

Таким образом, при использовании в гидродинамических экспериментах с фотохромной визуализацией потока водного раствора спиропирана с концентрацией ФХВ  $5 \cdot 10^{-4}\% < c < 30 \cdot 10^{-4}\%$  и энергией активирующего импульса УФ-излучения ОКГ  $0,01 \text{ Дж} < E < 0,12 \text{ Дж}$  длину окрашенного трека можно вычислять по формуле

$$(2.1) \quad l = (\alpha c + \beta)^{-1}(E - E^*)/E.$$

Здесь  $\alpha = 10 \text{ мм}^{-1}$ ;  $\beta = 0,005 \text{ мм}^{-1}$ ;  $E^* = 0,011 \text{ Дж}$ .

Следует ожидать, что при расчете длины окрашенного трека в жидкостях с применением других ФХВ в различных растворителях окажется пригодной зависимость (2.1), в которой постоянные  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $E^*$  будут иметь другие значения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Барачевский В. А., Манджиков В. Ф. и др. Фотохромный метод визуализации гидродинамических потоков. — ПМТФ, 1984, № 5.
2. Рязанцев Ю. С., Юречко В. Н. и др. Исследование движения жидкости в замкнутом объеме методом фотохромной визуализации. — В кн.: Тез. докл. III Всесоюз. семинара по гидромеханике и теплообмену. Черноголовка, 1984.
3. Smith J. W., Hummel R. L. Studies of fluid flow by photography using a non-disturbing light-sensitive indicator. — J. of the SMPTE, 1973, v. 82, p. 278.
4. Popovich A. T., Hummel R. L. A new method for non-disturbing turbulent flow measurement very close to a wall. — Chem. Engng Sci., 1967, v. 13, p. 854.
5. Frantisak F., Palade de Iribarne A. Non-disturbing transfer technique for quantitative measurement in turbulent flow. — Ind. Engng Chem. Fundam., 1969, v. 8, N 1.
6. Dunn S. G., Smith G. W. Some statistical properties of turbulent momentum transfer in rough pipe. — Chem. Engng Sci., 1972, v. 50.
7. Барачевский В. А., Лашков Г. И., Цехомский В. А. Фотохромизм и его применение. — М.: Химия, 1977.
8. Альварес-Суарес В. А., Барачевский В. А. и др. Метод фотохромной визуализации гидродинамических потоков. Препринт № 203. — М.: ИПМ АН СССР, 1982.
9. Барачевский В. А., Козенков В. М. и др. Фотохромные органические материалы для средств оптической обработки информации. — ЖНиПФиз, 1974, т. 19, вып. 3.
10. Polyanin A. D., Dil'man V. V. New methods of the mass and heat transfer theory II. The methods of asymptotic interpolation and extrapolation. — J. Heat Mass Transf., 1985, v. 28, N 1.
11. Полянин А. Д., Дильман В. В. Формулы повышенной информативности в химической механике. — ДАН СССР, 1984, т. 277, № 1.

Поступила 2/1 1986 г.

УДК 533.6.011.72

### О ПРОСТРАНСТВЕННОМ ОБТЕКАНИИ КРЫЛА ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ЗАПЫЛЕННОГО ГАЗА

В. П. Голубкин

(Москва)

Примеси мелких твердых частиц (пыли) той или иной концентрации всегда содержатся в атмосфере. Это обуславливает интерес к исследованию их поведения при пролете тел через облака таких частиц, а также возможного изменения аэродинамических характеристик тел за счет этого. Использование приближенных теорий гиперзвукового обтекания [1] наряду с обычными упрощениями теории двухфазных течений [2] позволяет исследовать проблему аналитически.

В ряде работ (например, [3, 4]) рассмотрено гиперзвуковое обтекание тел простой формы запыленным газом в предположении, что наличие примеси не влияет на течение газовой фазы. Обтекание тонкого клина с учетом взаимного влияния фаз исследовалось в [5].

При переходе через головной скачок уплотнения параметры газа резко изменяются, параметры же частиц примеси остаются непрерывными [5, 6]. По степени аккомодации их скорости и температуры к соответствующим значениям для несущей фазы различаются два предельных режима двухфазных течений: «замороженный», когда аккомодация идет очень медленно и изменения параметров частиц несущественны, и «равновесный», когда она протекает очень быстро в узкой релаксационной зоне вблизи скачка [6] и в основной части поля течения параметры фаз идентичны.

В данной работе методом тонкого ударного слоя [1, 7] изучается пространственное гиперзвуковое обтекание крыла малого удлинения под конечным углом атаки в

промежуточном режиме, когда зона релаксации занимает весь ударный слой, прилегающий к наветренной поверхности крыла. Скорость, температура и концентрация частиц сильно меняются поперек ударного слоя. В то же время вполне реальна ситуация, когда вследствие высокой плотности газа в нем влияние примеси на газодинамические переменные в главном («ньютоновском») приближении несущественно, однако его необходимо учитывать в следующих приближениях, в частности при уточнении ньютоновской формулы для давления.

1. Рассмотрим пространственное гиперзвуковое обтекание крыла запыленным газом, считая, что движение газовой и твердой фаз описывается уравнениями течения сплошной среды. Предположим, что все частицы примеси одинаковы и имеют сферическую форму, не меняющуюся в процессе движения. Будем пренебрегать столкновениями частиц и их броуновским движением, а также объемной концентрацией  $\tau \ll 1$ . Вязкость газа учитывается лишь при межфазном взаимодействии.

Обозначим, как обычно, через  $\mathbf{V} = (u, v, w)$ ,  $p$ ,  $\rho$ ,  $T$  соответственно вектор скорости, давление, плотность и температуру. Функции, относящиеся к частицам, отметим индексом  $p$ . Систему уравнений, описывающую стационарное течение исследуемой двухфазной среды, запишем в виде

$$(1.1) \quad \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0, \quad \rho (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + N \mathbf{f}, \quad \rho c_v \mathbf{V} \cdot \nabla T = p \mathbf{V} \cdot \nabla \ln \rho + \\ + N \mathbf{f} \cdot (\mathbf{V}_p - \mathbf{V}) - N Q, \quad p = c_v (\kappa - 1) \rho T, \quad \nabla \cdot (N \mathbf{V}_p) = 0, \quad m_p (\mathbf{V}_p \cdot \nabla) \mathbf{V}_p = \\ = -\mathbf{f}, \quad m_p c \mathbf{V}_p \cdot \nabla T_p = Q, \quad \mathbf{f} = \frac{1}{2} c_D \pi a^2 \rho q (\mathbf{V}_p - \mathbf{V}), \quad Q = \sigma (T - T_p), \\ q = |\mathbf{V} - \mathbf{V}_p|, \quad N = \rho_p / m_p, \quad m_p = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho_p^0,$$

где  $\kappa$ ,  $c_v$  — показатель адиабаты и теплоемкость газа при постоянном объеме;  $\rho_p^0$ ,  $c$  — плотность и теплоемкость материала частиц;  $a$  — их радиус;  $c_D$ ,  $\sigma$  — коэффициент сопротивления сферы и коэффициент теплопередачи к ее поверхности, являющиеся известными (см., например, [8]) функциями чисел Рейнольдса  $Re$ , Маха  $M$  и Прандтля  $Pr$ :  $c_D = c_D(Re, M)$ ,  $\sigma = \sigma(Re, Pr, M)$ . Входящие в (1.1) функции удовлетворяют граничным условиям, которые получаются из обычных соотношений Рэнкина — Гюгонио, условия непрерывности функций  $\mathbf{V}_p$ ,  $\rho_p$ ,  $T_p$  на головном скачке уплотнения и из условия непротекания газа через поверхность крыла.

2. Для решения поставленной задачи в случае гиперзвукового обтекания тонкого крыла под конечным углом атаки  $\alpha$  применим метод тонкого ударного слоя [1], позволяющий при  $\kappa \rightarrow 1$ ,  $M_\infty \rightarrow \infty$  представить все искомые функции в сильно сжатом слое газа между наветренной поверхностью крыла и головным скачком уплотнения в виде разложений по малому параметру  $\varepsilon$ , равному отношению плотностей на скачке

$$\varepsilon = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} (1 + m^{-1}), \quad m = \frac{1}{2} (\kappa - 1) M_\infty^2 \sin^2 \alpha = O(1).$$

Здесь и далее индексом  $\infty$  обозначаются параметры набегающего потока. Рассмотрим наиболее интересный и математически сложный случай пространственного обтекания крыла малого удлинения со скачком неизвестной в основном приближении формы, полагая [7, 9], что при  $\varepsilon \rightarrow 0$  отношение его полуразмаха  $b$  к корневой хорде  $L$  порядка  $b/L = O(\varepsilon^{1/2} \operatorname{tg} \alpha)$  и относительная толщина  $d = O(\varepsilon \operatorname{tg} \alpha)$ . Пусть  $Oxyz$  — связанная с крылом декартова система координат. Введем безразмерные переменные порядка единицы в ударном слое, относя все размеры по осям  $x, y, z$  соответственно к  $L, L\varepsilon \operatorname{tg} \alpha, L\varepsilon^{1/2} \operatorname{tg} \alpha$ , и сохраним для безразмерных переменных прежние обозначения. Примем, что в набегающем потоке скорость и температура газа и частиц одинаковы. Тогда с учетом оценок порядков

величин [7] искомые функции можно представить в виде следующих асимптотических разложений:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} u/V_\infty &= u_0 \cos \alpha + \varepsilon u_1 \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha + \dots, \quad v/V_\infty = \varepsilon v_1 \sin \alpha + \dots, \\ w/V_\infty &= \varepsilon^{1/2} w_1 \sin \alpha + \dots, \\ (p - p_\infty)/(\rho_\infty V_\infty^2) &= \sin^2 \alpha (p_0 + \varepsilon p_1) + \dots, \quad q/V_\infty = q_0 \cos \alpha + \dots, \\ \rho/\rho_\infty &= \varepsilon^{-1} \rho_0 + \rho_1 + \dots, \quad T/T_\infty = (m+1)T_0 + \dots, \\ u_p/V_\infty &= u_{p0} \cos \alpha + \dots, \quad v_p/V_\infty = -v_{p0} \sin \alpha + \dots, \\ w_p/V_\infty &= \varepsilon^{1/2} w_{p1} \sin \alpha + \dots, \quad N/N_\infty = N_0 + \dots, \quad T_p/T_\infty = T_{p0} + \dots \end{aligned}$$

Входящие в правые части разложений функции имеют порядок единицы при  $\varepsilon \rightarrow 0$  и зависят от координат  $x, y, z$  и ряда безразмерных параметров подобия. Из (2.1) видно, что в ударном слое скорость газа по отношению к частицам гиперзвуковая ( $M \gg 1$ ). Считая, что и  $Re$  достаточно велико ( $Re \gg 1$ ), аналогично [4] положим  $c_D = \text{const}$ . Подставим (2.1) в уравнения (1.1) и граничные условия и перейдем к пределу  $\varepsilon \rightarrow 0$ , считая при этом, что сохраняются постоянными порядками единицы следующие параметры подобия:

$$\begin{aligned} I &= \frac{3c_D \tau_\infty}{8\varepsilon} \frac{L}{a}, \quad E = \frac{\sigma N_\infty}{c_V \rho_{c_0}} t_{*z}, \\ I_p &= \frac{3c_D \rho_\infty}{8\rho_p^0} \frac{L}{a}, \quad E_p = \frac{(m+1)\varepsilon\sigma}{cm_p} t_{*z}, \end{aligned}$$

где  $t_{*z} = L/V_\infty \cos \alpha$ ; параметры  $I_p, E_p$  характеризуют воздействие газа на движение частиц примеси, параметры  $I, E$  — обратное воздействие примеси на течение газа. Принятые выше условия  $I = O(1), E = O(1)$  соответствуют случаю, когда в нулевом приближении наличие примеси не влияет на течение газа и, как и в чистом газе,  $u_0 = p_0 = \rho_0 = T_0 = 1$ .

Наряду с этим для частиц в нулевом приближении получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащую лишь производные поперек ударного слоя (индекс 0 опущен):

$$(2.2) \quad \begin{aligned} v_p \frac{du_p}{dy} &= I_p q (u_p - 1), \quad \frac{dv_p}{dy} = I_p q, \quad \frac{d(Nv_p)}{dy} = 0, \\ v_p \frac{dT_p}{dy} &= E_p \left( \frac{T_p}{m+1} - 1 \right), \quad q = [(u_p - 1)^2 + v_p^2 \operatorname{tg}^2 \alpha]^{1/2}. \end{aligned}$$

Граничные условия на скачке уплотнения дают

$$(2.3) \quad u_{ps} = v_{ps} = N_s = T_{ps} = 1, \quad y = S(x, z).$$

Из первых двух уравнений системы (2.2) следует, что в сжатом слое  $u_p - 1 = f(x, z)v_p$ , откуда с учетом (2.3) получим

$$(2.4) \quad f(x, z) = 0, \quad u_p = 1.$$

Далее из (2.2), (2.3) находим вид остальных функций

$$(2.5) \quad \begin{aligned} v_p &= \exp \{ I_{p\alpha} [y - S(x, z)] \}, \quad N = v_p^{-1}, \\ T_p &= 1 + m \left\{ 1 - \exp \left[ - \frac{E_p}{(m+1)I_{p\alpha}} \left( \frac{1-v_p}{v_p} \right) \right] \right\}, \quad I_{p\alpha} = I_p \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

Полученное решение (2.4), (2.5) показывает, что продольная составляющая скорости частиц в ударном слое сохраняется, а нормальная составляющая резко уменьшается поперек слоя за счет передачи определенной доли импульса в этом направлении от частиц к газу. Это влияние примеси на газ сказывается в первом приближении, которое описывает структуру течения и распределение давления в пространственном ударном слое. Соответствующая нелинейная система уравнений и краевые условия на

скачке и поверхности крыла  $y = B(x, z)$  имеют вид (индекс 1 опущен)

$$(2.6) \quad \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad Du = 0, \quad Dw = 0,$$

$$Dv = -\frac{\partial p}{\partial y} - I_\alpha v_p, \quad I_\alpha = I \operatorname{tg} \alpha,$$

$$D(p - \rho) = \frac{2m}{m+1} I_\alpha v_p^2 + \frac{E}{v_p} \left( \frac{T_p}{m+1} - 1 \right)$$

$$\left( D \equiv \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \right),$$

$$u_s = -\frac{\partial S}{\partial x}, \quad v_s = \frac{\partial S}{\partial x} - \left( \frac{\partial S}{\partial z} \right)^2 - i, \quad w_s = -\frac{\partial S}{\partial z}, \quad p_s = -2u_s - w_s^2 - 1,$$

$$\rho_s = 1 + p_s + \frac{m}{m+1} (2u_s + w_s^2), \quad y = S(x, z),$$

$$v_b = \frac{\partial B}{\partial x} + w_b \frac{\partial B}{\partial z}, \quad y = B(x, z).$$

Из первого и третьего уравнений этой системы следует

$$(2.7) \quad D \frac{\partial w}{\partial y} = 0,$$

т. е. установленное впервые в [9] фундаментальное свойство сохранения поточной составляющей завихренности вдоль линий тока остается справедливым и при наличии примеси в газе. Значит, определяемая уравнениями (2.6), (2.7) и соответствующими краевыми условиями аналогично [9] кинематическая картина поля течения и форма скачка уплотнения в данном случае такие же, как и в чистом газе [9]. Это непосредственно связано с высокой плотностью газа в ударном слое, из-за которой упомянутая выше передача импульса от частиц к газу влияет на поле скоростей в нем лишь в высших приближениях. В то же время приращение давления за счет этого происходит уже в первом приближении. Действительно, обозначая через  $p_c$  известное давление в чистом газе и учитывая (2.5), из четвертого уравнения (2.6) имеем

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p_c}{\partial y} + I_\alpha \exp \{ I_{p\alpha} [y - S(x, z)] \}.$$

Интегрируя и удовлетворяя условию на скачке, получаем формулу

$$(2.8) \quad p_b = p_{cb} + \frac{I}{I_p} [1 - \exp \{ I_{p\alpha} [B(x, z) - S(x, z)] \}],$$

позволяющую определить давление на крыле с учетом влияния примеси, если известны давление и форма скачка уплотнения в чистом газе. Согласно (2.8), влияние запыленности газа приводит к повышению давления на крыло, причем приращение давления непосредственно зависит от параметров  $I$ ,  $I_p$  и от угла атаки, входящего в выражение для относительной скорости фаз  $q$ . В чистом газе зависимость от  $\alpha$  проявляется только через параметр подобия  $\Omega = b/\varepsilon^{1/2} \operatorname{tg} \alpha$  [7]. Вследствие межфазного обмена энергией интеграл Бернулли для уравнений движения газа несправедлив,

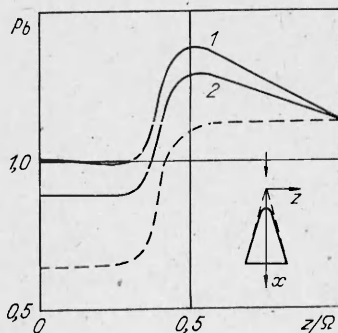


Рис. 1

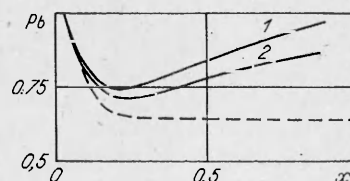


Рис. 2

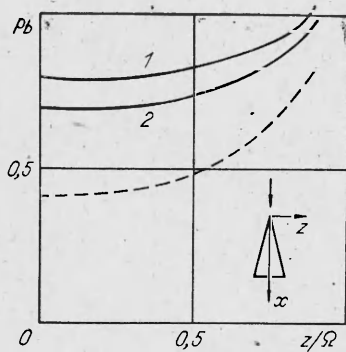


Рис. 3

и вдоль корневой хорды плоского крыла гиперболической формы в плане при его обтекании с присоединенным скачком уплотнения. Решение для случая обтекания крыла чистым газом, полученное в [10], показано штриховой линией, а линиями 1, 2 — для газа с примесью ( $\alpha = 30$  и  $20^\circ$ ) при  $I = I_p = 1$ ; основной геометрический параметр подобия  $\Omega = 3,16$ . Видно, что запыленность газа приводит к повышению давления и делает распределение  $p_b(z)$  немонотонным с характерным максимумом примерно на середине полуразмаха. Распределение  $p_b(x)$  также становится немонотонным и имеет минимум на небольшом расстоянии вниз по потоку от вершины крыла.

Распределение давления по размаху крыла, обтекаемого с оттопленным от кромки скачком, иллюстрируется на рис. 3 на примере плоского треугольного крыла ( $\Omega = 1,15$ ), штриховая линия — решение в чистом газе [11], а 1, 2 — газ с примесью ( $\alpha = 40$  и  $30^\circ$ ) при  $I = I_p = 1$ . В данном случае ее влияние состоит в повышении давления, качественный же вид эпюр  $p_b(z)$  не меняется. В отличие от [11] давление вдоль корневой хорды этого крыла становится монотонно возрастающим (рис. 4). Как показали исследования, такие же тенденции имеет влияние примеси и при обтекании треугольного крыла конечного размаха при углах атаки, близких к  $\pi/2$  [12].

Важной характеристикой тела, обтекаемого запыленным газом, является его собирательная эффективность  $C$ , равная отношению числа частиц, попадающих на тело в единицу времени, к числу частиц, которые попали бы на него при отсутствии межфазного взаимодействия. Для определения  $C$  необходимо рассчитать траектории частиц, что для пространственного их движения связано с известными трудностями. Для получения верхней оценки величины  $C$  плоского треугольного крыла воспользуемся решением в окрестности плоскости симметрии. Скачок здесь имеет форму  $S \approx \Delta_0 x$  ( $\Delta_0 = \text{const}$ ), поэтому траектория частицы, входящей в ударный слой при  $x = \xi$ , имеет вид

$$y(x, \xi) = \frac{1}{I_p \alpha} \ln \frac{\Delta_0 I_p}{(1 + \Delta_0 I_p) e^{-v\xi} - e^{-vx}}, \quad v = \Delta_0 I_p \alpha.$$

Обозначим через  $\xi_0$  корень уравнения  $y(1, \xi_0) = 0$ . Вблизи плоскости симметрии на крыло приходят все частицы, которые входят в ударный слой при  $0 \leq \xi \leq \xi_0$ . Если не учитывать движение частиц вдоль размаха и принять, что на все крыло приходят частицы, входящие в ударный слой в пределах заштрихованной площади (рис. 5), то оценка собирательной эффективности будет следующей:

$$C \approx \xi_0 = \frac{1}{v} \ln \frac{v \operatorname{ctg} \alpha + 1}{v \operatorname{ctg} \alpha + e^{-v}}.$$

Для крыла с  $\Omega = 1,15$  при  $\alpha = 45^\circ$  зависимость  $C(v)$  показана на рис. 5.

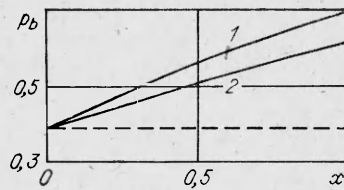


Рис. 4

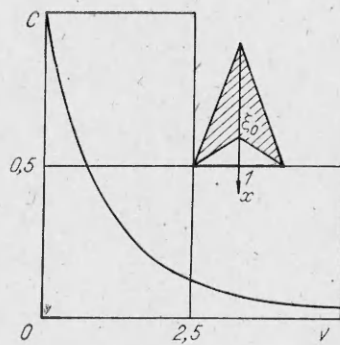


Рис. 5

Предельный случай  $I_p \rightarrow 0$  соответствует пренебрежимо малому влиянию газа на частицы, вследствие чего  $C \rightarrow 1$ ; в случае  $I_p \rightarrow \infty$  течение смеси равновесное, скорость частиц совпадает со скоростью газа, обтекающего крыло, поэтому  $C \rightarrow 0$ .

Отметим, что все полученные выше результаты без труда обобщаются на случай нестационарного течения запыленного газа в ударном слое, если крыло с изменяющейся во времени формой поверхности обтекается стационарным двухфазным потоком.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью.— М.: Физматгиз, 1959.
2. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
3. Probst R. F., Fassio F. Dusty hypersonic flows.— AIAA J., 1970, v. 8, N 4. Рус. пер. Ракетн. техника и космонавтика, 1970, № 4.
4. Waldman G. D., Reinecke W. G. Particle trajectories, heating and breakup in hypersonic shock layers.— AIAA J., 1971, v. 9, N 6. Рус. пер. Ракетн. техника и космонавтика, 1971, № 6.
5. Barron R. M., Wiley J. T. Newtonian flow theory for slender bodies in a dusty gas.— J. Fluid Mech., 1981, v. 108.
6. Коробейников В. П., Меньшов И. С. Метод малого параметра в задачах о нестационарных двухфазных течениях с ударными волнами.— ДАН СССР, 1983, т. 268, № 5.
7. Fox T. W., Rackett C. W., Nicholls J. A. Shock wave ignition in magnesium powders.— Int. Shock tube and shock waves Proc. 11th. Int. Symp., Seattle, 1977. Seattle — London, 1978.
8. Messiter A. F. Lift of slender delta wings according to Newtonian theory.— AIAA J., 1963, v. 1, N 4. Рус. пер. Ракетн. техника и космонавтика, 1963, № 4.
9. Голубинский А. И., Голубкин В. Н. О пространственном обтекании тонкого крыла гиперзвуковым потоком газа.— ДАН СССР, 1977, т. 234, № 5.
10. Голубкин В. Н., Негода В. В. Численный расчет неравновесного обтекания крыла в приближении тонкого ударного слоя.— ЖВММФ, 1985, т. 25, № 4.
11. Squire L. C. Calculated pressure distributions and shock shapes on thick conical wings at high supersonic speeds.— Aeronaut. Quart., 1967, v. 18, N 2.
12. Голубкин В. Н., Негода В. В. Гиперзвуковое обтекание крыла при больших углах атаки с отсоединенным скачком уплотнения.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 3.

Поступила 21/XI 1985 г.

УДК 621.515 : 534

### ЯВЛЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА ПРИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ РЕШЕТОК В ДОЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА

Р. А. Измайлов, В. Б. Курзин, В. Л. Окулов

(Ленинград, Новосибирск)

Как известно [1], в решетках турбомашин может быть акустический резонанс, который возникает при совпадении частот каких-либо периодических возмущений с собственными частотами колебаний потока газа в решетках. В [2, 3] представлены результаты исследований этого явления для случая, когда акустические возмущения вызваны пульсациями потока в кромочных следах. Однако наиболее мощный, постоянно действующий и периодический источник возмущения в турбомашинах — аэродинамическое взаимодействие рабочего колеса и направляющего аппарата.

Данная работа посвящена экспериментальному изучению акустического резонанса при взаимодействии решеток и теоретическому определению условий его возникновения.