Kulik V. M.** Method of measurement of vibration parameters of a real dolphin skin // Biona Rep. 1998. V. 12. P. 225–229.
39. **Кулик В. М., Родякин С. В.** Сравнение расчета и результатов измерения колебательных характеристик податливых покрытий // Инж.-физ. журн. 2003. Т. 76, № 1. С. 159–163.
40. **Кобелев А. В.** Нелинейные вязкоупругие свойства биологических тканей / А. В. Кобелев, Л. Т. Смолюк, Р. М. Кобелева, Ю. Л. Проценко. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2012.
41. **Балабанов Е. И.** Кожа человека. Механические свойства, теплопередача: Аналит. обзор. М.: Osense, 2001. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: [http://osense.narod.ru/library/physics/html/041001\\_b.htm](http://osense.narod.ru/library/physics/html/041001_b.htm).

*Поступила в редакцию 26/III 2018 г.,  
в окончательном варианте — 17/IV 2018 г.*

---