

**МАССООБМЕН В СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ  
НА ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СПИРАЛИ АРХИМЕДА  
С УЧЕТОМ ВХОДНОГО УЧАСТКА**

Н. М. Жаворонков, В. А. Малюсов, Н. С. Мочалова,  
Л. П. Холманов

(Щелково)

В работе [1] методом интегральных соотношений проведено исследование гидродинамики и массообмена в слое жидкости на вращающейся спирали Архимеда в отсутствие волнообразования. В данной работе методом работы [2, 3] проведено исследование гидродинамики и массообмена на входном участке в слое жидкости переменной толщины на вращающейся спирали Архимеда.

Рассматривается течение ламинарного слоя жидкости по внутренней поверхности вращающейся в горизонтальной плоскости с постоянной угловой скоростью  $\omega$  спирали Архимеда, уравнение которой в полярных координатах следующее:  $r = A\theta$ , где  $A > 0$ . Растекание пленки жидкости в канале, образованном спиралью Архимеда, происходит от центра (входной участок) к периферии. Пусть  $x$  означает длину дуги вдоль обтекаемой стенки спирального канала, причем начало координат  $(x, y)$  совпадает с плоскостью входного отверстия, а  $y$  — расстояние от стенки по нормали. Система координат связана с обтекаемой твердой поверхностью. Предполагается, что движение установившееся, потоки изотермичны, коэффициент диффузии — постоянная величина.

При этих предположениях задача описывается уравнениями Прандтля для пограничного слоя и уравнением конвективной диффузии

$$(1) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad -\frac{u^2}{R(x)} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0;$$

$$(2) \quad u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2},$$

где  $D$  — коэффициент диффузии;  $R(x) = A(\theta^2 + 1)^{3/2}/(\theta^2 + 2)$  — радиус кривизны спирали;  $F_x, F_y$  — проекции массовых сил на оси координат. Массовыми силами, действующими на частицы пленки жидкости, является центробежная  $F_{\text{ц}} = \omega^2 R(x)$  и кориолисова сила инерции  $F_{\text{к}} = 2[\mathbf{w} \times \mathbf{v}]$ , их проекции на оси координат имеют вид

$$F_x = \omega^2 R(x) \cos \alpha \pm 2\omega v, \quad F_y = -\omega^2 R(x) \sin \alpha \mp 2\omega u,$$

где верхний знак соответствует вращению спирали против часовой стрелки, нижний — вращению по часовой стрелке; угол  $\alpha$ , образованный вектором центробежной силы и положительным направлением касательной, связан с полярным углом  $\theta$  соотношениями

$$\sin \alpha = \theta/\sqrt{\theta^2 + 1}, \quad \cos \alpha = 1/\sqrt{\theta^2 + 1}.$$

Используем следующие граничные и начальные условия:

$$\begin{aligned} \text{при } y = 0 \quad u = 0, \quad v = 0, \quad c = 0, \\ \text{при } y = H(x) \quad \partial u/\partial y = 0, \quad p = \text{const}, \quad c = c_p, \\ \text{при } x = 0 \quad c = 0, \end{aligned}$$

причем уравнение поверхности  $H(x)$  определяется из решения системы уравнений (1), (2) с учетом кинематического условия на поверхности раздела

$$v = u dH/dx.$$

Проведем обезразмеривание системы уравнений (1), (2) с помощью следующих преобразований:

$$u = u_p \bar{u}, \quad y = \delta_p \bar{y}, \quad v = (u_p/\text{Re}) \bar{v}, \quad x = \delta_p \text{Re} \bar{x}, \quad c = c_p c,$$

где значение толщины пленки  $\delta_p$  на установившемся участке, найденное из решения системы уравнений (1), имеет вид

$$\delta_p = \sqrt[3]{\frac{3q\nu}{\omega^2 A}}.$$

В полученной системе уравнений в безразмерном виде перейдем от переменных  $(\bar{x}, \bar{y})$  к переменным  $(\theta, \bar{y})$ , когда  $d\bar{x} = \sqrt{\theta^2 + 1} d\theta / E_1 E_5 \text{Re}$ , где  $E_1 = \sqrt[3]{\text{Re}/\text{Ga}} = \delta_p/h_0$  — отношение толщины пограничного слоя к начальной толщине пленки жидкости  $h_0$ ;  $\text{Ga} = \omega^2 A h_0^3 / \nu^2$  — число Галлея;  $\text{Re} = 3q/\nu$  — модифицированное число Рейнольдса ( $q$  — расход пленки жидкости);  $E_5 = h_0/A$  — безразмерная характеристика спирали. Тогда система уравнений и граничные условия в координатах  $(\theta, \bar{y})$ , описывающие движение тонкого слоя по внутренней поверхности спирального канала, примут вид (черточки опущены)

$$(3) \quad \frac{E_5 E_1 \text{Re}}{\sqrt{\theta^2 + 1}} u \frac{\partial u}{\partial \theta} + v \frac{\partial u}{\partial y} = F_x - \frac{E_5 E_1 \text{Re}}{\sqrt{\theta^2 + 1}} \frac{\partial p}{\partial \theta} + 3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2},$$

$$- E_5 E_1 \frac{u^2}{R(x)} = F_y - \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{E_5 E_1 \text{Re}}{\sqrt{\theta^2 + 1}} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

$$F_x = 9 \frac{\theta^2 + 1}{\theta^2 + 2} + \frac{6 \text{Ga}^{1/2} E_5^{1/2} E_1^2}{\text{Re}} v,$$

$$F_y = - \frac{9}{\text{Re}} \theta \frac{\theta^2 + 1}{\theta^2 + 2} + \frac{6 \text{Ga}^{1/2} E_5^{1/2} E_1^2}{\text{Re}} u;$$

$$(4) \quad \frac{E_5 E_1 \text{Re}}{\sqrt{\theta^2 + 1}} u \frac{\partial c}{\partial \theta} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{3}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 c}{\partial y^2};$$

$$(5) \quad \text{при } y = 0 \quad u = v = 0, \quad c = 0,$$

$$\text{при } y = \frac{H(x)}{\delta_p} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0, \quad c = 1.$$

Для решения задачи применим метод поверхностей равного расхода, относящийся к группе коллокационных методов [2]. Введем в поле течения линии  $y_k = y_k(x)$  и обозначим

$$u_k(x) = u[x, y_k(x)]; \quad v_k(x) = v[x, y_k(x)]; \quad c_k(x) = c[x, y_k(x)].$$

Поставим целью свести задачу о развитии течения к численному определению функций  $u_k(x)$ ,  $v_k(x)$  и межфазной поверхности  $H(x)$ . Определим  $y_k$  как линии равного расхода, тогда  $u_k(x)$  и  $v_k(x)$  связаны между собой соотношением

$$(6) \quad v_k = \frac{E_5 E_1 \text{Re}}{\sqrt{\theta^2 + 1}} u_k(x) \frac{dy_k}{d\theta},$$

вытекающим из условия сохранения расхода и уравнения неразрывности. Кроме того, уравнение неразрывности равносильно системе уравнений

$$\int_{y_{k-1}(x)}^{y_k(x)} u dy = \text{const}_k, \quad k = 2, 3, \dots, N.$$

Вычисляя эти интегралы по формуле трапеций с равномерной по переменной  $\theta$  оценкой погрешности, имеющей третий порядок малости  $O_\varepsilon = \left\{ \max_k [y_k - y_{k-1}] \right\}^3$ , получим систему линейных алгебраических уравнений вида

$$(7) \quad (y_k(x) - y_{k-1}(x))(u_k(x) + u_{k-1}(x)) = \text{const}_k + O_\varepsilon.$$

После дифференцирования обеих частей (7) по  $\theta$  получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для определения поверхностей равного расхода  $y_k(x)$

$$(8) \quad \frac{dy_k}{d\theta} - \frac{dy_{k-1}}{d\theta} = \frac{y_k - y_{k-1}}{u_k + u_{k-1}} \left( \frac{du_k}{d\theta} + \frac{du_{k-1}}{d\theta} \right).$$

Производные по независимой переменной  $\theta$  имеют вид

$$(9) \quad \frac{d\varphi_k}{d\theta} = \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{dy}{d\theta} \right]_{y=y_k},$$

где  $\varphi_k = u_k, p_k, c_k$ .

Выражая из (9)  $\partial \varphi_k / \partial \theta$  и подставляя их в уравнения (3), (4), учитывая при этом соотношение (6), сведем данную задачу к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$(10) \quad \frac{E5 E1 \text{ Re}}{\sqrt{\theta^2 + 1}} u_k \frac{du_k}{d\theta} - F_{xk} - \frac{E5 E1 \text{ Re}}{\sqrt{\theta^2 + 1}} \left[ \frac{dp_k}{d\theta} - \frac{\partial p_k}{\partial y} \frac{dy_k}{d\theta} \right] + 3 \frac{\partial^2 u_k}{\partial y_k^2};$$

$$(11) \quad \frac{dp_k}{d\theta} = \frac{dp_{k-1}}{d\theta} + \frac{dM_k}{d\theta};$$

$$(12) \quad \frac{E5 E1 \text{ Re}}{\sqrt{\theta^2 + 1}} u_k \frac{dc_k}{d\theta} = \frac{3}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 c_k}{\partial y_k^2};$$

где

$$M_k(\theta) = \int_{y_{k-1}}^{y_k} \left( E5 E1 \frac{u^2}{R(\theta)} + F_y \right) dy;$$

$$\frac{\partial p_k}{\partial y_k} = F_{yk} + E5 E1 \frac{u_k^2}{R(\theta)}, \quad k = 2, 3, \dots, N.$$

Для вычисления вторых производных по  $y$  в уравнениях (10), (12) сеточные решения  $u_k$  и  $c_k$  представим в виде разложения в ряд по полной системе базисных функций, удовлетворяющих однородным граничным условиям (5). В данной работе система базисных функций для скорости и концентрации выбиралась соответственно в виде

$$V_{kj}(x) = \left( \frac{j+1}{j} - \eta_k \right) \eta_k^j, \quad K1_{kj}(x) = \frac{1}{2} (\eta_k^j - \eta_k^{j+1}) + \eta_k^{j+1},$$

а также применялись ортогональные полиномы Чебышева первого рода в виде

$$V_{kj}(x) = T_{j+1}(\eta_k) - T_{j+1}(0) - [T_j(\eta_k) - T_j(0)] \left( \frac{j+1}{j} \right)^2,$$

$$K1_{kj}(x) = [T_{j+1}'(\eta_k) + T_{j+1}'(0)] (2\eta_k^2 - [\eta_k^2 - 1]),$$

всюду в этих формулах

$$\eta_k(x) = y_k(x)/H(x), \quad j = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, N.$$

Заметного отличия в результатах расчетов при использовании различных систем базисных функций не наблюдалось. Однако требуемая точность при применении полиномов Чебышева достигалась меньшим числом членов.

Решения  $u_k(x)$  и  $c_k(x)$  представлялись в виде

$$u_k(x) = \sum_{j=1}^N A_j(x) V_{kj}(x),$$

$$c_k(x) = \sum_{j=1}^N A1_j(x) K1_{kj}(x),$$

$$j = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, N,$$

справедливым при произвольных значениях независимой переменной  $x$ . Эта система линейных алгебраических уравнений используется для определения коэффициентов разложения  $A_j(x)$ ,  $A1_j(x)$ , которые участвуют в вычислении вторых производных по  $y$  на  $k$ -й координатной поверхности  $\partial^2 u_k / \partial y_k^2$  и  $\partial^2 c_k / \partial y_k^2$ .

Систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (8), (10) — (12) решали методом Рунге — Кутты. В связи с тем, что в задаче есть неопределенная величина  $dP_1/d\theta$ , процесс определения правых частей системы дифференциальных уравнений (8), (10) — (12) разбивался на два этапа:

1) вычисление прогоночных коэффициентов и вычисление по ним неизвестного граничного условия; 2) вычисление собственно правых частей. С этой целью система уравнений (8), (10) — (12) приводилась к виду

$$(13) \quad \frac{du_k}{d\theta} + L_k \frac{dp_k}{d\theta} + N_k \frac{dy_k}{d\theta} = R_k,$$

$$\frac{dy_k}{d\theta} - \frac{dy_{k-1}}{d\theta} + S_k \frac{du_k}{d\theta} + S_k \frac{du_{k-1}}{d\theta} = 0,$$

$$\frac{dp_k}{d\theta} - \frac{dp_{k-1}}{d\theta} + Q_k \frac{du_k}{d\theta} + T_k \frac{du_{k-1}}{d\theta} = \Omega_k, \quad k = 2, \dots, N,$$

$$L_k = \frac{1}{u_k}, \quad N_k = \frac{1}{u_k} \left( \frac{9}{\text{Re}} \theta \frac{\theta^2 + 1}{\theta^2 + 2} - \frac{\text{E5 E1} (\theta^2 + 2)}{(\theta^2 + 1)^{3/2}} u_k^2 \right),$$

$$R_k = \frac{9}{\text{E5 E1 Re } u_k} \frac{(\theta^2 + 1)^{3/2}}{(\theta^2 + 2)} + \frac{3 \sqrt{\theta^2 + 1}}{\text{E5 E1 Re } u_k} \frac{\partial^2 u_k}{\partial y_k^2}, \quad S_k = \frac{y_k - y_{k-1}}{u_k + u_{k-1}},$$

$$Q_k = \frac{y_k - y_{k-1}}{u_k + u_{k-1}} \left[ (u_k^2 + u_{k-1}^2) \frac{\text{E5 E1} (\theta^2 + 2)}{2 (\theta^2 + 1)^{3/2}} - \frac{9}{\text{Re}} \theta \frac{\theta^2 + 1}{\theta^2 + 2} \mp \right.$$

$$\left. \mp \frac{3 \text{Ga}^{1/2} \text{E5}^{1/2} \text{E1}^2}{\text{Re}} (u_k + u_{k-1}) \right] - (y_k - y_{k-1}) \left[ u_k \frac{\text{E5 E1} (\theta^2 + 2)}{(\theta^2 + 1)^{3/2}} \mp \frac{3 \text{Ga}^{1/2} \text{E5}^{1/2} \text{E1}^2}{\text{Re}} \right],$$

$$T_k = \frac{y_k - y_{k-1}}{u_k + u_{k-1}} \left[ (u_k^2 + u_{k-1}^2) \frac{E5 E1 (\theta^2 + 2)}{2 (\theta^2 + 1)^{3/2}} - \frac{9}{\text{Re}} \theta \frac{\theta^2 + 1}{\theta^2 + 2} \mp \frac{3 \text{Ga}^{1/2} E5^{1/2} E1^2}{\text{Re}} \times \right. \\ \left. \times (u_k + u_{k-1}) \right] - (y_k - y_{k-1}) \left[ u_{k-1} \frac{E5 E1 (\theta^2 + 2)}{(\theta^2 + 1)^{3/2}} \mp \frac{3 \text{Ga}^{1/2} E5^{1/2} E1^2}{\text{Re}} \right], \\ \Omega_k = (y_{k-1} - y_k) \left[ (u_k^2 + u_{k-1}^2) \frac{E5 E1 \theta (\theta^2 + 4)}{2 (\theta^2 + 1)^{5/2}} + \frac{9}{\text{Re}} \frac{\theta^4 + 5\theta^2 + 2}{(\theta^2 + 2)^2} \right].$$

Представим искомые функции  $du_k/d\theta$ ,  $dy_k/d\theta$ ,  $dp_k/d\theta$  в виде прогоночных соотношений

$$du_k/d\theta = U_k + \hat{U}_k dp_1/d\theta, \quad dy_k/d\theta = Y_k + \hat{Y}_k dp_1/d\theta, \\ dp_k/d\theta = P_k + \hat{P}_k dp_1/d\theta.$$

Подставляя эти выражения в (13) и считая, что  $U_{k-1}$ ,  $\hat{U}_{k-1}$ ,  $Y_{k-1}$ ,  $\hat{Y}_{k-1}$ ,  $P_{k-1}$ ,  $\hat{P}_{k-1}$  известны, получим явные выражения прогоночных коэффициентов в виде следующих рекуррентных соотношений:

$$(14) \quad U_k = [R_k - N_k(Y_{k-1} - S_k U_{k-1}) - L_k(\Omega_k + P_{k-1} - \\ - T_k U_{k-1})] / (1 - L_k Q_k - N_k S_k), \\ \hat{U}_k = [N_k(S_k \hat{U}_{k-1} - \hat{Y}_{k-1}) + L_k(T_k \hat{U}_{k-1} - \hat{P}_{k-1})] / (1 - L_k Q_k - \\ - N_k S_k), \\ Y_k = -S_k U_{k-1} + Y_{k-1} - S_k U_k, \\ \hat{Y}_k = -S_k \hat{U}_{k-1} + \hat{Y}_{k-1} - S_k \hat{U}_k, \\ P_k = \Omega_k + P_{k-1} - T_k U_{k-1} - Q_k U_k, \\ \hat{P}_k = \hat{P}_{k-1} - T_k \hat{U}_{k-1} - Q_k \hat{U}_k.$$

Из условия

$$(15) \quad dU_1/d\theta = dy_1/d\theta = dp_N/d\theta = 0$$

и из системы уравнений (13) находим значения прогоночных коэффициентов при  $k = 2$

$$\{ U_2 = (R_2 - L_2 \Omega_2) / (1 - L_2 Q_2 - N_2 S_2), \quad \hat{U}_2 = -L_2 / (1 - L_2 Q_2 - N_2 S_2), \\ Y_2 = -S_2 U_2, \quad \hat{Y}_2 = -S_2 \hat{U}_2, \quad P_2 = \Omega_2 - Q_2 U_2, \quad \hat{P}_2 = 1 - Q_2 \hat{U}_2.$$

Далее, пользуясь соотношениями (14), находим значения прогоночных коэффициентов при любом  $k$ . В частности, при  $k = N$  имеем  $dp_N/d\theta = P_N + \hat{P}_N dp_1/d\theta$ , но  $dp_N/d\theta$  известно из (15), следовательно,  $dp_1/d\theta = (dp_N/d\theta - P_N) / \hat{P}_N$ . Затем обратной прогонкой вычисляем значения правых частей системы дифференциальных уравнений (13).

После определения поля скоростей  $u_k$  также методом Рунге — Кутты решалась система дифференциальных уравнений для определения концентрации в слое жидкости.

Для расчета коэффициента массоотдачи в пленку жидкости используем равенство

$$(16) \quad D \left( \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y=y_N} = \frac{d}{dx} \int_0^{y_N} u c dy,$$

которое получено после интегрирования уравнения конвективной диффузии поперек пленки жидкости переменной толщины с учетом равенства (6) на поверхности раздела.

Усреднив выражение (16) по продольной координате на участке с характерной длиной  $L$ , получим

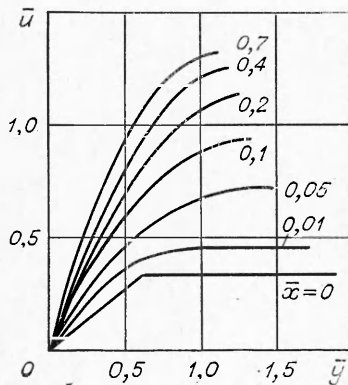
$$(17) \quad \frac{1}{L} \int_0^L D \left( \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y=y_N} dx = \frac{1}{L} \int_0^L \left[ \frac{d}{dx} \int_0^{y_N} u c dy \right] dx.$$

После усреднения обеих частей равенства (17) по поверхности контакта, вычисления интеграла с учетом граничного условия (5) и обезразмеривания вида  $x = \delta_p \text{Re Pr} \bar{x}$  получим выражение для среднего коэффициента массоотдачи в пленку жидкости

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{L c_p} \int_0^L D \left( \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y=y_N} dx = \frac{1}{L c_p} \left[ \int_0^{y_N} u c dy \right]_{x=L} = \\ &= \frac{u_p \delta_p}{L} \left[ \int_0^{\bar{y}_N} \bar{u} \bar{c} dy \right]_{\bar{x}=\frac{L}{\delta_p \text{Re Pr}}} = \frac{u_p \delta_p}{L} HT \Big|_{\bar{x}=\frac{L}{\delta_p \text{Re Pr}}}. \end{aligned}$$

Алгоритм, изложенный выше, был применен для расчета на входном участке поля скоростей, концентраций, поверхности раздела, касательного напряжения на стенке спирального канала в зависимости от ширины щели, числа  $\text{Re}$  и конструктивного параметра спирали  $E5$ .

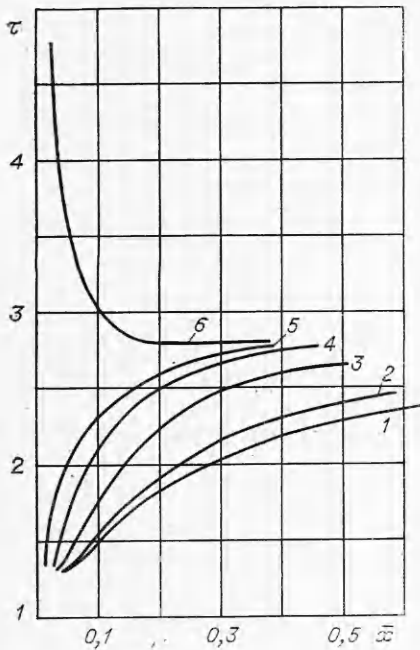
На фиг. 1 представлен характерный вид развития профиля скорости в пленке жидкости в различных ее сечениях для  $\text{Re} = 100$ ;  $E5 = 0,1$ ;  $E1 = 1/3$ . На фиг. 2 представлена характерная зависимость локального касательного напряжения  $\tau$  от безразмерной длины спирали для  $\text{Re} = 300$ ;  $E5 = 0,1$ ;  $1 - E1 = 0,1$ ;  $2 - 1/7$ ;  $3 - 1/3$ ;  $4 - 2/3$ ;  $5 - 1$ ;  $6 - 2$ ; видно, что наблюдается резкая зависимость касательного напряжения в области около кромки пленочного распределителя, причем для  $\delta_p/h_0 > 1$  оно падает около кромки пленочного распределителя, а для  $\delta_p/h_0 < 1$  — возрастает. На фиг. 3 представлена зависимость локального



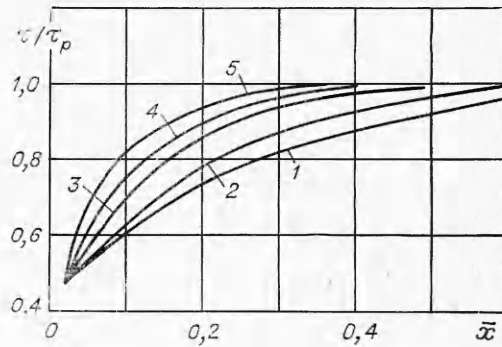
Фиг. 1

касательного напряжения, отнесенного к касательному напряжению на установившемся участке от безразмерной длины спирали для  $\text{Re} = 300$ ;  $E5 = 0,1$ ;  $1 - E1 = 0,1$ ;  $2 - 1/7$ ;  $3 - 1/3$ ;  $4 - 2/3$ ;  $5 - 1$ ; видно, что отношение  $\tau/\tau_p$  для  $\delta_p/h_0 < 1$  возрастает с расстоянием от кромки пленочного распределителя. Безразмерное расстояние  $\bar{x}$ , на котором отношение  $\tau/\tau_p$  стремится к единице, зависит от величины  $E1$ , с уменьшением  $E1$  оно возрастает.

Из сравнения результатов расчета скорости и касательного напряжения в пленке жидкости, гравитационно стекающей по вертикальному каналу [3], и на вращающейся спирали Архимеда можно отметить, что в обоих случаях развитие этих величин имеет один и тот же характер.



Ф и г. 2



Ф и г. 3

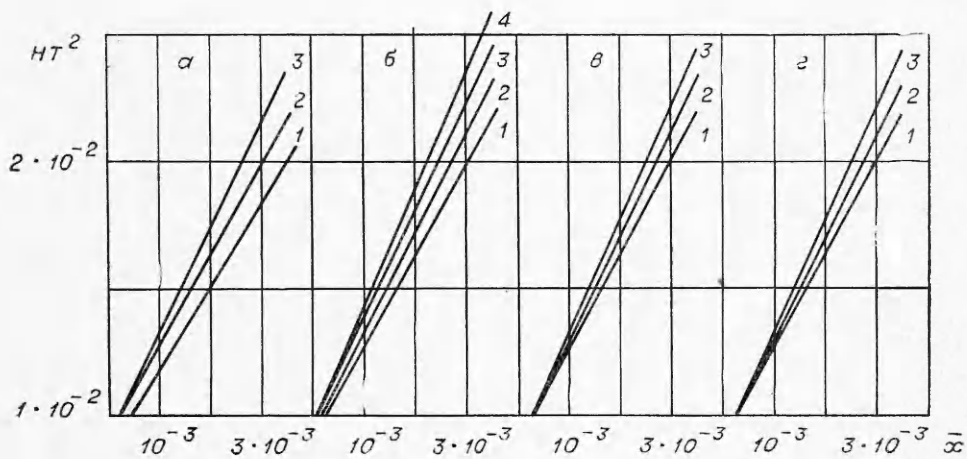
На фиг. 4, а — г показан характерный вид зависимости величины  $HT^2$  от безразмерной длины спирали для а —  $Re = 100$ ,  $E5 = 0,1$ ,  $E1 = 0,1$ ,  $1 - Pr = 100$ ,  $2 - 300$ ,  $3 - 1000$ ; б —  $Re = 100$ ,  $E5 = 0,1$ ,  $Pr = 300$ ,  $1 - E1 = 0,1$ ,  $2 - 0,4$ ,  $3 - 1$ ,  $4 - 1,6$ ; в —  $Re = 100$ ,  $E1 = 0,1$ ,  $Pr = 300$ ,  $1 - E5 = 0,1$ ,  $2 = 0,5$ ,  $3 - 1$ ; г —  $E5 = 0,1$ ,  $Pr = 300$ ,

$E1 = 0,1$ ,  $1 - Re = 100$ ,  $2 - 500$ ,  $3 - 1000$ . Видно, что большим значениям  $E1$ ,  $E5$ ,  $Re$ ,  $Pr$  соответствуют и большие значения  $HT^2$ . Влияние этих параметров на величину отрезка, отсекаемого от оси  $HT^2$ , незначительно, она колеблется от  $0,85 \cdot 10^{-2}$  до  $10^{-2}$ , поэтому за величину отрезка можно принять  $0,009$ .

Величина  $HT^2$  аппроксимируется следующим выражением:

$$(18) \quad HT^2 = (3,5 + 0,7E1 + 1,2E5 + 0,001Re + 0,0007Pr)\bar{x} + 0,009,$$

точность которого в исследованном интервале параметров составляет



Ф и г. 4



около 5%. Формула для среднего коэффициента массоотдачи в жидкую фазу с учетом (18) принимает вид

$$\beta = \frac{u_p^{1/2} D^{1/2}}{L^{1/2} \nu^{1/2}} \sqrt{3,5 + 0,7 E_1 + 1,2 E_5 + 0,001 Re + 0,0007 Pr + 0,009 \frac{\delta_p Re Pr}{L}}$$

Поступила 1 XI 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мочалова Н. С., Холпанов Л. П., Шкадов В. Я. Исследование гидродинамики и массообмена в слое жидкости на вращающейся поверхности.—«Инж.-физ. журн.», 1973, т. XXV, № 4.
2. Епихин В. Е., Жаворонков Н. М., Малюсов В. А., Мочалова Н. С., Холпанов Л. П., Шкадов В. Я. Гидродинамика с поверхностями раздела.— В кн.: Аннотация доклада IV Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике. Киев, «Наукова думка», 1976.
3. Холпанов Л. П., Шкадов В. Я., Малюсов В. А., Жаворонков Н. М. Массообмен в пленке жидкости на вертикальной поверхности с учетом входного участка.— ТОХТ, 1976, т. X, № 5.

УДК 536.25 : 620.186.2

### КОНЦЕНТРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЗАТВЕРДЕВАЮЩЕМ РАСПЛАВЕ

*П. Ф. Завгородний, В. И. Колесник, И. Л. Повх,  
Г. М. Севостьянов*

(Донецк)

До настоящего времени в качестве одной из основных причин перемешивания жидкого ядра твердеющего расплава рассматривалась тепловая гравитационная конвекция. Вместе с тем следует ожидать, что возникающая в процессе затвердевания неодинакового по своему составу расплава концентрационная неоднородность также оказывает существенное влияние на процесс перемешивания жидкого ядра твердеющего расплава.

Для построения математической модели концентрационной конвекции рассматривалась прямоугольная область с размерами вертикального поперечного сечения  $L_1 \times L_2$ , полубесконечная вдоль горизонтальной координаты, нормальной к плоскости сечения. Вдоль горизонтального размера  $L_1$  — координата  $\eta_1(\zeta_1)$ , вдоль вертикального  $L_2$  — координата  $\eta_2(\zeta_2)$ .

Область заполнена расплавом с начальным содержанием примеси  $C_0$ . Начальная температура расплава  $T_0$  существенно близка к температуре кристаллизации  $T_R$ . Начальное состояние — состояние покоя с равномерным распределением примеси и температурой по сечению области.

Границу затвердевания считаем плоской, разделяющей непосредственно твердую и жидкую фазы. Закон продвижения границы фазового