

УДК 519.6, 532.542, 532.551, 534.012, 534.2

## **Особенности численного моделирования акустических колебаний давления на больших временных масштабах\***

**Д.И. Зарипов, Н.И. Михеев**

*Казанский научный центр РАН*

E-mail: zaripov.d.i@mail.ru, n.miheev@mail.ru

В рамках задачи об установившихся осциллирующих колебаниях в полузакрытом канале исследовано влияние свойств конечно-разностных схем интегрирования первого и второго порядков и степени дискретизации расчетной области на прогнозирование амплитудно-частотной характеристики колебаний давления. Показано, что использование схемы Годунова первого порядка точности из-за ее диссипативных свойств занижает амплитуду высокочастотных пульсаций по отношению к опытным данным. Применение схемы второго порядка точности Лакса–Вендроффа даже при сравнительно грубой дискретизации расчетной области дает качественное совпадение тенденции изменения амплитуды установившихся стоячих волн по номеру гармоники с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** граничное условие, численная схема, круглый канал, длинный канал, резонанс, акустические колебания.

### **Введение**

При математическом моделировании большого круга задач гидродинамики часто ограничиваются исследованиями изучаемых процессов на малых временных масштабах. Как правило, это связано с исследованиями стационарных или быстро устанавливающихся процессов. Между тем, встречаются задачи, в которых исследуются процессы, протекающие на больших временных масштабах. Например, в работе [1] при моделировании динамики нестационарного обтекания затупленных тел на больших временных интервалах рассматривается установление системы скачков уплотнения при натекании сверхзвуковой недорасширенной струи на преграду с плоской передней поверхностью. Необходимость изучения этой задачи на больших временных интервалах связана с длительным развитием периодического автоколебательного процесса. В работе [1] отмечается, что при численном решении таких задач помимо верификации полученных данных с использованием традиционных тестовых задач требуется применение специализированных тестов. Это обусловлено недостатком информации о погрешности определения искомых величин на больших временных масштабах, связанной с аппроксимацией исходных уравнений на разностной сетке.

---

\* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-19-10336).

К числу традиционных тестовых задач, часто используемых при верификации данных, полученных с использованием численных методов, относятся задачи Римана о распаде разрыва [2–4] и Шу–Ошера [5]. К характерной задаче по исследованию незатухающих по времени процессов на больших временных интервалах можно отнести изучение нестационарных процессов в круглой трубе [6–13]. В работах [6, 7] при моделировании незатухающих колебаний в полости круглого канала в качестве источника возмущений рассматривались объемные силы, а в работах [8–10] — поршень на одной из границ канала. Значительный практический интерес представляет задача о вынужденных колебаниях газа в полости канала, сообщающегося с окружающей средой. В работах [11–13] рассматривалась задача об опорожнении полузакрытой трубы, в которой газ в полости канала приводился в движение под действием начального перепада давления между окружающей средой и полостью канала с повышенным давлением. Однако возникающий таким образом колебательный процесс затухал по мере многократного отражения звуковой волны от границ полости канала, так как источник колебаний отсутствовал. Для поддержания незатухающего колебательного процесса в полости канала в настоящей работе предлагается поместить постоянный источник колебаний за пределами изучаемой области.

При моделировании колебательных движений газа на больших временных интервалах важным является вопрос о влиянии численной схемы на прогнозирование амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) колебаний потока. Например, в работе [11] показано влияние численной схемы с применением схем Годунова и Лакса–Вендроффа на величину амплитуды бегущей волны. При этом вопрос о влиянии численной схемы на АЧХ установившихся колебаний в полузакрытом канале остается открытым. Хорошо известно, что усиление колебаний на резонансных режимах определяется балансом подвода и диссипации энергии, а диссипативные свойства численной схемы могут оказать на оценку амплитуды резонансных колебаний заметное или даже решающее влияние. Поскольку задача о колебательном движении газа в круглой трубе является классической и всесторонне изученной, исследование влияния схем интегрирования на АЧХ колебаний потока на большом временном интервале применительно к этой задаче представляется наиболее приемлемым.

### Математическая модель и схемы интегрирования

Рассмотрим движение невесомого газа в прямолинейном цилиндрическом канале, закрытом твердой стенкой с одной стороны и открытым с другой (см. рис. 1). Пусть

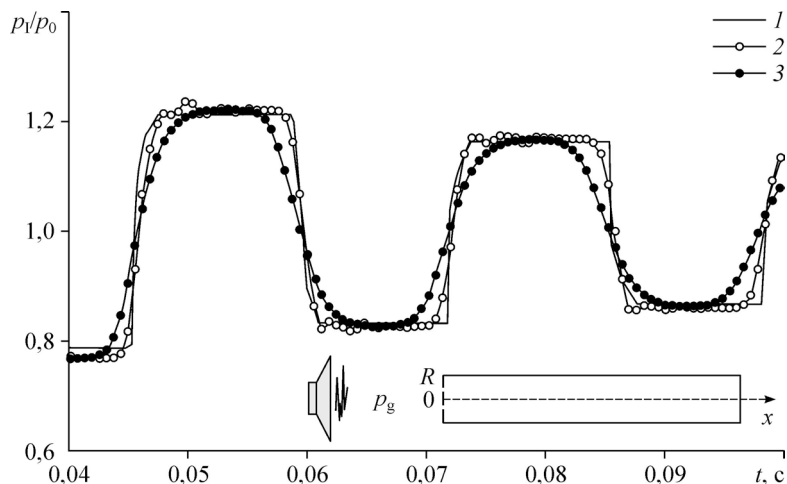


Рис. 1. Статическое давление на твердой границе канала и схема канала.

1 — эксперимент [12], 2 — расчет по схеме Лакса–Вендроффа, 3 — расчет по схеме Годунова.

во внешней среде известен закон изменения давления в виде

$$p_g = p_0 + g(t), \quad (1)$$

где  $p_0$  — постоянное давление в невозмущенной внешней среде,  $g(t)$  — периодическая составляющая давления в окружающей среде, которая, в общем случае, является суммой гармонических функций. Предположим, что движение газа на входе в канал происходит изэнтропически и одновременно с изменением давления в окружающем пространстве. Тогда давление, определяемое выражением (1), является полным давлением во входном сечении при втекании газа в канал, а статическое давление определяется вычитанием из него динамической составляющей в соответствии с уравнением Бернулли:

$$p = p_g - (1 + \zeta) \frac{\rho u |u|}{2}, \quad (2)$$

где  $p$ ,  $u$  — статическое давление и скорость во входном сечении соответственно,  $\zeta$  — коэффициент сопротивления, зависящий от вида входного участка [11, 14]. Введение коэффициента сопротивления  $\zeta$  целесообразно при учете влияния отрывных эффектов. Во многих задачах, например, в задаче опорожнения трубы, пренебрежение им приводит к физически неверному результату. Однако известно [15], что при свободном истечении газа из канала давление на срезе с достаточной точностью соответствует давлению в окружающей среде, т.е.  $\zeta = -1$ , а при стационарном безотрывном втекании газа в трубу можно положить  $\zeta = 0$ .

В рамках поставленной задачи рассматриваются уравнения неразрывности, движения, сохранения энергии и состояния, описывающие одномерное течение в круглых каналах [16]:

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} = \mathbf{D}, \quad e = \frac{p}{(k-1)\rho}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{R} = \{\rho, \rho u, \rho(e + u^2/2)\}^T$ ,  $\mathbf{Q} = \{\rho u, (p + \rho u^2), \rho u(e + u^2/2 + p/\rho)\}^T$ ,  $\mathbf{D} = \{0, -2\tau_w/R, 0\}^T$ ,  $\tau_w$  — напряжение трения на стенке,  $t$  — время,  $x$  — продольная координата,  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление,  $u$  — скорость,  $e$  — удельная внутренняя энергия,  $R$  — радиус канала. Напряжение трения в первом приближении можно выразить через скоростной напор  $\tau_w = \zeta \rho u^2/8$  с использованием коэффициента сопротивления трения  $\zeta$ . Для ламинарного течения  $\zeta = 64/\text{Re}$ , для турбулентного —  $\zeta = 0,3164/\text{Re}^{0,25}$ , здесь  $\text{Re}$  — число Рейнольдса.

На твердой непроницаемой границе выполняется условие прилипания и непротекания. На открытой границе канала, как отмечается в работах [11, 16–18], при моделировании нестационарных течений, согласно выражению (2), учитываются процессы, протекающие при втекании (вытекании) рабочей среды. Численная реализация этого граничного условия подробно изложена в работе [17]. В начальный момент времени принимаются постоянные значения давления  $p$  и плотности  $\rho$  потока по длине канала, а также нулевая скорость потока —  $u = 0$ .

Исследование влияния диссипативных и дисперсионных свойств разностных схем на результат моделирования при больших временных интервалах проведено с использованием явных конечно-разностных схем Годунова [19, 20] и Лакса–Вендроффа [20–22] первого и второго порядков точности соответственно. В соответствии со схемами Годунова и Лакса–Вендроффа сначала рассчитываются значения сеточной функции в полупроцельных точках шаблона на промежуточном слое  $(t_{n+1/2}, x_{i+1/2})$  следующим образом.

По схеме Годунова:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{i+1/2}^{n+1/2} = 0,5(\mathbf{R}_{i+1}^n + \mathbf{R}_i^n) - \frac{\Delta t}{\Delta x}(\mathbf{Q}_{i+1}^n - \mathbf{Q}_i^n) + \Delta t \mathbf{D}_{i+1/2}^n; \quad (4)$$

по схеме Лакса–Вендроффа:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{i+1/2}^{n+1/2} = 0,5(\mathbf{R}_{i+1}^n + \mathbf{R}_i^n) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{Q}_{i+1}^n - \mathbf{Q}_i^n) + 0,5 \Delta t \mathbf{D}_{i+1/2}^n, \quad (5)$$

где  $\mathbf{D}_{i+1/2}^n = (\mathbf{D}_i^n + \mathbf{D}_{i+1}^n)/2$ , верхний индекс указывает на значения скорости  $u$ , плотности  $\rho$ , давления  $p$ , внутренней энергии  $e$  и напряжения  $\tau_w$ , соответствующие временному слою  $n$ , а нижний индекс — на их значения в узле  $i$  расчетной сетки по пространству. На втором этапе для обеих схем вычисляется решение на верхнем слое в точке  $(t_{n+1}, x_i)$ :

$$\mathbf{R}_i^{n+1} = \mathbf{R}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\tilde{\mathbf{Q}}_{i+1/2}^{n+1/2} - \tilde{\mathbf{Q}}_{i-1/2}^{n+1/2}) + \Delta t \mathbf{D}_i^n.$$

Схемы устойчивы при выполнении условия Куранта:  $\Delta t < \Delta x v / (c_0 + |u|)$ , где  $0 < v < 1$  — число Куранта. Расчет выполнялся от состояния покоя вплоть до достижения установившегося периодического колебательного движения воздуха в полости канала.

### Результаты решения тестовых задач

Перед проведением исследований влияния численной схемы на амплитудно-частотную характеристику колебаний в круглых длинных каналах были решены две тестовые задачи: задача о распаде разрыва [4, 20] и задача опорожнения цилиндрической трубы, закрытой с одного стороны и открытой с другой [11, 12]. Результаты решения первой задачи с использованием схем интегрирования (4) и (5) хорошо согласуются с результатами работы [20]. Во второй задаче, как и в работах [11, 12], рассматривалась цилиндрическая труба длиной 2 м, в начальный момент времени заполненная неподвижным воздухом с давлением  $1,6 \cdot 10^5$  Па и плотностью  $2,08 \text{ кг/м}^3$ . Правая граница трубы была заглушена, а левая сообщалась с окружающей средой с давлением  $10^5$  Па и плотностью  $1,3 \text{ кг/м}^3$ . Задача решалась при  $\Delta x = 0,04$  м и  $\Delta t = 6 \cdot 10^{-5}$  с. Параметр  $\zeta$  в граничном условии (2) принимал значения 0,5 при втекании и  $-0,5$  при истечении.

На рис. 1 представлены экспериментальная [12] и расчетные осциллограммы статического давления  $p_1$  на непроницаемой стенке, отнесенных к давлению в окружающей среде  $p_0$ , на интервале времени 0,04–0,1 с от момента внезапного открытия границы. Видно, что решение по схеме Лакса–Вендроффа на фронте волны имеет небольшие нефизичные осцилляции. Применение схемы Годунова приводит к сильному размыванию решения, но в целом хорошо описывает затухающие периодические колебания в полости трубы. Последнее является следствием учета в граничном условии (2) потерь энергии на величину доли скоростного напора при вытекании и втекании [11]. Кроме того, применение обеих схем позволяет хорошо прогнозировать скорость распространения возмущений.

### Расчет установившихся колебаний в полужакрытом круглом канале

Рассматривается прямой канал длиной 1 м, радиусом 0,023 м, открытый с одной стороны и заглушенный твердой стенкой с другой (схема на рис. 1). В качестве источника возмущений рассматривается «белый» шум [16, 23] вблизи открытой границы, представляющий собой сочетание нескольких мод колебаний одной амплитуды, равномерно распределенных в широком частотном диапазоне. При таком источнике звука для получения амплитудно-частотных характеристик достаточно проведения одного опыта, тогда как при монохроматическом источнике звука потребовалось бы сканирование по всем задействованным частотам. При численном моделировании «белого» шума функция  $g(t)$ ,

входящая в выражение (1), принимала вид  $g(t) = \sum_i p_i \sin(2\pi f_i t + \varphi_i)$ , где суммирование ведется по всем гармоникам  $i$  с частотами  $f_i$  от 1 до 3000 Гц, здесь  $p_i = 5$  Па — амплитуда колебания статического давления,  $\varphi_i$  — случайный фазовый угол, равномерно распределенный в интервале от 0 до  $2\pi$ . Давление и плотность покоящегося газа в трубе и в окружающей среде в начальный момент времени считались одинаковыми и равными  $10^5$  Па и  $1,2 \text{ кг/м}^3$  соответственно. Так как при осциллирующих колебаниях скорости малой амплитуды профиль скорости можно считать равномерным, то при втекании имеем  $\zeta = 0$ , при истечении —  $\zeta = -1$ .

Результаты расчетов сравнивались с экспериментальными данными. В экспериментах «белый» шум создавался с помощью широкополосного динамического громкоговорителя, установленного на расстоянии 2 м от открытого входа в канал, а для одно-временного измерения пульсаций давления в двух точках использовалась акустическая аппаратура Brüel & Kjær с двумя 1/4-дюймовыми микрофонами 4961. Измерения выполнялись внутри канала (в центре заглушенного торца) и снаружи (вблизи открытого торца). При измерении пульсаций давления вблизи входа в канал были приняты меры по снижению влияния на результат измерений излучения звука из самого канала.

Анализ спектров показал, что в экспериментах амплитуда подаваемого на микрофон «белого» шума в выбранном диапазоне частот изменялась настолько, что АЧХ измеряемого сигнала получалась существенно неравномерной. Причиной этого могли быть неравномерные АЧХ усилительной аппаратуры и громкоговорителей. В связи с этим на основе экспериментальных данных оценивалась передаточная функция  $K(f)$ , численно равная отношению амплитуды пульсаций давления на стенке канала к амплитуде пульсаций во входном сечении на той же частоте [16, 24]. Отношение амплитуд на определенной частоте принято называть коэффициентом усиления на этой частоте. В экспериментах передаточная функция  $K(f)$  определялась в результате осреднения по пяти дублирующим опытам. При этом среднеквадратические пульсации давления во входном сечении в различных опытах хорошо воспроизводились и отличались между собой не более чем на 1 %.

Численное интегрирование уравнений (3) с использованием нелинейного граничного условия (2) проводилось при  $\Delta x = 7,4 \cdot 10^{-3}$  м и  $\Delta t = 1,3 \cdot 10^{-5}$  с, при которых число Куранта  $\nu = 0,6$ . На рис. 2 представлены экспериментальная и расчетные передаточные

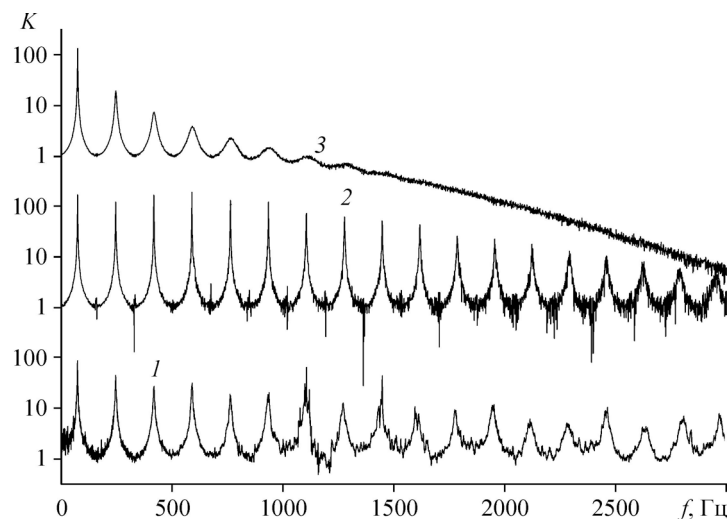


Рис. 2. Передаточная функция на непроницаемой стенке.

1 — эксперимент, 2 — расчет по схеме Лакса-Вендроффа,  
3 — расчет по схеме Годунова.

функции пульсаций давления на непроницаемой границе в частотном диапазоне от 1 до 3000 Гц. Видно, что расчетные значения резонансных частот, полученные с использованием схем Лакса–Вендроффа и Годунова, полностью совпадают с результатами экспериментов и согласуются с теоретической формулой  $f_n = c_0(2n-1)/(4L)$ , где  $f_n$  — резонансная частота соответствующей моды  $n = 1, \dots, N$ ,  $L$  — эффективная длина канала,  $c_0 = 344$  м/с. Однако применение схемы Годунова приводит к быстрому снижению коэффициента усиления  $K$  с ростом номера резонансной гармоники (рис. 2), причем уже на седьмой резонансной гармонике амплитуда пульсаций становится даже ниже амплитуды вынуждающих колебаний, т.е.  $K(f) < 1$ . Такое отклонение значения расчетной передаточной функции от полученного экспериментально объясняется диссипативными свойствами схемы Годунова. Расчет по схеме Лакса–Вендроффа показывает тенденцию умеренного уменьшения амплитуды пульсаций с увеличением номера резонансной гармоники, что в целом согласуется с результатами экспериментов и с теоретическими представлениями статьи [6]. Однако применение схемы Лакса–Вендроффа приводит к завышенным значениям передаточной функции на резонансных частотах. В основном это связано, по-видимому, с использованием в расчетах квазистационарного аналога для коэффициента сопротивления трения  $\xi$ .

Следует отметить, что с увеличением номера гармоники уменьшается число узлов разностной сетки на длину акустической волны, что также вносит дополнительные погрешности в решение. Например, в рассмотренной задаче число узлов сетки по пространству на длину волны для первой гармоники составляло 540 (900 шагов по времени на период колебания), а для восемнадцатой — 15 (25 шагов по времени на период колебания).

Для установления влияния степени дискретизации расчетной области на амплитуду установившихся резонансных колебаний рассматривалась задача о колебании газа в трубе при моногармоническом колебании давления во внешней среде по закону  $g(t) = A_p \sin(2\pi ft)$ , где  $A_p = 5$  Па — амплитуда пульсации статического давления в окружающей среде,  $f$  — резонансная частота, равная первой собственной частоте канала. Расчеты проводились при различных значениях  $\Delta t$  и  $\Delta x$ . Для удобства дальнейшего анализа условие Куранта запишем в виде  $N_x/N_t < 1$ , где  $N_t = T/\Delta t$  — число шагов по времени на период колебаний,  $N_x = \lambda/\Delta x$  — число шагов по пространству на длину волны,  $c_0 = \lambda/T$ .

На рис. 3 представлены зависимости коэффициента усиления  $K$  на частоте  $f = 86$  Гц для конфигурации канала, аналогичной предыдущей задаче (длина канала — 1 м, радиус — 0,023 м), при тех же параметрах рабочей среды (давление и плотность рабочей среды в начальный момент времени равны  $10^5$  Па и  $1,2$  кг/м<sup>3</sup> соответственно). Для наглядности и простоты рассуждений вместо времени по оси абсцисс отложено число полных колебаний  $N_{\text{puls}}$  в окружающей среде. Из рис. 3 видно изменение по времени коэффициента усиления  $K$  в промежутке от первоначального состояния покоя до установления амплитуды колебаний. Однако видно, что при расчете по схеме Лакса–Вендроффа амплитуда резонансных колебаний на стенке канала устанавливается уже при  $N_t \sim 100$  и  $\nu = 0,66$ , в то время как вычисление по схеме Годунова с теми же расчетными параметрами приводит к занижению значения амплитуды в 15 раз. Видно, что повышение степени дискретизации при расчете по схеме Годунова приводит к увеличению коэффициента усиления  $K$ , следствием этого является многократное увеличение времени расчета. Это обстоятельство заметно снижает интерес к схемам первого порядка.

Таким образом, показано влияние численных схем интегрирования первого (4) и второго (5) порядков и степени дискретизации расчетной области на АЧХ колебаний

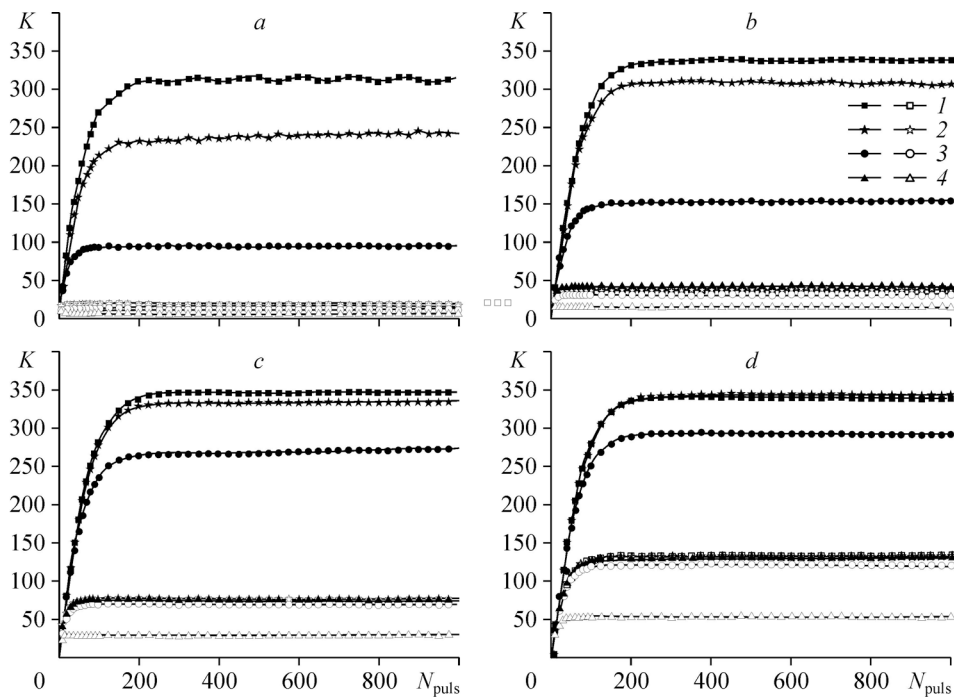


Рис. 3. Расчетные значения коэффициента усиления колебаний.

Схемы Лакса–Вендроффа (темные символы) и Годунова (светлые символы) при  $N_t = 100$  (a), 200 (b), 400 (c) и 800 (d). a:  $v = 0,664$  (1), 0,468 (2), 0,274 (3), 0,117 (4), b:  $v = 0,674$  (1), 0,456 (2), 0,198 (3), 0,079 (4), c:  $v = 0,665$  (1), 0,447 (2), 0,198 (3), 0,05 (4), d:  $v = 0,669$  (1), 0,347 (2), 0,124 (3), 0,03 (4).

давления в круглом полузакрытом канале на временных масштабах, многократно превышающих период колебания. Установлено, что применение схемы Лакса–Вендроффа второго порядка точности обеспечивает удовлетворительную степень сходимости с опытными данными по амплитуде установившихся стоячих волн уже при  $N_t \sim 100$ . Использование схемы Годунова первого порядка точности значительно увеличивает время расчета за счет увеличения значений  $N_x$  и  $N_t$ .

### Список литературы

1. Пинчуков В.И. Моделирование динамики нестационарного обтекания затупленных тел на больших интервалах по времени // Вычислительные технологии. 2013. Т. 18, № 1. С. 74–86.
2. Roe P.L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes // J. Comp. Phys. 1981. Vol. 43, No. 2. P. 357–372.
3. Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme // J. Comp. Phys. 1979. Vol. 32, No. 1. P. 101–136.
4. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение уравнений газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
5. Shu C., Osher S. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes, II // J. Comp. Phys. 1989. Vol. 83, No. 1. P. 32–78.
6. Ilinskii Y.A., Lipkens B., Lucas T.S., Van Doren T.W., Zabolotskaya E.A. Nonlinear standing waves in an acoustical resonator // J. Acoustical Society America. 1998. Vol. 104, No. 5. P. 2664–2674.
7. Fangli Ning, Qilei Guo, Xiaofan Li. Transient motion of finite amplitude standing waves in acoustic resonators // Wave Motion. 2015. Vol. 53. P. 28–39.
8. Игамов М.А., Зарипов Р.Г., Галиуллин Р.Г., Репин В.В. Nonlinear oscillations of a gas in a tube // Appl. Mech. Rev. 1996. Vol. 49, No. 3. P. 137–154.
9. Chester W. Resonant oscillations in closed tubes // J. Fluid Mech. 1964. Vol. 18, No. 1. P. 44–64.
10. Тукмаков А.Л. Численное моделирование колебаний монодисперсной газозвеси в нелинейном волновом поле // Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 52, № 2. С. 36–43.

11. **Борисенко В.И., Кутишев М.А., Мукоид В.П.** Численное моделирование газодинамических процессов в открытой с торца трубе // Прикладная механика и техническая физика. 1999. Т. 40, № 1. С. 74–79.
12. **Levy M.J., Potter J.H.** Gas flow in a rarefaction wavetube // Naval Engineers. J. 1964. Vol. 76, No. 6. P. 941–950.
13. **Mezher H., Chalet D., Migaud J., Chesse P.** Frequency based approach for simulating pressure waves at the inlet of internal combustion engines using a parameterized model // Applied Energy. 2013. Vol. 106. P. 275–286.
14. **Идельчик И.Е.** Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.
15. **Абрамович Г.Н.** Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1976. 888 с.
16. **Зарипов Д.И., Михеев Н.И.** Амплитудно-частотные характеристики акустических колебаний в Т-образных каналах // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21, № 5. С. 629–636.
17. **Зарипов Д.И.** К аппроксимации граничных условий при одномерном моделировании течений в круглых каналах // Труды Академэнерго. 2015. № 1. С. 25–33.
18. **Зарипов Д.И., Михеев Н.И., Душин Н.С.** Метод моделирования течения жидкости в разветвленных каналах // Изв. Вузов. Авиационная техника. 2013. № 1. С. 23–27.
19. **Godunov S.K., Zabrodin A.V., Prokopov G.P.** A computational scheme for two-dimensional non stationary problems of gas dynamics and calculation of the flow from a shock wave approaching a stationary state // J. Comp. Math. Phys. 1962. Vol. 1, No. 4. P. 1187–1219.
20. **Sod G.A.** A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear conservation laws // J. Comp. Phys. 1978. Vol. 27, No. 1. P. 1–31.
21. **Lax P.D., Wendroff B.** Difference schemes for hyperbolic equations with high order of accuracy // Comm. Pure Appl. Math. 1964. Vol. 17. P. 381–398.
22. **Lax P.D., Wendroff B.** Systems of conservation laws // Comm. Pure Appl. Math. 1960. Vol. 13. P. 217–237.
23. **Montenegro G., Onorati A., Della Torre A.** The prediction of silencer acoustical performances by 1D, 1D–3D and quasi-3D non-linear approaches // Computers and Fluids. 2013. Vol. 71. P. 208–223.
24. **Chatoorgoon V., Qizhao Li.** A study of acoustic wave damping in water-filled pipes with zero flow and turbulent flow // Nucl. Eng. Des. 2009. Vol. 239, No. 11. P. 2326–2332.

*Статья поступила в редакцию 18 июля 2016 г.,  
после переработки — 11 октября 2016 г.*