УДК 539.376

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ

И. А. Банщикова, В. А. Блинов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
E-mails: binna@ngs.ru, blin89-08@mail.ru

Приводятся результаты расчетов и экспериментов по кручению пластин из изотропных и трансверсально-изотропных сплавов ВТ-20 и 1163Т с пониженной сопротивляемостью деформациям ползучести в направлении, перпендикулярном срединной поверхности. Проведено сравнение результатов численного моделирования для пластин различной толщины, относящихся к классу жестких и гибких пластин, выполненного с использованием теории чистого изгиба и метода конечных элементов. Установлено, что при деформировании пластины из анизотропного материала в знакопеременную седлообразную поверхность значения кривизны меньше, чем в случае пластины из изотропного материала. Расчет в предположении чистого изгиба дает верхнюю оценку разности кривизн при деформировании пластин из трансверсально-изотропного и изотропного материалов.

Ключевые слова: пластина, ползучесть, трансверсально-изотропный материал, кручение, плоское напряженное состояние.

DOI: 10.15372/PMTF20160314

В настоящее время существует ряд способов формообразования крупногабаритных пластин при ползучести в условиях холодной и горячей обработки. Технический образец модуля с электрическим приводом штоков, созданный сотрудниками Новосибирского научно-исследовательского института авиационной технологии и организации производства и Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, начиная с 2006 г. работает на Новосибирском авиационном производственном объединении им. В. П. Чкалова [1, 2]. Этот экспериментальный модуль с изменяемой в процессе деформирования геометрией поверхности оснастки используется при изготовлении и правке (устранении скручивания и коробления, возникающих вследствие наличия остаточных напряжений) несущих элементов конструкций, формообразовании деталей в режимах ползучести при температурах старения и температурах, близких к температуре сверхпластичности.

Другая технология представляет собой формообразование крупногабаритных панелей за счет необратимых деформаций ползучести при температуре старения. Эта технология отрабатывается на Комсомольском-на-Амуре авиационном заводе им. Ю. А. Гагарина (филиал компании “Сухой”) применительно к изделию SSJ-100 [3].

Большинство современных конструкционных сплавов обладают свойствами анизотропии, упрочнения и разупрочнения, разносопротивляемости растяжению, сжатию и кручению [4, 5], что обусловливает необходимость уточнения параметров процесса формообразования и приводит к значительному усложнению расчетов. Экспериментальная проверка моделей ползучести в условиях сложного напряженного состояния существенно затруднена и проводится преимущественно на тонкостенных трубчатых образцах в условиях квазиоднородного напряженного состояния [6]. В работе [7] исследованы процессы деформирования в условиях анизотропной ползучести с использованием безмоментной теории оболочек. Вследствие существенной физической нелинейности процесса и сильной чувствительности к нагрузкам при решении задач ползучести для расчета и оценки необходимых усилий и кинематических параметров деформирования наряду с высокоточными численными методами требуется использовать упрощенные инженерные методики.

Свойства листового материала заготовок, одинаковые в плоскости листа, могут различаться в направлении нормали к листу и направлении, составляющем угол 45° с нормалью листа. Анизотропия такого рода может быть обусловлена прокаткой исходной заготовки. Для описания трансверсально-изотропного материала применяется модель [8], аналогичная используемой при описании анизотропной пластичности модели Хилла, согласно которой в случае произвольного напряженного состояния процесс ползучести описывается следующим образом:

$$\eta_{ij} = \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_{ij}}, \qquad \Phi = \frac{T^{n+1}}{n+1}. \tag{1}$$

Здесь $\eta_{ij} = d\varepsilon_{ij}^c/dt$; σ_{ij} — компоненты тензора скоростей деформаций ползучести и напряжений; Φ — скалярная потенциальная функция тензора напряжений; T^2 — квадратичная форма компонент тензора напряжений. В случае ортотропного несжимаемого материала в системе координат, оси которой совмещены с главными осями анизотропии, функция $T(\sigma_{ij})$ имеет вид

$$T(\sigma_{ij}) = (A_{11}(\sigma_{22}-\sigma_{33})^2 + A_{22}(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2 + A_{33}(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2 + \\ + 2A_{12}\sigma_{12}^2 + 2A_{23}\sigma_{23}^2 + 2A_{31}\sigma_{31}^2)^{1/2}, \tag{2}$$

где $A_{11} = (B_{22}^{2/(n+1)} + B_{33}^{2/(n+1)} - B_{11}^{2/(n+1)})$; $2A_{12} = 4B_{12}^{2/(n+1)} - A_{11} - A_{22}$. Остальные компоненты получаются циклической перестановкой индексов. Константы B_{11}, B_{22}, B_{33} — характеристики процесса одномерной ползучести в трех главных направлениях; B_{12}, B_{23}, B_{31} — аналогичные характеристики в трех направлениях вдоль осей системы координат, полученной путем поворота исходной системы координат на угол, равный 45°. Коэффициенты B_{ij} определяются экспериментально.

Считается, что направление η_{33} совпадает с нормалью к пластине. В случае трансверсально-изотропного материала (изотропного в плоскости пластины) $\eta_{11} = \eta_{22}$ и $\eta_{33}/\eta_{22} = k$. "Коэффициент анизотропии" по нормали к пластине k определяется путем осреднения отношения изменения размера по толщине пластины (т. е. в направлении нормали к листу) к изменению размера по ширине плоского образца при различных степенях осевой деформации, полученных в экспериментах на растяжение. Учитывая, что $\eta_{33}/\eta_{22} = A_{22}/A_{33}$ и $A_{11} = A_{22}$, находим коэффициенты квадратичных форм

$$A_{11} = A_{22} = \frac{k}{k+1}\,B^{2/(n+1)}, \quad A_{33} = \frac{1}{k+1}\,B^{2/(n+1)}, \\ A_{12} = \frac{k+2}{k+1}\,B^{2/(n+1)}, \quad A_{13} = A_{23} = \frac{3}{2}\,B^{2/(n+1)}. \tag{3}$$

Особый интерес представляют задачи кручения пластин при режимах ползучести, которые можно реализовать в эксперименте. Кручение пластины внешним скручивающим моментом $M_{12} = M$, равномерно приложенным вдоль ее кромок (изгиб в седлообразную поверхность), можно реализовать путем приложения четырех сил величиной $2M$ в углах пластины [9]. Схема экспериментальной установки, реализующей чистое кручение квадратных пластин постоянной толщины, приведена в [10].

Предполагается, что полные деформации представляют собой сумму упругих деформаций и деформаций ползучести:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon^e_{ij} + \varepsilon^c_{ij} \tag{4}$$

(индексы e, c соответствуют компонентам упругих деформаций и деформаций ползучести).

При численном моделировании решения задачи кручения пластины используются следующие два метода [11]:

1. Предполагается, что реализуется плоское напряженное состояние и прогиб сопоставим с толщиной. Мембранными усилиями в срединной поверхности пренебрегается. Решается задача о кручении пластины внешним скручивающим моментом M, равномерно приложенным вдоль кромок.

2. Для расчета используется метод конечных элементов в геометрически линейной и нелинейной постановках с использованием трехмерного элемента Solid45 конечно-элементного пакета Ansys. Решается задача о кручении пластины четырьмя силами величиной $2M$, приложенными в углах.

1. Разрешающие уравнения изгиба пластин в случае плоского напряженного состояния. Рассматривается чистый изгиб пластины толщиной h постоянными моментами M_{ij} ($i = 1, 2$; $j = 1, 2$), приложенными к ее кромкам. Предполагается, что $\sigma_{33} = 0$ и прогиб $w = w(x_1, x_2, t)$ сопоставим с толщиной, мембранными усилиями в срединной поверхности пренебрегается.

С учетом (3) выражения для скорости деформаций (1) и функции $T(\sigma_{ij})$ (2) записываются в виде

$$\begin{gathered}\eta_{11} = T_0^{n-1} B^{2/(n+1)} \Big(\sigma_{11} - \frac{1}{k+1}\sigma_{22}\Big), \qquad \eta_{22} = T_0^{n-1} B^{2/(n+1)} \Big(\sigma_{22} - \frac{1}{k+1}\,\sigma_{11}\Big), \\ \eta_{12} = T_0^{n-1} B^{2/(n+1)}\, \frac{k+2}{k+1}\,\sigma_{12}, \quad T_0^2 = B^{2/(n+1)} \Big(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \frac{2}{k+1}\,\sigma_{11}\sigma_{22} + 2\,\frac{k+2}{k+1}\,\sigma_{12}^2\Big).\end{gathered} \tag{5}$$

В начальный момент $t = 0$ пластина деформируется упруго, т. е. $\varepsilon^c_{ij} = 0$. С учетом гипотез Кирхгофа для полных деформаций (4) имеем систему уравнений

$$\frac{\sigma_{11} - \nu\sigma_{22}}{E} + \varepsilon^c_{11} = \chi_{11}x_3, \quad \frac{\sigma_{22} - \nu\sigma_{11}}{E} + \varepsilon^c_{22} = \chi_{22}x_3, \quad \sigma_{12}\,\frac{1+\nu}{E} + \varepsilon^c_{12} = \chi_{12}x_3, \tag{6}$$

где E — модуль упругости; ν — коэффициент Пуассона; $-h/2 \leqslant x_3 \leqslant h/2$; $\chi_{ij} = -w_{,ij}$ ($i = 1, 2$; $j = 1, 2$) — кривизны и кручения срединной поверхности пластины при ее изгибе.

Уравнения (5), (6) с начальными и краевыми условиями (заданы постоянные изгибающие моменты M_{ij}, равномерно распределенные вдоль кромок пластины) сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно деформаций в точках разбиения пластины по толщине. При решении этой системы на каждом шаге по времени определяются кривизны $\chi_{ij}(t)$:

$$\chi_{11} = \frac{12}{h^3}\Big(\frac{M_{11} - \nu M_{22}}{E} + \int\limits_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^c_{11} x_3\, dx_3\Big), \qquad \chi_{22} = \frac{12}{h^3}\Big(\frac{M_{22} - \nu M_{11}}{E} + \int\limits_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^c_{22} x_3\, dx_3\Big),$$

$$\chi_{12} = \frac{12}{h^3}\Big(\frac{1+\nu}{E}\, M_{12} + \int\limits_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^c_{12} x_3\, dx_3\Big), \qquad M_{ij} = \int\limits_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} x_3\, dx_3.$$

Для расчета нагрузки и оценки поведения конструкции в целом можно использовать метод характеристической точки, описанный в [12]. В такой точке напряжения близки к постоянной величине при упругом деформировании пластины и при ее деформировании в условиях ползучести. При кручении пластины постоянным моментом M_{12} в предположении установившейся ползучести скорость изменения кривизны и напряжения равны

$$\dot{\chi}_{12} = \frac{B}{2}\Big(2\,\frac{k+2}{k+1}\Big)^{(n+1)/2}\Big(\frac{2^{\mu+1}(\mu+2)M_{12}}{h^{\mu+2}}\Big)^n,$$
$$\sigma_{12} = \Big(\frac{2}{B}\Big(2\,\frac{k+2}{k+1}\Big)^{-(n+1)/2}\dot{\chi}_{12}x_3\Big)^\mu, \qquad \mu = \frac{1}{n}. \tag{7}$$

Тогда касательное напряжение как для изотропного, так и для трансверсально-изотропного материала вычисляется по формуле

$$\sigma_{12} = \frac{2^{\mu+1}(\mu+2)}{h^{\mu+2}}\,M_{12}x_3^\mu.$$

Для определения координаты $\bar{x}_3$ характеристической точки приравняем напряжения, возникающие при упругом деформировании и при деформировании в условиях установившейся ползучести:

$$\bar{\sigma}_{12} = \frac{12}{h^3}\,M_{12}\bar{x}_3 = \frac{2^{\mu+1}(\mu+2)}{h^{\mu+2}}\,M_{12}\bar{x}_3^\mu. \tag{8}$$

Из (8) получаем $\bar{x}_3 = (h/2)((\mu+2)/3)^{1/(1-\mu)}$ (при $n \to \infty$ $\bar{x}_3 \to h/3$).

2. Решение задачи о кручении пластины силами, приложенными в углах, методом конечных элементов. Для расчета используется восьмиузловой объемный конечный элемент Solid45 с тремя степенями свободы программного комплекса Ansys. Вектор перемещений внутри элемента в любой точке аппроксимируется в виде $u = [N]\{u\}$, где $[N]$ — функции формы; $\{u\}$ — набор значений перемещений в узлах и значений дополнительных параметров. Дополнительные параметры предназначены для улучшения аппроксимации перемещений при нелинейном деформировании. Численное моделирование с помощью объемных элементов позволяет оценить влияние касательных напряжений при деформировании пластин большой толщины, а также деформации в срединной поверхности.

Метод конечных элементов основан на принципе виртуальной работы

$$\int\limits_V d\{\varepsilon\}^{\text{т}}\{\sigma\}\,dV - \Big(d\{u\}^{\text{т}}\{F\} + \int\limits_V d\{u\}^{\text{т}}\{f\}\,dV + \int\limits_S d\{u\}^{\text{т}}\{p\}\,dS\Big) = 0. \tag{9}$$

Здесь $\{\varepsilon\}$, $\{\sigma\}$ — векторы деформаций и напряжений; $\{F\}$, $\{f\}$, $\{p\}$ — векторы сосредоточенных сил, распределенных нагрузок и поверхностных нагрузок соответственно. Напряжения связаны с упругими деформациями соотношением $\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}$, где $[D]$ — матрица упругости. Для полных деформаций имеем $\{\varepsilon\} = [L][N]\{u\} = [P]\{u\}$, где $[L]$ — матрица, элементами которой являются дифференциальные операторы. Учитывая, что $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} + \{\varepsilon^c\}$, выражение (9) записывается в виде

$$[K]\{u\} = \int\limits_V [P]^{\text{т}}[D]\{\varepsilon^c\}\,dV + \{R\}, \tag{10}$$

где $[K] = \int\limits_V [P]^{\text{т}}[D][P]\,dV$ — матрица жесткости; $\{R\} = \{F\} + \int\limits_V [N]^{\text{т}}\{f\}\,dV + \int\limits_S [N]^{\text{т}}\{p\}\,dS$ — вектор сил, обусловленных внешними нагрузками.

В скоростях уравнение (10) можно записать в следующем виде:

$$\{\dot u\} = [K]^{-1}\Big(\int\limits_V [P]^{\mathrm{T}}[D]\{\dot\varepsilon^c\}\,dV + \{\dot R\}\Big). \tag{11}$$

Здесь $\{\dot\varepsilon^c\} = B\big(\sqrt{\{\sigma\}^{\mathrm{T}}[A_*]\{\sigma\}}\,\big)^{n-1}[A_*]\{\sigma\}$ — вектор скоростей деформаций ползучести; $[A_*]$ — матрица:

$$[A_*] = B^{-2/(n+1)}\begin{bmatrix} A_{22}+A_{33} & -A_{33} & -A_{22} & 0 & 0 & 0\\ -A_{33} & A_{11}+A_{33} & -A_{11} & 0 & 0 & 0\\ -A_{22} & -A_{11} & A_{11}+A_{22} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2A_{12} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2A_{13} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2A_{23} \end{bmatrix}.$$

В случае трансверсально-изотропного при ползучести материала коэффициенты этой матрицы определяются выражениями (3).

Напряжения $\{\sigma\}$ и деформации $\{\varepsilon\}$ определяются в точках, которые используются при вычислении объемных интегралов в (10), (11) с помощью квадратур Гаусса с весовыми коэффициентами, соответствующими этим точкам. Для решения уравнения (11) используется неявная схема численного интегрирования по времени с начальным условием $\{u_0\} = [K]^{-1}\{R_0\}$, поскольку $\{\varepsilon^c\} = 0$ при $t = 0$. Представленная схема расчета в упрощенной форме применима при решении задачи в геометрически линейной постановке [9, 13].

В случае решения геометрически нелинейной задачи матрицы элементов и векторы нагрузки получаются с использованием модифицированного вариационного принципа Лагранжа. Для уточнения перемещений $\{u\}$ на каждом временном шаге используется процедура Ньютона — Рафсона. Получаемая при этом матрица жесткости преобразуется к виду $[K] = \int\limits_V [P]^{\mathrm{T}}[D][P]\,dV + [S]$, где $[S]$ — матрица текущих напряжений Коши; $[P]$ — матрица в соотношениях, связывающих деформации и перемещения в деформированном состоянии. Матрицу $[P]$ можно представить в виде $[P] = [P_0] + [P_1(\{u\})]$, где $[P_0]$ — матрица, определяющая малые деформации; $[P_1(\{u\})]$ — матрица, зависящая от перемещений $\{u\}$. Модель анизотропной ползучести была протестирована на задаче о растяжении кубического образца [14].

3. Кручение пластины из изотропного сплава ВТ-20 при $T = 750$ °С. Эксперименты проводились для квадратных пластин (длина стороны $a = 170 \div 200$ мм) различной толщины ($h = 10 \div 25$ мм) из сплава ВТ-20. На рис. 1 показана пластина ($h = 17$ мм, 180×180 мм) с характерной линейчатой формой поверхности, в случае когда величина прогиба пластины сопоставима с ее толщиной. Линейчатая форма поверхности свидетельствует о том, что деформации в срединной поверхности незначительны и для расчета можно использовать метод 1. Несложно показать, что в предположении чистого изгиба кривизна χ_{12}, возникающая при кручении пластины, совпадает с кривизной диагонали пластины χ, при этом максимальное значение прогиба можно вычислить по формуле $w = \chi a^2/4$. Численное моделирование выполнено при $k = 1$ и следующих значениях констант: $n = 2{,}5$, $B = B_{11} = 8{,}89\cdot10^{-10}$ (МПа/м^2)$^{-n}\cdot$ с$^{-1}$ [10].

На рис. 2 представлены экспериментальные данные и результаты численных расчетов для образцов 1, 3, 4 с размерами $h \simeq 25$ мм, $a = 200$ мм и образца 2 с размерами $h = 17$ мм, $a = 180$ мм. Точками показаны экспериментальные значения кривизны диагонали пластины при кручении силами величиной $F = 2M = 2M_{12}$, приложенными в углах,

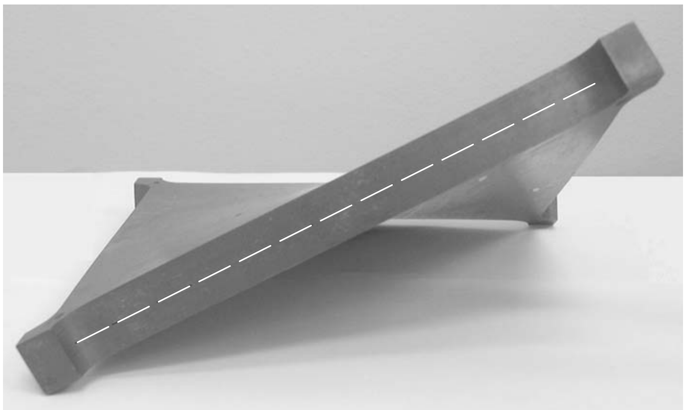

Рис. 1. Линейчатая поверхность пластины после кручения

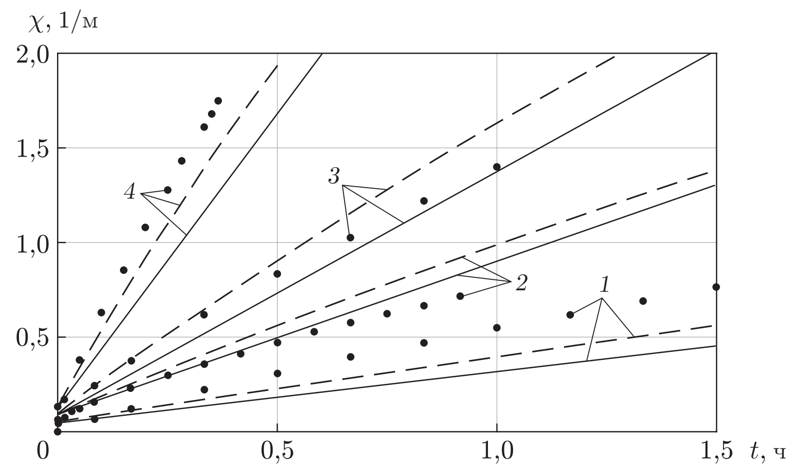

Рис. 2. Зависимость кривизны диагонали пластины от времени:
точки — экспериментальные данные, сплошные линии — расчет методом 1, штриховые — расчет методом 2; *1* — $M = 1284$ Н $\cdot$ м/м, $h = 25$ мм, *2* — $M = 791$ Н $\cdot$ м/м, $h = 17$ мм, *3* — $M = 2453$ Н $\cdot$ м/м, $h = 25{,}2$ мм, *4* — $M = 3422$ Н $\cdot$ м/м, $h = 25$ мм

сплошные линии — расчет методом 1, штриховые — расчет методом 2 с учетом геометрической нелинейности. Кривизна вычислялась по прогибу диагонали в центре на базе 100 мм. При проведении расчетов пластина разбивалась на шесть элементов по толщине. Экспериментальные данные и расчетные линии *1–4* соответствуют крутящему моменту $M = 1284$, 791, 2453, 3422 Н $\cdot$ м/м (толщина образцов равна $h = 25{,}0$; 17,0; 25,2; 25,0 мм), интенсивность напряжений в характеристической точке, вычисленная по формуле (8), составляет $\bar{\sigma}_i = \sqrt{3}\,\bar{\sigma}_{12} = 14{,}72$; 19,62; 27,68; 39,23 МПа соответственно. Значения кривизны, вычисленные методами 1 и 2, различаются на 5–10 %. Это объясняется тем, что для пластин большой толщины задачи кручения силами, приложенными в углах, и моментом, равномерно распределенным вдоль кромок [9], не являются эквивалентными, поскольку в условиях ползучести краевой эффект затухает медленнее, чем при упругом деформировании. В условиях, приближенных к чистому изгибу, влиянием краевого эффекта можно пренебречь и для расчетов использовать более простой и требующий меньших затрат времени при реализации метод 1.

На рис. 3 приведена зависимость интенсивности напряжений $\sigma_i = T/B^{1/(n+1)}$ от времени, полученная методом 2 с учетом геометрической нелинейности в узлах конечно-

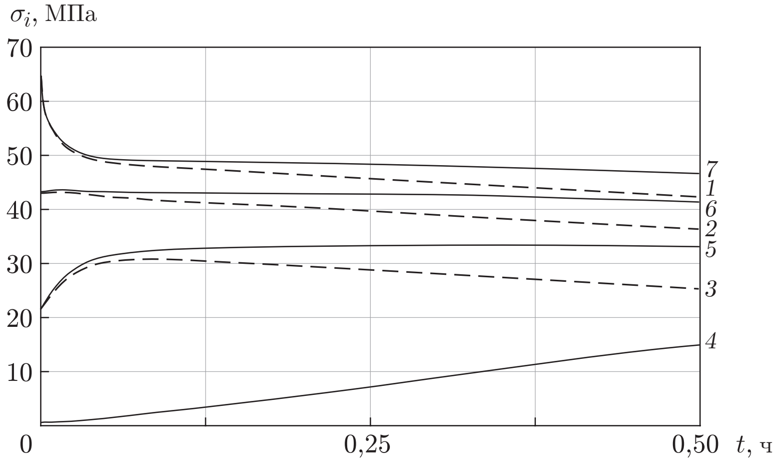

Рис. 3. Зависимость интенсивности напряжений от времени, полученная методом 2 с учетом геометрической нелинейности при $M = 3422$ Н · м/м в узлах $x_1 = x_2 = 30$ мм:
1 — $x_3 = -h/2$, *2* — $x_3 = -h/3$, *3* — $x_3 = -h/6$, *4* — $x_3 = 0$, *5* — $x_3 = h/6$, *6* — $x_3 = h/3$, *7* — $x_3 = h/2$

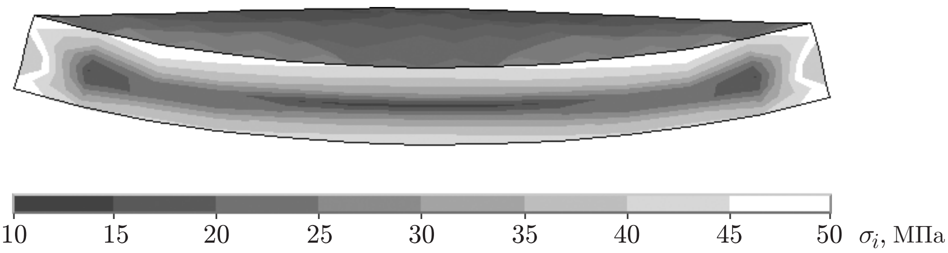

Рис. 4. Изолинии интенсивности напряжений в сечении вдоль диагонали пластины при $t = 0{,}5$ ч

элементной сетки $x_1 = x_2 = 30$ мм при $F = 2M$, $M = 3422$ Н · м/м. Линиями *2, 6* показана интенсивность напряжений в окрестности характеристических точек. Заметим, что осредненное значение, полученное методом 2, близко к значению $\bar{\sigma}_i = 39{,}23$ МПа, вычисленному по формуле (8). На рис. 3 видно, что в процессе деформирования происходит перераспределение напряжений по толщине пластины от начального упругого состояния до состояния развитых деформаций ползучести. Наблюдается уменьшение интенсивности напряжений вблизи поверхностей $x_3 = \pm h/2$ и ее увеличение при $x_3 = 0$. Монотонное убывание или возрастание интенсивности напряжений при больших значениях времени можно объяснить постепенным накоплением мембранных деформаций, а также смещением нейтральной поверхности. На рис. 4 показаны изолинии интенсивности напряжений в сечении вдоль одной из диагоналей пластины, проходящей через узлы с координатами $x_1 = x_2 = 30$ мм, при $t = 0{,}5$ ч, $M = 3422$ Н · м/м. Аналогичный расчет в геометрически линейной постановке методом 2 показал, что по мере развития деформаций ползучести интенсивность напряжений стремится к постоянной величине, зависящей от поперечной координаты $\sigma_i = C(x_3) = C(-x_3)$.

4. Кручение пластины из трансверсально-изотропного сплава 1163Т при $T = 400$ °С. На рис. 5 показана пластина из сплава марки 1163Т после деформирования (кручения) в течение 3 ч четырьмя силами $F = 2M = 900$ Н, приложенными в углах. Форма пластины существенно отличается от линейчатой. Образцы, вырезанные из плиты

Рис. 5. Форма пластины из сплава 1163Т после деформирования в течение 3 ч

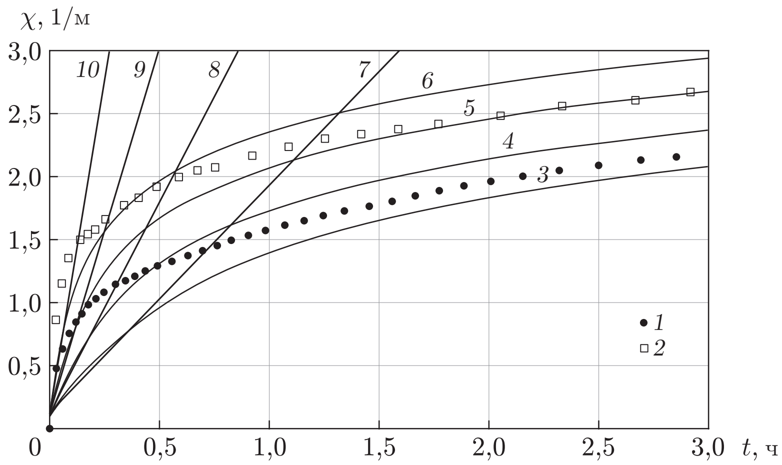

Рис. 6. Зависимость кривизны диагонали пластины из сплава марки 1163Т при кручении силами F, приложенными в углах, от времени:

точки *1*, *2* — экспериментальные данные, линии *3*–*6* — расчет методом 2, линии *7*–*10* — расчет методом 1; *1*, *3*, *4*, *7*, *8* — $F = 760$ Н (*3*, *7* — $k = 2{,}5$, *4*, *8* — $k = 1$); *2*, *5*, *6*, *9*, *10* — $F = 900$ Н (*5*, *9* — $k = 2{,}5$, *6*, *10* — $k = 1$)

толщиной 12 мм, имели размеры 180×180 мм, $h \simeq 10{,}4$ мм. "Коэффициент анизотропии", полученный в экспериментах, равен $k = 2{,}5$. Константы определяющих соотношений имели следующие значения: $n = 7$, $B = B_{11} = 6{,}57 \cdot 10^{-16}$ (МПа/м^2)$^{-n} \cdot$ с$^{-1}$ [15].

На рис. 6 приведена зависимость кривизны диагонали пластины из сплава 1163Т при кручении силами $F = 2M = 760$, 900 Н, приложенными в углах, от времени. Видно, что значения кривизны $\chi < 0{,}8$ 1/м, полученные методами 1 и 2, различаются несущественно, при $\chi > 0{,}8$ 1/м форма пластины постепенно отклоняется от линейчатой формы поверхности (см. рис. 5). Экспериментальные значения кривизны на участке $\chi < 0{,}8$ 1/м больше расчетных. Возможно, это обусловлено большей интенсивностью процесса деформирования, характеризующегося бо́льшими напряжениями при ползучести в начале процесса деформирования. Следует отметить, что определяющие соотношения с выбранными константами достаточно точно описывают деформирование материала в диапазоне 20 МПа $< \sigma_i <$ 30 МПа [15]. Высокий уровень напряжений наблюдался также для сплава марки ВТ20 при $t < 0{,}1$ ч (кривые *1* и *7* на рис. 3). При этом из результатов расчета балок при изгибе [10] следует, что определяющие соотношения с выбран-

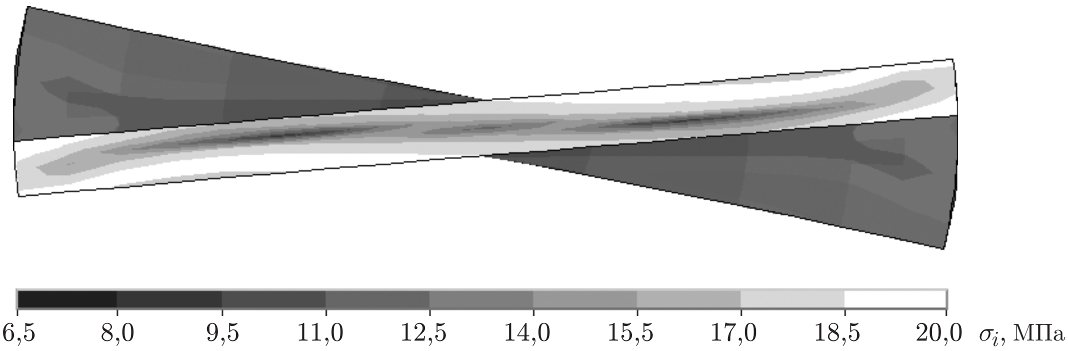

Рис. 7. Изолинии интенсивности напряжений в сечении, параллельном кромке пластины, на расстоянии от центра, равном 40 мм

Значения прогиба w в точке $x_1 = x_2 = 40$ мм, $x_3 = 0$ и кривизны диагонали пластины χ, вычисленной по этим прогибам

Метод расчета	h, м	M, Н·м/м	$t = 0$		$k = 1{,}0$, $t = 2$ ч		$k = 2{,}5$, $t = 2$ ч		$1 - \lambda$, %
			$w \cdot 10^4$, м	χ, м$^{-1}$	$w \cdot 10^3$, м	χ, м$^{-1}$	$w \cdot 10^3$, м	χ, м$^{-1}$	
1	0,0200	1250	—	0,048	—	1,642	—	0,916	45,5
2	0,0104	380	1,69	0,106	3,42	2,139	2,93	1,832	15,1
2	0,0040	50	3,73	0,233	1,80	1,126	1,61	1,008	13,2

ными константами достаточно точно описывают деформирование материала в диапазоне 20 МПа $< \sigma_i <$ 60 МПа, т. е. в течение всего процесса деформирования. На рис. 7 показаны изолинии интенсивности напряжений в сечении, параллельном кромке пластины, на расстоянии от центра, равном 40 мм, при этом деформации при $t = 2$ ч, $F = 760$ Н, $k = 1$ не превышают 2 %. Несимметричный характер распределения изолиний подтверждает наличие мембранных деформаций.

В таблице приведены расчетные значения прогиба w в точке $x_1 = x_2 = 40$ мм, $x_3 = 0$ и вычисленной по этому прогибу кривизны $\chi = \chi_{12}$ диагонали пластины при $t = 0$, 2 ч и $k = 1{,}0$; 2,5 для пластин различной толщины. Для сплава марки 1163Т в случае плоского напряженного состояния отношение кривизны пластины из трансверсально-изотропного материала ($k = 2{,}5$) к кривизне пластины из изотропного материала ($k = 1{,}0$) $\lambda = \chi(k)/\chi(1)$ составляет 0,55, т. е. вследствие анизотропии материала в направлении нормали при чистом изгибе кривизна уменьшается на 45 %. При увеличении прогиба, уменьшении толщины пластины и, следовательно, при увеличении мембранных деформаций влияние анизотропии материала в направлении нормали при деформировании пластины уменьшается, при этом $\lambda \simeq 0{,}8 \div 0{,}9$.

Поскольку в случае чистого изгиба пластины под действием постоянного момента в условиях установившейся ползучести $\chi(k)/\chi(1) = \dot\chi(k)/\dot\chi(1)$, верхнюю оценку $1-\lambda < 1-\lambda_*$ можно получить из формулы (7), вычислив отношение скоростей изменения кривизны для трансверсально-изотропного и изотропного материалов

$$\lambda_* = \frac{\dot\chi_{12}(k)}{\dot\chi_{12}(1)} = \Big(\frac{2}{3}\,\frac{k+2}{k+1}\Big)^{(n+1)/2}.$$

Для сплава марки 1163Т при $k = 2{,}5$ $\lambda_* = 0{,}54$, т. е. скорость изменения кривизны уменьшается на 46 %. Изложенный метод расчета в предположении чистого изгиба позволяет оценить влияние трансверсальной изотропии в направлении нормали на процесс деформирования пластины при ползучести.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Горев Б. В., Соснин О. В., Загарин Ю. В.** Технология процесса формообразования деталей двойной знакопеременной кривизны в режиме ползучести и устройство для его осуществления // Военная техника, вооружение и технологии двойного применения: Материалы 3-го Междунар. технол. конгресса, Омск, 7–10 июня 2005 г. Омск: Омский гос. ун-т, 2005. Ч. 1. С. 117–119.
2. **Соснин О. В., Горев Б. В., Раевская Г. А.** Обработка материалов давлением при медленных режимах деформирования // Новые материалы и технологии: Теория и практика упрочнения материалов в экстремальных процессах. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 1992. С. 168–181.
3. **Аннин Б. Д., Олейников А. И., Бормотин К. С.** Моделирование процессов формообразования панелей крыла самолета SSJ-100 // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 4. С. 155–165.
4. **Цвелодуб И. Ю.** Постулат устойчивости и его приложения в теории ползучести металлических материалов. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1991.
5. **Никитенко А. Ф.** Ползучесть и длительная прочность металлических материалов. Новосибирск: Новосиб. гос. архит.-строит. ун-т, 1997.
6. **Локощенко А. М.** Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. М.: Моск. гос. индустр. ун-т, 2007.
7. **Грязев М. В., Ларин С. Н., Яковлев С. С.** Оценка влияния анизотропии механических свойств заготовки на предельные возможности изотермического деформирования полусферических деталей в режиме ползучести // Изв. Тул. гос. ун-та. Техн. науки. 2011. № 2. С. 394–398.
8. **Соснин О. В.** Об анизотропной ползучести материалов // ПМТФ. 1965. № 6. С. 99–104.
9. **Работнов Ю. Н.** Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.
10. **Горев Б. В., Панамарев В. А.** Метод интегральных характеристик для расчетов изгиба элементов конструкций // Науч.-техн. ведомости С.-Петерб. гос. политехн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2013. Вып. 3. С. 268–273.
11. **Банщикова И. А.** Расчет пластин двойной кривизны из анизотропных сплавов при ползучести // Вестн. Нижегор. ун-та им. Н. И. Лобачевского. 2011. № 4, ч. 4. С. 1385–1387.
12. **Горев Б. В.** К оценке ползучести и длительной прочности элементов конструкций по методу характеристических параметров. Сообщ. 1 // Пробл. прочности. 1979. № 4. С. 30–36.
13. **Бойл Дж.** Анализ напряжений в конструкциях при ползучести / Дж. Бойл, Дж. Спенс. М.: Мир, 1986.
14. **Banshchikova I. A.** Modeling of anisotropic creep by using Hill's theory // Zb. radova konf. "Mathematical and informational technologies. 2009", Kopaoniku, Budvi, 28 avg. — 5 sept. 2009. Beograd: Univ. of Pristina (Kosovska Mitrovica, Serbia), 2010. S. 32–36.
15. **Банщикова И. А., Горев Б. В.** Кручение пластин с пониженной сопротивляемостью деформациям ползучести в направлении толщины // Тр. конф. "Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел — научное наследие Ю. Н. Работнова", Москва, 24–26 февр. 2014 г. М.: Ин-т машиноведения РАН, 2014. С. 23–28.

Поступила в редакцию 3/IV 2014 г.,
в окончательном варианте — 22/I 2015 г.