

ЛИТЕРАТУРА

1. Watt W. S. Carbon monoxide gas dynamic laser.— Appl. Phys. Lett., 1971, vol. 18, N 11.
2. McKenzil R. L. Laser power at 5 μ from the supersonic expansion of carbon monoxide.— Appl. Phys. Lett., 1970, vol. 17, N 10.
3. Белавин В. А., Абросимов Г. В. и др. Коэффициент усиления слабого сигнала в газодинамическом СО-лазере.— ЖТФ, 1977, т. 47, вып. 3.
4. Андронов Г. А., Армер А. Г. и др. Газодинамический лазер на смеси СО—Аг.— Квант. электроника, 1977, т. 4, № 8.
5. Александров Б. С., Андронов Г. А. и др. Исследование энергетических характеристик рабочих сред СО-ГДЛ.— ТВТ, 1978, т. 16, вып. 5.
6. Гавриков В. Ф., Дронов А. П. и др. Газодинамический лазер на окиси углерода.— Квант. электроника, 1974, т. 1, № 1.
7. Гавриков В. Ф., Дронов А. П. и др. Экспериментальное исследование ГДЛ на смесях СО с инертными газами.— Квант. электроника, 1975, т. 2, № 1.
8. Rich J. W. Kinetic modeling of the high-power carbon monoxide laser.— J. Appl. Phys., 1971, vol. 42, N 7.
9. Nanbu K. Vibrational relaxation of anharmonic oscillation in expansion nozzles.— J. Phys. Soc. Japan, 1976, vol. 40, N 5.
10. Гавриков В. Ф., Дронов А. П. и др. Колебательная релаксация окиси углерода в сверхзвуковых соплах.— Квант. электроника, 1976, т. 3, № 7.
11. Василюк Н. Я., Вахненко В. А. и др. Энергетические характеристики газодинамического лазера на окиси углерода.— ПМТФ, 1978, № 5.
12. Williams D., Wenstrand D. C. et al. Collisional broadening of infra-red absorptions lines.— Molecular Physics, 1971, vol. 20, N 5.
13. Hunt R. H., Tath R. A., Plyler E. K. High-resolution determination of the width of self-broadened lines of carbon monoxide.— J. Chem. Phys., 1968, vol. 49, N 9.
14. Басов Н. Г., Долинина В. И. и др. Теоретическое исследование генерационных характеристик электроионизационного СО-лазера. Препринт ФИАН СССР, 1976, № 1.
15. Конев Ю. Б., Кочетов И. В. и др. Анализ кинетических процессов, определяющих параметры СО-лазеров. Препринт Ин-та атомной энергии, 1977, № 2821.

УДК 533.6.671; 533.6.011.3

К ВОПРОСУ О ПОДОБИИ ТЕЧЕНИЙ СПОНТАННО КОНДЕНСИРУЮЩЕГОСЯ ГАЗА В СВЕРХЗВУКОВЫХ СОПЛАХ

А. В. Чиризин

(Жуковский)

Вопросы подобия течений релаксирующих сред имеют особое значение в связи с чрезвычайной сложностью таких процессов. При этом традиционный метод выделения безразмерных комбинаций — параметров подобия — может оказаться малоэффективным. Такая ситуация возникает, когда необходимо одновременно удовлетворить большому количеству критериев, что зачастую делает невозможным точное моделирование явлений. В связи с этим более плодотворным может оказаться поиск условий приближенного или частичного моделирования, а также различных корреляционных зависимостей.

Одним из примеров релаксирующих сред являются двухфазные среды, общие условия подобия течений которых получены в [1]. Эта система параметров в сочетании с эмпирическими данными о некоторых особенностях явления применена в [2, 3] для случая спонтанной конденсации при стационарном и нестационарном течении переохлажденного пара. Сформулированное в [2, 3] полуэмпирическое подобие можно уточнить, если рассмотреть вопрос о граничных условиях и формах сопл, допускающих точное моделирование течений. С другой стороны, множество подобных течений можно расширить, пересмотрев с позиции точного моделирования принцип энтропийной корреляции скачков конденсации [4].

1. Спонтанная конденсация реального газа при его течении в соплах относится к сложным явлениям, особенности которого в ряде случаев изучены недостаточно. К ним можно отнести конденсацию в высокоскоростных сильно переохлажденных потоках, конденсацию газа с неравновесным состоянием внутренних степеней свободы молекул, конденсацию в многокомпонентной среде и т. д.

В связи с этим ограничимся анализом наиболее простой и широко применяемой модели, основанной на теории Френкеля — Зельдовича.

Сделаем следующие предположения:

- 1) система является адиабатической;
- 2) течение в целом может быть как стационарным, так и нестационарным, скольжение фаз отсутствует;
- 3) конденсирующийся газ является термически и калорически совершенным;
- 4) процесс ядрообразования протекает квазистационарно;
- 5) конденсат однородно распределен в газовой фазе;
- 6) капли имеют сферическую форму, скорость их роста не зависит от размера, их температура равна температуре насыщения при заданном давлении окружающего газа, а теплообменом между фазами можно пренебречь;

7) температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения определяется соотношением Этвеша и Рамзая — Шилда [1], а плотность жидкой фазы и теплота парообразования постоянны.

Согласно изложенному, для описания течения двухфазной среды в канале заданной формы применима следующая система безразмерных уравнений:

$$(1.1) \quad \text{Sh} F \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u F}{\partial x} = 0, \quad \text{Sh} \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \text{Eu} \frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$

$$\text{Sh} \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(e + \text{Eu} \frac{p}{\rho} \right) + \rho u \frac{\partial}{\partial x} \left(e + \text{Eu} \frac{p}{\rho} \right) = \text{Sh} \text{Eu} \frac{\partial F}{\partial t} + \text{Eu} \rho u \frac{\partial p}{\partial x};$$

$$(1.2) \quad \text{Sh} \frac{\partial y}{\partial t} + u \frac{\partial y}{\partial x} = I_1 \left(\frac{4}{3} \pi I_2^3 \frac{J}{\rho} r_*^3 + 4\pi r \Omega_2 \right),$$

$$\text{Sh} \frac{\partial \Omega_2}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega_2}{\partial x} = I_2 \left(I_2^2 \frac{J}{\rho} r_*^2 + 2r \Omega_1 \right),$$

$$\text{Sh} \frac{\partial \Omega_1}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega_1}{\partial x} = I_3 \left(I_2 \frac{J}{\rho} r_* + r \Omega_0 \right),$$

$$\text{Sh} \frac{\partial \Omega_0}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega_0}{\partial x} = I_3 \frac{J}{\rho};$$

$$(1.3) \quad F = \frac{F^0}{F_c} = f(x),$$

$$p = \rho_n T, \quad e = \frac{1}{\kappa - 1} T - y I_4 I_5, \quad y = 1 - \frac{\rho_n}{\rho},$$

$$J = \rho_n^2 (I_4 - T)^{1/2} \exp \left[-\beta I_6 r_*^2 (I_4 - T) \right],$$

$$r_* = \frac{I_4 - T}{T \ln \frac{p}{p_s}}, \quad \dot{r} = \alpha T^{1/2} \left[1 - \left(\frac{T}{T_s} \right)^{1/2} \right],$$

$$\ln p_s(T) = I_4 I_5 (1 - T^{-1}),$$

$$\text{Sh} = \frac{l_c}{\tau u_{c0}}, \quad \text{Eu} = \frac{p_c}{\rho_c u_{c0}^2}, \quad u_{c0} = (RT_c)^{1/2},$$

$$I_1 = \frac{\rho_0 J_c l_c^4}{\rho_c u_{c0}}, \quad J_c = \frac{\rho_c^2}{\rho_0} \left(\frac{2\sigma_* N_A^3}{\pi \mu^3} \right)^{1/2},$$

$$I_2 = \frac{r_c}{l_c} = \frac{2\sigma_*}{\rho_0 R l_c}, \quad I_3 = \frac{U}{u_{c0}}, \quad U = \frac{p_c}{\rho_0 (2\pi R T_c)^{1/2}},$$

$$I_4 = \frac{T^*}{T_c}, \quad I_5 = \frac{L}{RT^*}, \quad I_6 = \frac{16 \pi \sigma_*^3}{3 \rho_0^2 k R^2},$$

где ρ — плотность двухфазной среды; ρ_n — плотность газовой фазы; p — давление; T — температура; u — скорость; e — внутренняя энергия; y — степень конденсации; J — скорость ядрообразования; \dot{r} — ско-

рость роста капли; r_* — размер ядра конденсации; $p_s(T)$ — давление насыщения; F — площадь струйки тока; x — координата; t — время; τ — характерное время нестационарного процесса; l_c — характерный размер; ρ_0 — плотность жидкой фазы; L — теплота парообразования; R — газовая постоянная; k — постоянная Больцмана; κ — показатель адиабаты; N^A — число Авогадро; μ — молекулярный вес; T^* — критическая температура; σ_* — коэффициент в соотношении Этвеша и Рамзея — Шилда для поверхностного натяжения; α — коэффициент конденсации; β — множитель, корректирующий энергию ядрообразования. В систему газодинамических уравнений (1.1) входят параметры подобия: Sh — число Струхала, Eu — число Эйлера. В систему уравнений кинетики фазового перехода (1.2) входят параметры I_{1-6} , связанные с процессом спонтанной конденсации. Индексом s отмечены характерные масштабы соответствующих газодинамических величин. При этом параметр I_1 является отношением характерного потока конденсации к характерному газодинамическому потоку, I_2 — отношением характерного размера ядра конденсации к характерному газодинамическому размеру l_c , I_3 — отношением характерной скорости роста капель U к характерной газодинамической скорости u_{c0} . Параметры $I_{5,6}$ определяются теплофизическими свойствами вещества, а роль параметра I_4 прояснится после определения масштабов газодинамических параметров.

Система уравнений (1.1) — (1.3) имеет смысл, начиная от состояния насыщения, в котором должны быть заданы граничные и начальные условия для ее решения. В общем случае решение системы (1.1) — (1.3) и при стационарных граничных условиях может иметь автоколебательный характер, обусловленный возникновением нестационарной ударной волны [3]. При реализации такого состояния характерный масштаб нестационарного процесса τ будет зависеть от граничных условий и установить его можно, лишь получив соответствующее решение. В связи с этим на данном этапе ограничимся анализом стационарного приближения системы (1.1) — (1.3).

Предположим, что при некоторых значениях p_c , T_c , ρ_c и u_c^0 , заданных в сечении насыщения F_c канала переменного сечения, в нем реализуется адиабатическое течение в известном газодинамическом смысле. Очевидно, что значения p_c , T_c , ρ_c удобно выбрать в качестве масштабов газодинамических параметров. При этом граничные условия имеют вид $p = T = \rho = F = 1$, $y = \Omega_0 = \Omega_1 = \Omega_2 = 0$, $u_c = u_c^0/u_{c0}$, причем $Eu = 1$.

Для конкретного вещества параметры $I_{5,6}$ фиксированы, параметр I_3 можно выразить через I_4 и I_5 , а из условий $I_1 = idem$, $I_2 = idem$ следует необходимость $l_c = idem$. В результате независимыми будут параметры l_c , I_4 , u_c , α , β . В рамках рассматриваемой теории спонтанной конденсации коэффициенты α и β не определяются. Имеющиеся данные свидетельствуют о том, что они могут зависеть как от локальных параметров потока, так и от всей предыстории течения конкретного газа [2, 3, 5]. С другой стороны, в определенных диапазонах параметров коэффициенты α и β меняются слабо, что позволяет воспользоваться предположением о их постоянстве и исключить из числа определяющих параметров. В результате условия подобия сводятся к воспроизводству скорости потока в точке насыщения u_c , характерного масштаба течения l_c и параметра I_4 , а зависимость безразмерной площади канала (1.3) ниже сечения насыщения должна определяться одной и той же функцией размерной координаты x^0 , т. е. должны выполняться равенства

$$(1.4) \quad u_c = idem, I_4 = idem, l_c = idem, f(x^0) = idem.$$

Если состояние насыщения реализуется вниз по потоку от критического сечения сопла Лавала, то в потоке перегретого газа постоянны энтропия S_0 и полная энтальпия H_0 . При этом условие $I_4 = idem$ тождественно условиям

$$(1.5) \quad S_0 = idem \text{ и } T_c = idem.$$

Примем во внимание соотношение $u_c = \left[2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left(\frac{T_0}{T_c} - 1 \right) \right]^{1/2}$, где T_0 — температура торможения. Тогда условие $u_c = \text{idem}$ тождественно условию $T_0/T_c = \text{idem}$, что в сочетании с (1.5) приводит к необходимости воспроизведения параметров торможения T_0 и p_0 . Таким образом, подобными могут быть лишь течения с фиксированными параметрами торможения при условии $l_c = \text{idem}$, $f(x^0) = \text{idem}$.

Очевидно, что вопрос о выборе характерного размера l_c при $f(x^0) = \text{idem}$ должен решаться в каждом конкретном случае, исходя из особенностей течения. Так, если рассматриваются течения в соплах ограниченной протяженности, то за характерный размер следует выбрать расстояние между сечением насыщения и выходным сечением сопла при сохранении зависимости (1.3) на данном отрезке. Иначе говоря, сопла, в которых могут реализоваться подобные течения, могут отличаться лишь поперечным масштабом. Столь жесткие ограничения фактически исключают возможность моделирования течений спонтанно конденсирующегося газа. Тем не менее можно рассчитывать, что среди параметров (1.4) не все одинаково влияют на точность воспроизведения течения [2]. В связи с этим примем во внимание следующий факт.

Известно, что при условии постоянства энтропии (1.5) для сопел с прямолинейными образующими в гиперзвуковом приближении существует частичное подобие в рамках принципа энтропийной корреляции [4]. При этом вместо воспроизведения температуры торможения T_0 при $S_0 = \text{idem}$ требуется воспроизведение параметра

$$\varphi_1 = \frac{\dot{h}_*}{\text{tg} \gamma} T_0^{\frac{1}{i(\kappa-1)} - \frac{1}{2}},$$

где \dot{h}_* — размер критического сечения; 2γ — угол раствора сопла; $i = 1, 2$ для плоского и осесимметричного течения соответственно.

В данном случае распределения газодинамических функций вниз по потоку от состояния насыщения будут близки, если применить следующее преобразование координаты x^0 :

$$x = x^0 \left(\frac{\dot{h}_*}{\text{tg} \gamma} T_0^{\frac{1}{i(\kappa-1)} - \frac{2}{3}} \right)^3.$$

Поскольку сопла с прямолинейными образующими широко используются на практике, представляет интерес оценка роли условия $T_0 = \text{idem}$ в рамках точного подобия и сравнение последнего с энтропийной корреляцией. При этом характерный газодинамический масштаб l_c удобно связать с размером сечения насыщения F_c следующим образом:

$$l_c = \frac{F_c^{1/i}}{\pi^{1-\frac{1}{i}} b^{\frac{2}{i}-1} \text{tg} \gamma},$$

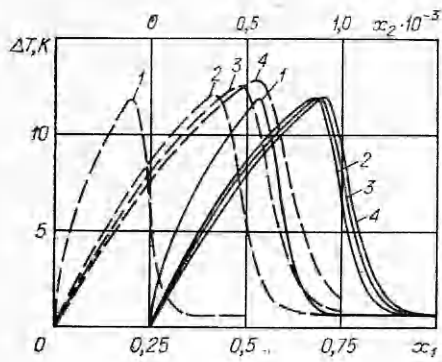
где b — ширина плоского сопла.

Если состояние насыщения достигается вниз по потоку от критического сечения, то l_c будет однозначно связано с размером критического сечения \dot{h}_* и параметром $I_4 = T_0/T_c$

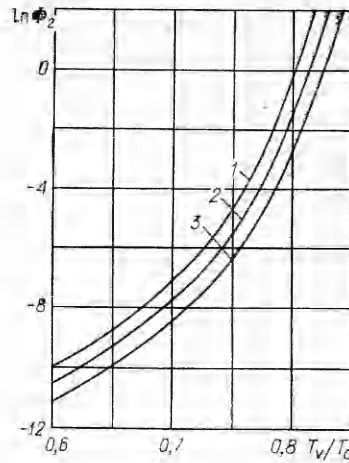
$$l_c = f(\kappa, i) \frac{\dot{h}_*}{\text{tg} \gamma} \left(\frac{T_0}{T_c} - 1 \right)^{-\frac{1}{2i}} \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^{\frac{\kappa+1}{2i(\kappa-1)}}$$

или в гиперзвуковом приближении при $T_0/T_c \gg 1$

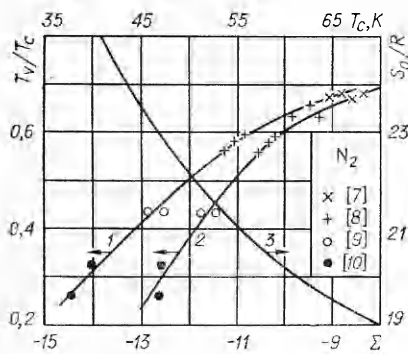
$$l_c \sim \varphi_2 = \frac{\dot{h}_*}{\text{tg} \gamma} \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^{\frac{1}{i(\kappa-1)}}.$$



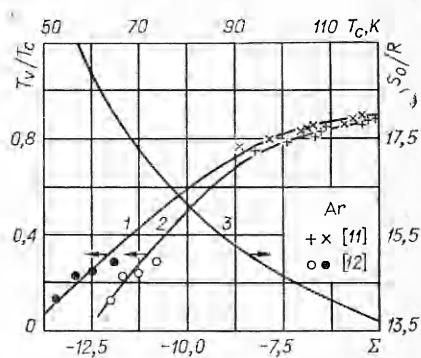
Ф и г. 1



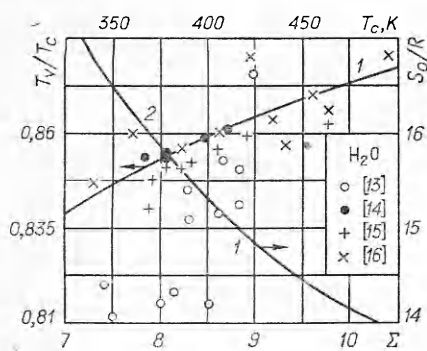
Ф и г. 2



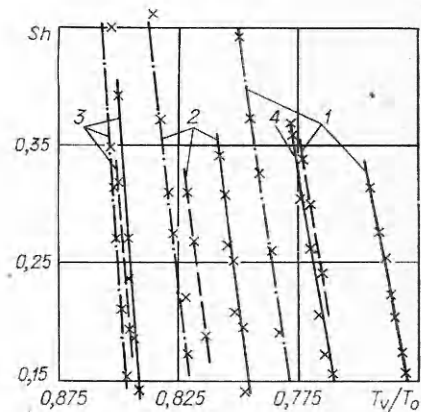
Ф и г. 3



Ф и г. 4



Ф и г. 5



Ф и г. 6

Таким образом, для сопел с прямолинейными образующими при $M \gg 1$ основные условия подобия имеют вид $\varphi_2 = \text{idem}$, $S_0 = \text{idem}$, а роль условия $T_0 = \text{idem}$ продемонстрируем на основе параметрических расчетов.

Результаты таких расчетов для азота представлены на фиг. 1 в виде распределений по x изобарического переохлаждения ΔT . В качестве опорного было выбрано течение с $T_0 = 94 \text{ K}$, $p_0 = 1,92 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ($I_4 = 1,22$) в коническом сопле с геометрическим параметром $h_*/\text{tg } \gamma = 1 \text{ см}$. Соот-

ветствующие кривые помечены на фиг. 1 цифрой 1. Далее, по мере повышения T_0 при $S_0 = \text{idem}$ геометрический параметр сопла менялся согласно условиям $\varphi_2 = \text{idem}$ и $\varphi_1 = \text{idem}$ по отношению к опорному течению. Распределение ΔT показано на фиг. 1 для этих случаев соответственно штриховыми и сплошными линиями. Варианты 2—4 соответствуют температурам торможения 200; 450 и 800 К и $I_4 = 2,61$; 5,88 и 10,42. Для штриховых кривых ось абсцисс расположена внизу, причем $x_1 = x^0/\varphi_2$. Для сплошных кривых ось абсцисс расположена вверху, начало отсчета двинуто вправо, а координата x_2 является произведением

$$x_2 = x^0 \left[\frac{h_*}{ig \gamma} \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^{\frac{1}{i(\kappa-1)} - \frac{2}{3}} \right]^3.$$

Сравнение представленных результатов показывает следующее. На основе энтропийной корреляции обеспечивается лучшее, чем в первом случае, воспроизведение максимального переохлаждения потока ΔT , а стабилизация распределения газодинамических параметров наступает уже при $I_4 \geq 3$. В свою очередь, в рамках точного подобия наблюдается существенное влияние температуры торможения на распределение параметров, положение точки максимального переохлаждения (точка Вильсона) и его величину.

Таким образом, энтропийная корреляция [4] является более точной методикой построения инженерных расчетов, чем известный вариант приближенного подобия [2]. При этом на основе [4] можно получить комбинированный параметр для обработки экспериментальных данных по скачкам конденсации.

2. Одним из компонентов способа расчета максимального переохлаждения потока в рамках энтропийной корреляции [5, 6] является графическое решение уравнения для точки Вильсона

$$(2.1) \quad \Phi(T_V, S_0) = \varphi_1 \left(\frac{h_*}{ig \gamma}, T_0 \right)$$

(см. соотношение (4) из [6]). Для этого левая часть (2.1) представляется номограммой в виде линий равных значений энтропии S_0 в зависимости от статической температуры в точке Вильсона T_V . Примером такой номограммы является рис. 1 из [6]. Несложно убедиться, что линии $S_0 = \text{const}$ на этом рисунке имеют близкую форму, почти эквидистантно сдвигаются при одинаковом изменении энтропии, а их вертикальные асимптоты соответствуют температуре $T_c(S_0)$.

В связи с этим представляет интерес следующее преобразование (2.1). Приведем термодинамические параметры в левой части (2.1) к безразмерному виду по аналогии с п. 1, а дополнительные масштабные множители перенесем в правую часть. В результате получим

$$\Phi_1 \left(\frac{T_V}{T_c}, S_0 \right) = \varphi_3, \quad \text{где } \varphi_3 = \varphi_1 p_c T_c^{-\frac{1}{2} - \frac{1}{i(\kappa-1)}}.$$

Принимая во внимание соотношение

$$(2.2) \quad \frac{S_0}{R} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \ln T_c - \ln p_c + \frac{S'}{R},$$

параметр φ_3 можно представить следующим образом:

$$\ln \varphi_3 = \ln \varphi_1 + \left(\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)} - \frac{1}{i(\kappa-1)} \right) \ln T_c - \frac{S_0 - S'}{R},$$

где S' — энтропийная константа. Напомним, что температура T_c определяется энтропией S_0 . Степень зависимости Φ_1 от S_0 можно установить численным путем.

Так, на фиг. 2 представлены результаты расчета Φ_1 в виде линий равных значений S_0 ($S_0 \cdot 10^{-3}$ Дж/(кг·К) = 7; 6,1; 5,2 — кривые 1—3 соответственно) как функций T_V/T_c , причем для всего диапазона изменения S_0 использовалось единое соотношение для линии насыщения вида

$$(2.3) \quad \lg p_s = A - B/T.$$

Значительное сгущение кривых в рассматриваемом случае по сравнению с номограммами из [6] указывает на слабую зависимость Φ_1 от S_0 . Отмеченным фактом можно воспользоваться для представления экспериментальных результатов, если данные по скачкам конденсации в соплах (или струях) обработать в переменных

$$(2.4) \quad \Sigma = \ln \Phi_1 + \left[\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)} - \frac{1}{i(\kappa - 1)} \right] \ln T_c - \frac{S_0}{R}, \frac{T_V}{T_c}.$$

При этом для определения значений T_c желательно применять зависимость типа (2.3).

Результаты подобной обработки скачков конденсации в потоках азота [7—10], аргона [11, 12] и водяного пара [13—16] представлены соответственно на фиг. 3—5. Через экспериментальные точки на фиг. 3, 4 проведены кривые 1, 2, соответствующие плоскому и осесимметричному течениям. Кривые 3 представляют собой линии фазового равновесия (2.3), построенные в координатах S_0/R , T_c , причем для азота [17] $A = 9,784$, $B = 359,1$, $S'/R = 14,66$; для аргона [18] $A = 9,121$, $B = 359,3$, $S'/R = 15,85$. Размерность T , К; p , Па.

Эксперименты в азоте перекрывают диапазон $p_0 = (8—350) \cdot 10^5$ Па, $T_0 = 290—1730$ К, а в аргоне — $p_0 = (0,3—137) \cdot 10^5$ Па, $T_0 = 214—350$ К.

Экспериментальные данные для водяного пара (фиг. 5) получены в диапазоне $p_0 = (0,37—32) \cdot 10^5$ Па, $T_0 = 370—520$ К. Несколько больший, чем в предыдущих случаях, разброс точек объясняется непостоянством коэффициента β , корректирующего энергию ядрообразования в уравнении для скорости нуклеации. Как показано в [5], для водяного пара β является сложной функцией статических параметров и может меняться в пределах от 0,75 до 2,9. Указанным значениям β соответствуют верхняя и нижняя экспериментальные точки на фиг. 5. Тем не менее экспериментальные точки из [14] и ряд точек из [16], для которых β отличается от единицы не более чем на $\pm 5\%$, хорошо ложатся на теоретически рассчитанную кривую для $\beta = 1$ (линия 1). Кривая фазового равновесия на фиг. 5 (линия 2) построена по данным [18].

Сравнительно небольшой разброс точек относительно кривых 1, 2 и их подобный характер на фиг. 3—5 свидетельствует о приемлемости сделанных выше допущений, а также о применимости данной методики для обработки экспериментальных данных в широком диапазоне параметров.

В свою очередь, кривыми на фиг. 3, 4 можно пользоваться для оценки температуры в точке Вильсона и положения скачка конденсации в сопле. Для этого необходимо рассчитать значение энтропии S_0 (2.2), по кривой 3 определить T_c , затем рассчитать параметр Σ (2.4) и по кривой 1 (или 2) найти соответствующее значение T_V/T_c . Такая оценка в произвольном случае будет достоверной, если удовлетворяются следующие два ограничения, которые являются достаточными и непосредственно вытекают из использованной выше модели спонтанной конденсации. Одно из них требует равновесности расширения газа до состояния насыщения [19], другое — квазистационарности процесса ядрообразования в окрестности предполагаемой точки Вильсона [13]. При этом условия экспериментов [7—10] отвечают данным ограничениям с большой степенью точности.

3. Как известно, автоколебательное состояние реализуется в случае спонтанной конденсации при малых сверхзвуковых числах Маха потока [3]. Если количество подведенной к потоку теплоты фазового перехода превосходит предельное для данного числа М значение, образуется неста-

ционная ударная волна. При движении вверх по потоку такая ударная волна проходит за зону интенсивного ядрообразования, устраняя возможность фазового перехода. Сохраняя поступательное движение, ударная волна ослабевает под действием волн разрежения и вырождается, открывая путь для возникновения скачка конденсации и повторения цикла. Следуя [3, 4], можно показать, что положение этого скачка конденсации также определяется соотношением вида (2.1)

$$\Phi_2(T_V, S_0) = \Phi_4(l_*, T_0), \quad \Phi_4(l_*, T_0) = \frac{l_*}{\left(2i \frac{\kappa}{\kappa+1} RT_0\right)^{i/2}}, \quad l_* = (R_* h_*)^{1/2}, \quad (3.1)$$

где R_* — радиус кривизны стенки сопла в районе критического сечения; l_* — характерный линейный масштаб таких течений.

Для автоколебательных режимов параметры торможения, как правило, соответствуют состоянию небольшого перегрева. Поэтому в качестве масштабов газодинамических величин выберем их значения в критическом сечении сопла. Тогда из условий $I_2 = \text{idem}$, $I_3 = \text{idem}$, $I_4 = \text{idem}$ последовательно вытекают условия

$$l_* = \text{idem}, \quad \rho_* = \text{idem}, \quad T_* = \text{idem}, \quad I_1 = \text{idem}. \quad (3.2)$$

Если течение до критического сечения сохраняется изэнтропическим ($S_0 = \text{const}$), то из (3.2) и условия $\text{Sh} = \text{idem}$ следует, что подобными будут течения с фиксированными параметрами торможения, масштабом l_* и периодом колебаний τ , т. е. должны сохраняться

$$p_0 = \text{idem}, \quad T_0 = \text{idem}, \quad l_* = \text{idem}, \quad \tau = \text{idem}. \quad (3.3)$$

При этом возможность сочетания условия $\tau = \text{idem}$ с остальными условиями из (3.3) необходимо установить независимым путем.

С целью определения частотных характеристик были проведены параметрические расчеты автоколебательных режимов течений азота в соплах различного масштаба по методике [3].

Так, на фиг. 6 крестиками нанесены значения числа Sh , причем в качестве аргумента использовалось отношение T_V/T_0 . Сплошными линиями соединены значения Sh , полученные для сопла с $l_* = 10^{-2}$ м, штриховыми — для сопла с $l_* = 10^{-1}$ м и штрихпунктирными — для сопла $l_* = 1$ м. Семейства кривых 1—3 и кривая 4 соответствуют постоянным значениям энтропии S_0 , равным $5,24 \cdot 10^3$, $5,09 \cdot 10^3$, $4,99 \cdot 10^3$ и $5,17 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К). Зависимости $\text{Sh}(T_V/T_0)$ при $S_0 = \text{idem}$ фактически линейны, причем угол наклона прямых меняется слабо. Кроме того, влияние масштаба сопла с уменьшением энтропии также монотонно убывает. Представленные данные удалось обобщить зависимостью

$$\text{Sh} = 16,55 T_V/T_0 + (7,699 - 1,554 \cdot 10^{-3} S_0) \lg \varphi_4 + 2,018 \cdot 10^{-2} S_0 - 23,973, \quad (3.4)$$

средняя погрешность которой не превышает 20% (S_0 , Дж/(кг·К); φ_4 , с).

На основе соотношений (3.1) можно убедиться, что при условии (3.3) будут выполняться равенства $\varphi_4 = \text{idem}$, $T_V = \text{idem}$ и согласно (3.4) — условие $\tau = \text{idem}$. Иначе говоря, выполнение условий $p_0 = \text{idem}$, $T_0 = \text{idem}$ обеспечивает воспроизведение частотных характеристик автоколебательного течения в соплах с одинаковым значением параметра l_* .

Поступила 16 XII 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Дейч М. Е., Филиппов Г. А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергия, 1968.
2. Филиппов Г. А., Селезнев Л. И., Гордеева И. В. Расчет характеристик потока при спонтанной конденсации пара в сверхзвуковых соплах. — Теплоэнергетика, 1975, № 5.

3. Салтанов Г. А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике. М.: Наука, 1979.
4. Чирихин А. В. Энтропийная корреляция скачков конденсации в гиперзвуковых соплах.— ПМТФ, 1976, № 2.
5. Чирихин А. В. Метод расчета переохлаждения потока водяного пара в сверхзвуковом сопле.— ТВТ, 1980, № 1.
6. Чирихин А. В. К расчету переохлаждения и спонтанной конденсации азота в гиперзвуковых соплах.— ТВТ, 1976, № 5.
7. Уилмерз У., Нагамацу Х. Конденсация азота в гиперзвуковых соплах.— Сб. пер. Механика, 1953, № 5.
8. Faro I., Small T. R., Hill F. K. The supersaturation of nitrogen in a hypersonic wind tunnel.— J. Appl. Phys., 1952, vol. 23, N 1.
9. Королев А. С. Получение и исследование в импульсной аэродинамической трубе гиперзвуковых течений углекислого газа.— Труды ЦАГИ, 1975, вып. 1943.
10. Vas I. E., Koppenwallner G. The Princeton University high pressure hypersonic nitrogen tunnel N 3. Princeton University, 1964, Rep. 690.
11. Pierce T., Sherman P. M., McBride D. D. Condensation of argon in a supersonic stream.— Astronautica Acta, 1971, vol. 76, p. 1.
12. Williams W. D., Lewis J. W. L. Experimental study of condensation scaling laws for reservoir and nozzle parameters and gas species. AIAA Paper, N 76—53, 1976.
13. Салтанов Г. А. Сверхзвуковые двухфазные течения: Минск: Высшая школа, 1972.
14. Binnie A. M., Green J. R., Phill B. E. D. An electrical detector of condensation in high-velocity steam.— Proceedings of the Royal Society, 1943, Ser. A, vol. 181, p. 134.
15. Barschdorff D. Verlauf der Zustandsgrößen und gasdynamische Zusammenhänge bei der spontanen Kondensation reinen Wasserdampfer in Lavaldüsen.— Forschung Ing.— Wes., 1971, Bd 37, N 5.
16. Gyarmathy G., Meyer H. Spontane Kondensation. VDI-Forschungsheft 508, 1965.
17. Вегенер П. П., Мак А. М. Конденсация в сверхзвуковых и гиперзвуковых аэродинамических трубах.— В сб.: Проблемы механики. Ч. III. М.: ИЛ, 1961.
18. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
19. Агафонов В. П., Вертушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М.: Машиностроение, 1972.

УДК 532.529

УСТОЙЧИВОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ФАЗ В ТЕЧЕНИЯХ ДВУХФАЗНЫХ СРЕД

О. В. Воинов, А. Г. Петров
(Москва)

Рассматривается устойчивость однородных состояний двухфазной среды по отношению к малым возмущениям (проблема корректности задачи Коши для уравнений двухфазных сред). Показано, что учет влияния диффузии частиц (пузырьков), вызванной относительным движением фаз, имеет принципиальное значение. Давление в дисперсной фазе оказывается второстепенным фактором. Найдена критическая кривая потери устойчивости.

Проблема устойчивости двухфазных сред рассматривалась во многих работах [1—5]. Существующие теории дают коротковолновую неустойчивость оседающих суспензий, взвешенных слоев и слоев жидкости с пузырьками. Эта неустойчивость должна приводить к быстрому появлению неоднородностей внутри среды и к практической невозможности реализации однородного состояния. Однако в противоречие с теорией в опытах бывают явно устойчивые состояния [4]. Устойчивость жидкости с пузырьками получена только в работах [6, 7]. В [6] устойчивость обеспечивалась за счет действия электрических сил. В задаче термокапиллярного движения в газожидкостной смеси устойчивость в коротковолновой области получена за счет диффузии пузырьков [7].

1. Уравнения и метод решения. Уравнения изменения импульса и сохранения массы двухфазной среды имеют вид [1]

$$(1.1) \quad \varepsilon \rho d\mathbf{v}/dt = \varepsilon \rho \mathbf{g} - \Delta p - \operatorname{div} \mathbf{P}_1 - c\mathbf{F}, \quad \rho_s du/dt = \rho_s \mathbf{g} - (1/c)\operatorname{div} \mathbf{P}_s + \mathbf{F};$$

$$(1.2) \quad \partial c/\partial t + \operatorname{div} c\mathbf{u} = 0, \quad \partial \varepsilon/\partial t + \operatorname{div} \varepsilon \mathbf{v} = 0, \quad c + \varepsilon = 1,$$