Теплофизика и аэромеханика, 2017, том 24, № 3

УДК 536.423

Критерий роста сухих пятен в изотермических пленках жидкости на горизонтальной подложке*

Л.И. Мальцев[1], Ю.С. Поджаров[1], О.А. Кабов[1,2]

[1]*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

[2]*Новосибирский государственный университет*

E-mail: Maltzev@itp.nsc.ru

Предложен критерий развития сухих пятен в изотермических пленках жидкости на горизонтальной подложке. Выведены формулы для сил гравитации и сил поверхностного натяжения, действующих в плоскости подложки на валик, окружающий сухое пятно, баланс которых определяет, какое из малых начальных пятен закроется, а какое разовьется в большое пятно.

Ключевые слова: пленка жидкости, сухое пятно, критерий роста сухого пятна, гравитация, капиллярность, краевой угол смачивания.

Введение

Процессы, происходящие в пристенных пленках жидкости, широко используются в промышленности, в частности, для интенсификации тепломассообмена. При этом снижение толщины пленки позволяет существенно повысить их эффективность. Субмикронная пленка жидкости, образующаяся на границе сухих пятен, за счет интенсивного испарения может вносить большой вклад в суммарный тепломассообмен. Так, авторами работы [1] в режимах пленочного течения с мелкомасштабными смываемыми сухими пятнами был получен тепловой поток, на порядок превышающий тепловой поток, реализуемый при сплошном течении пленки под действием гравитации в рамках того же расхода жидкости. В то же время хорошо известно, что тонкие пленки подвержены разрывам, а это может резко уменьшить эффективность аппаратов, использующих тонкие пленки для испарительного охлаждения, и даже привести к выходу их из строя. Поэтому вопрос об организации охлаждения перегретых поверхностей с помощью пленок жидкости переменной толщины и возможного их разрыва приобретает большое значение. Важным аспектом проблемы разрыва пленки жидкости является влияние смачиваемости подложки [2–4]. В большинстве теоретических моделей разрыва изотермической пленки жидкости равновесный краевой угол смачивания выступает как основной параметр, определяющий критическую толщину пленки [5]. Эксперименты по разрыву пленки

* Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (соглашение № 14.613.21.0011, идентификатор проекта RFMEFI61314X0011).

жидкости при отсутствии нагрева качественно подтверждают зависимость критической толщины пленки от равновесного краевого угла смачивания [6]. Последний используется как основной параметр во многих моделях разрыва нагреваемой пленки жидкости [7]. Однако это не согласуется с некоторыми экспериментальными работами [8, 9].

Во второй половине XX столетия появилась серия работ по образованию сухих пятен в пленках жидкости, стекающих по твердой стенке. В работе [10] был предложен критерий появления разрыва в стекающей изотермической пленке жидкости, который получил название критерия Хартли–Мургатройда. Критерий основан на балансе сил поверхностного натяжения и величин потери импульса в стекающей пленке на верхней границе сухого пятна. При расчете сил поверхностного натяжения авторы [10] учитывали только кривизну поперечного сечения свободной границы валика, примыкающего к сухому пятну. То есть априори предполагалось, что сухое пятно является достаточно большим. Поэтому критерий Хартли–Мургатройда дает заниженные оценки для области параметров, определяющих появление сухих пятен. В дальнейшем критерий Хартли–Мургатройда был распространен на пленки, обдуваемые потоком газа, и пленки, находящиеся в условиях тепломассообмена [11, 12]. В работе [13] был предложен более строгий учет сил поверхностного натяжения и сформулирован новый критерий, который позволил оценивать поведение пятна: закроется начальное сухое пятно в пленке или будет развиваться. Показано, что при новом подходе диапазон изменения размеров закрывающихся сухих пятен в рассматриваемой пленке оказывается существенно большим, чем предсказывает критерий Хартли–Мургатройда.

В настоящей работе на основе подхода, примененного в работе [13], выполнен теоретический анализ влияния равновесного краевого угла смачивания, поверхностного натяжения и сил гравитации на критические размеры сухих пятен в изотермической пленке жидкости заданной толщины на горизонтальной плоской подложке.

Анализ сил, действующих на валик, окружающий сухое пятно

Пусть на горизонтальной плоскости в поле сил тяжести находится неподвижная пленка капиллярной жидкости. Допустим, что в некоторый момент в пленке возникло сухое пятно в форме круга. В экспериментальной практике пятно, как правило, окружено характерным жидким валиком. На рис. 1 показаны общий вид сухого пятна с окружающим его валиком и поперечное сечение валика в плоскости, проходящей через его ось симметрии.

На каждый элемент валика, вырезанный центральным углом $\delta\varphi$, действуют сила тяжести и сила, обусловленная наличием поверхностного натяжения на криволинейной поверхности валика. Выпишем выражения для этих сил, действующих в плоскости пластины. Введем следующие обозначения: ρ — плотность жидкости, r_0 — радиус сухого пятна, g — ускорение силы тяжести, h — толщина жидкой пленки. За счет действия сил гравитации в пленке возникает статическое давление $P = \rho g z$, где координата z цилиндрической системы координат (r, φ, z) направлена вдоль оси симметрии валика.

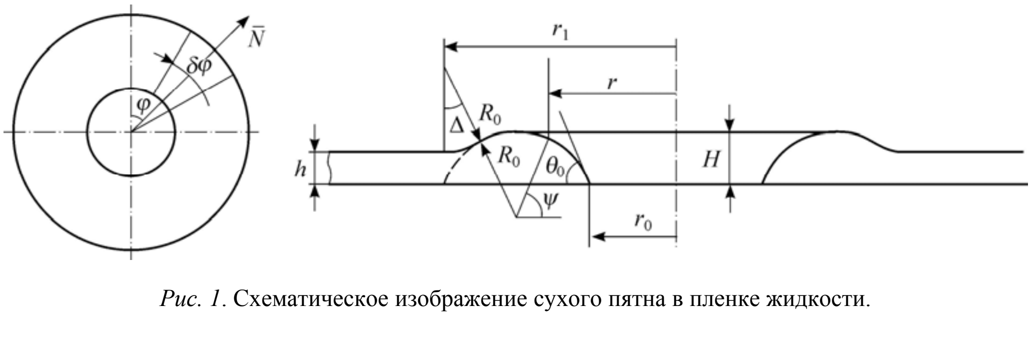

Рис. 1. Схематическое изображение сухого пятна в пленке жидкости.

Суммарное действие сил давления на элемент валика в плоскости подложки составляет $P = -\rho g h^2 r_1 \delta\phi/2$.

Капиллярную силу N, действующую на элемент валика также в плоскости подложки, можно представить в виде $N = \sigma\delta\varphi \int\limits_{(L)} (k_1 + k_2) r(\psi)\cos\psi dS$, здесь σ — коэффициент поверхностного натяжения жидкости, k_1 и k_2 — главные кривизны поверхности валика в точках контура L его поперечного сечения. Согласно теореме Менье [14], кривизна, связанная с осевой симметрией валика, записывается как $k_1 = \cos\psi/r$. Вторая кривизна, связанная с формой контура L, имеет вид $k_2 = d\vartheta/dS$, где $\vartheta = \pi/2 + \psi$ — угол между подложкой и касательной к контуру L. Следовательно,

$$N = \sigma\delta\varphi \left[-\int\limits_{(L)} \cos^2\psi R(\psi) d\psi + \int\limits_{(L)} r(\psi)\sin\vartheta d\vartheta \right], \quad (1)$$

здесь $R(\psi)$ — радиус локальной кривизны контура L.

Условие критического состояния сухого пятна в пленке

Под действием сил, действующих на элементы валика в плоскости подложки, валик начинает симметрично расширяться, вбирая в себя жидкость пленки, или сокращаться. Будем считать, что каждый элемент валика движется вдоль его соответствующего радиуса как единое целое. Тогда поведение малого сухого пятна в пленке определяется знаком при величине суммарной силы, действующей на элемент валика в направлении радиуса сухого пятна: пятно закрывается, если эта сила направлена к центру валика, и вырастает в размерах, если сила направлена от центра. Следовательно, равенство

$$P + N = 0 \quad (2)$$

является условием равновесного положения валика.

В преобладающем числе работ, посвященных моделированию сухих пятен и ривулетов, стекающих вдоль границ пятен, границы поперечного сечения валика или ривулета аппроксимируются дугами окружности [15–17]. В настоящем случае также будем считать, что криволинейная граница сечения валика составлена из дуг окружности радиуса R_0 (рис. 1). Наиболее наглядной характеристикой начального возмущения, очевидно, является высота валика H, которая связана с радиусом R_0 соотношением $H = R_0(1 - \cos\theta_0)$.

Рассмотрим подробно частный, физически наиболее вероятный сценарий образования начального сухого пятна. В пленке жидкости непосредственно на стенке возникает газовый (паровой) пузырек, отделенный от атмосферы тонкой пленкой-мембраной. В некоторый момент времени мембрана разрушается, и в пленке образуется сухое пятно круглой формы без валика. В таком случае $H = h$ и поперечное сечение валика представляет собой половину сегмента окружности радиуса R_0, примыкающей к подложке под углом, равным θ_0. Тогда $R_0 = h/(1 - \cos\theta_0)$, $r_1 = r_0 + R_0 \sin\theta_0$, $r(\psi) = r_1 - R_0\cos\psi$.

После того, как форма поперечного сечения валика описана, интегралы в выражении для N принимают вполне определенные значения:

$$N = \sigma\delta\varphi \left[-R_0 \int\limits_{\pi/2-\theta_0}^{\pi/2} \cos^2\psi d\psi + r_1 \int\limits_{\pi/2-\theta_0}^{\pi/2} \cos\psi d\psi - R_0 \int\limits_{\pi/2-\theta_0}^{\pi/2} \cos^2\psi d\psi \right].$$

Выполнив вычисления, получим: $N = \sigma\delta\varphi\left[-R_0\left(\theta_0 - \sin 2\theta_0/2\right) + r_1(1 - \cos\theta_0)\right]$.

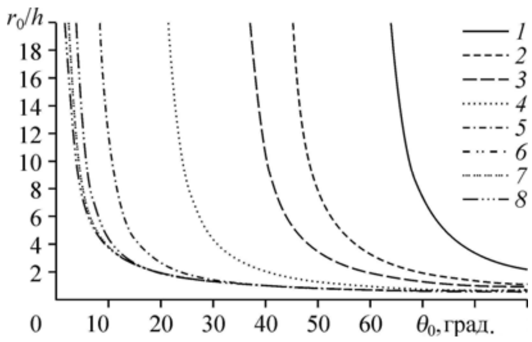

Рис. 2. Результаты расчетов критических значений радиуса сухого пятна в пленке жидкости в зависимости от краевого угла смачивания и числа Бонда.
Bo = 1 (*1*), 2 (*2*), 3 (*3*), 10 (*4*), 10^{-2} (*5*), 10^{-3} (*6*), 10^{-4} (*7*), 10^{-6} (*8*).

Подставив равенства для P и N в уравнение (2) и решив его относительно параметра r_0/h, можем записать выражение для определения критических значений размера сухого пятна в форме

$$\overline{r}_0 = \frac{\theta_0 - (1 - \mathrm{Bo}/2)\sin\theta_0}{(1 - \cos\theta_0)(1 - \cos\theta_0 - \mathrm{Bo}/2)}, \text{ где } \mathrm{Bo} = \frac{\rho g h^2}{\sigma} \text{ — число Бонда.}$$

На рис. 2 показаны критические значения отношения r_0/h в зависимости от числа Бонда и краевого угла смачивания. При каждом значении числа Бонда по знаку равнодействующей силы $F = N + P$ видно, что в области, находящейся выше и правее соответствующего графика на рис. 2, сухое пятно имеет тенденцию к расширению, в области ниже и левее графика — к его сужению, вплоть до исчезновения. Как видим, при числах Бонда, меньших Bo = 0,001, критические значения r_0/h практически от него не зависят и определяются величиной краевого угла смачивания.

В литературе уделяется существенное внимание исследованию разнообразных аспектов растекания жидкости по подложке при различных значениях коэффициента гравитационной перегрузки $n = g/9{,}8$, где g есть ускорение свободного падения, выраженное в м/с^2 [18]. В экспериментальной практике для создания условий с пониженной гравитацией проводят параболические полеты на самолетах, используют космические аппараты и др. В условиях параболического полета коэффициент перегрузки принимает значение порядка $n = 0{,}1$ и менее [18]. В условиях международной космической станции (МКС) $n = 10^{-3}$, в условиях свободного падения на башнях сбрасывания $n = 10^{-5}$. В качестве примера, применительно к пленкам воды толщиной 0,25 мм, в таблице показаны числа Бонда, соответствующие различным значениям коэффициента перегрузки n.

Из данных, приведенных на рис. 2, следует, что для тонких пленок воды условий параболического полета практически достаточно для моделирования явлений, связанных с образованием сухих пятен в пленках, как в условиях МКС, так и в условиях полной невесомости.

Таблица

Число Бонда, соответствующее значениям коэффициента гравитационной перегрузки

n	10^{-5}	10^{-3}	10^{-1}	1	2	5
Bo	$8{,}33\cdot10^{-8}$	$8{,}33\cdot10^{-6}$	$8{,}33\cdot10^{-4}$	$8{,}4\cdot10^{-3}$	0,0168	0,042

Выводы

Критические значения отношения радиуса сухого пятна к толщине пленки жидкости определяются числом Бонда и величиной краевого угла смачивания. При углах смачивания, превышающих значение θ_0 = 70–80 градусов, влияние числа Бонда на величину отношения r_0/h невелико и сами значения r_0/h малы; однако при средних и малых значениях θ_0 роль числа Бонда исключительно велика, а отношение r_0/h принимает большие критические значения. То есть при малых значениях θ_0 и большие сухие пятна имеют тенденцию к закрытию. В условиях полной невесомости, а также в условиях, приближенных к ним (параболический полет, МКС), критические значения отношения радиуса сухого пятна к толщине слоя жидкости практически не зависят от числа Бонда и определяются величиной краевого угла смачивания. Следовательно, условия параболического полета достаточны для моделирования явлений, связанных с образованием сухих пятен в пленках жидкости, как в условиях МКС, так и в условиях полной невесомости.

Список литературы

1. **Зайцев Д.В., Родионов Д.А., Кабов О.А.** Критический тепловой поток в локально нагреваемой пленке жидкости, движущейся под действием потока газа в мини-канале // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35, вып. 14. С. 88–94.
2. **Ajaev V.** Instability and rupture of thin liquid films on solid substrates // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2013. Vol. 1, iss. 1. P. 81–92.
3. **Зайцев Д.В., Кириченко Д.П., Кабов О.А.** Влияние смачиваемости подложки на разрыв локально-нагреваемой пленки жидкости // Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41, вып. 11. С. 79–85.
4. **Ajaev V.S., Gatapova E.Ya., Kabov O.A.** Stability and break-up of thin liquid films on patterned and structured surfaces // Advances in Colloid and Interface Sci. 2016. Vol. 228. P. 92–104.
5. **El-Genk M.S., Saber H.H.** Minimum thickness of a flowing down liquid film on a vertical surface // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2001. Vol. 44. P. 2809–2825.
6. **Kadoura M., Chandra S.** Rupture of thin liquid films sprayed on solid surfaces // Experiments in Fluids. 2013. Vol. 54, No. 2. P. 1465-1–1465-11.
7. **El-Genk M.S., Saber H.H.** An investigation of the breakup of an evaporating liquid film, falling down a vertical, uniformly heated wall // J. Heat Transfer. 2002. Vol. 124. P. 39–50.
8. **Кабов О.А.** Разрыв пленки жидкости, стекающей по поверхности с локальным источником тепла // Теплофизика и аэромеханика. 2000. Т. 7, № 4. С. 537–545.
9. **Зайцев Д.В., Кабов О.А., Чеверда В.В., Буфетов Н.С.** Влияние волнообразования и краевого угла смачивания на термокапиллярный разрыв стекающей пленки жидкости // Теплофизика высоких температур. 2004. Т. 42, № 3. С. 449–455.
10. **Hartley D.E., Murgatroyd W.** Criteria for the break-up of thin liquid layers flowing isothermally over solid surfaces // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1964. Vol. **7**. P. 1003–1015.
11. **Ponter A.B., Davies G.A., Ross T.K., Thornley P.G.** The influence of mass transfer on liquid film breakdown // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1967. Vol. 10. P. 349–359.
12. **Zuber N., Staub F.W.** Stability of dry patches forming in liquid films flowing over heated surfaces// Int. J. Heat and Mass Transfer. 1966. Vol. 9. P. 897–905.
13. **Мальцев Л.И., Заварзин Д.С.** Критерий роста малых сухих пятен в стекающих пленках жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2007. Т. 14, № 2. С. 239–248.
14. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике. М.: Наука, 1968. 720 с.
15. **Bankoff S.G.** Minimum thickness of a draining liquid film // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1971. Vol. 14. P. 2143–2146.
16. **Wilson S.D.R.** The stability of a dry patch on a wetted wall // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1974. Vol. 17. P. 1607–1615.
17. **Мальцев Л.И., Заварзин Д.С.** Математическое моделирование пленочных течений жидкости с «сухими» пятнами // Теплофизика и аэромеханика. 2012. Т. 19, № 6. С. 711–718.
18. **Кабов О.А., Зайцев Д.В.** Влияние гистерезиса смачивания на растекание капли под действием гравитации // Докл. РАН. 2013. Т. 451, № 1. С. 37–40.

Статья поступила в редакцию 25 июля 2016 г.,
после доработки — 21 сентября 2016 г.