

УДК 624.07:534.1

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В УПРУГОМ КОЛЕСЕ*

А. В. Метрикин

*Институт машиноведения,
603024 Нижний Новгород*

Эффект переходного излучения известен в физике с середины текущего столетия [1] и к настоящему времени достаточно подробно изучен в электродинамике [2] и акустике [3]. В последнее десятилетие в связи с развитием скоростного транспорта и увеличением скорости работы машин и механизмов стало очевидно, что переходное излучение играет существенную роль и в динамике упругих конструкций, взаимодействующих с движущимися по ним объектами [4–7]. Ярким примером такой конструкции служит система токосъема на электрическом транспорте, где движущийся токосъемник возбуждает в подвеске упругие волны за счет наличия в ней зажимов, фиксаторов, воздушных стрелок и т. п. [8].

Возникающее в подвеске излучение, с одной стороны, может приводить к таким нежелательным явлениям, как увеличение амплитуды колебаний токосъемника [7] и его отрыв от контактного провода [9], а с другой — служить естественным полем деформаций, позволяющим диагностировать состояние подвески. Другим важным примером механической системы, в которой движущаяся нагрузка может возбуждать упругие волны, является упругое колесо [10] — типовой элемент большинства машин. Если колесо неоднородно по угловой координате (имеются спицы, крепления, дисковые тормоза и т. п.), то одним из механизмов генерации волн будет переходное излучение. Исследование этого механизма применительно к упругому колесу представляет как теоретический, так и практический интерес. С точки зрения теории любопытно проанализировать особенности излучения, связанные с замкнутостью упругой системы, а практическая важность проблемы обусловлена, например, необходимостью создания адекватной современным посадочным скоростям теории устойчивости («шимми») колес самолетов при посадке.

В настоящей работе, целью которой является качественное изучение эффекта переходного излучения в замкнутой упругой системе, колесо моделируется нитью, распертой пружинами, жесткость которых равномерно распределена по углу (рис. 1). Роль неоднородности выполняют сосредоточенные упругоинерционные «спицы», эквидистантно расположенные по длине колеса. Полагается, что в результате взаимодействия с поверхностью Земли или с каким-либо другим объектом на колесо действует постоянная по величине и направленная по радиусу сила, точка приложения которой перемещается с постоянной угловой скоростью. Методом изображений [11] получено точное решение задачи об установившихся колебаниях колеса. Установлено, что под действием движущейся нагрузки в колесе возникает переходное излучение упругих волн. Спектр этого излучения дискретен, причем фазовая скорость каждой гармоники равна скорости движения нагрузки. Показано, что в системе возможен резонанс, имеющий место в случае, когда длина волны одной из излучаемых гармоник кратна длине колеса.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-01-01416).

Рассмотрим нерастяжимую нить длины l , распертую равномерно распределенными по углу пружинами с погонной плотностью k , один конец которых прикреплен к жесткой оси (рис. 1). Если длина a пружин в недеформированном состоянии больше, чем $R = 1/2\pi$, то нить натянется и примет форму кольца. Натяжение нити, согласно [12], при этом будет определяться выражением $T = kR(a - R)$. Будем полагать, что наряду с пружинами, распирающими нить, ось и нить соединены сосредоточенными эквидистантно расположенными по длине колеса «спицами», количество которых обозначим N . Пусть, кроме того, все «спицы» одинаковы, масса, жесткость и вязкость каждой из них соответственно m , k_0 и ν , а длина упругого элемента «спицы» в недеформированном состоянии совпадает с R .

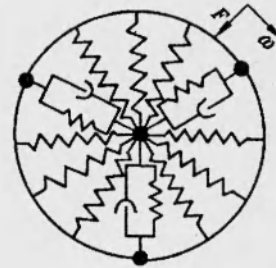


Рис. 1

Исследуем вынужденные колебания нити, возбуждаемые радиальной постоянной по величине силой F , точка приложения которой вращается с постоянной угловой частотой ω . Согласно [12, 13], система уравнений, описывающая малые радиальные колебания нити (окружные и радиальные колебания в данной модели независимы в линейном приближении), имеет вид

$$\rho U_{\tau\tau} - T U_{s,s} + kU = -F\delta(s - R\omega\tau + l\{\omega\tau/2\pi\}), \quad 0 \leq s \leq l, \quad 0 \leq \tau < \infty, \\ [U]_{s=nl/N} = 0, \quad U(nl/N, \tau) = y_n(\tau), \quad (1)$$

$$T[U_s]_{s=nl/N} = m\ddot{y}_n + \nu\dot{y}_n + k_0y_n, \quad U(s+l, \tau) = U(s, \tau), \quad 1 \leq n \leq N.$$

Здесь $U(s, \tau)$ — радиальное смещение нити; $y_n(\tau)$ — радиальное смещение инерционного элемента n -й «спицы»; τ — время; $s = R\varphi$ — дуговая переменная (φ — угол); ρ — погонная плотность нити; $\delta(\dots)$ — дельта-функция; $\{b\}$ — целая часть числа b ; $[f]_{s=c} = f(c+0) - f(c-0)$.

Будем искать решение задачи (1) методом изображений, т. е., считая упругую систему безграничной, пустим по ней дополнительные фиктивные источники так, чтобы условие замкнутости $U(s+l, \tau) = U(s, \tau)$ оказалось выполненным. Очевидно, что этому требованию удовлетворяют источники силы F , движущиеся по законам $s_k = \omega R\tau + kl$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Следовательно, вспомогательная задача, решение которой совпадает с решением (1) при $s \in [0, l]$, после обезразмеривания запишется в виде (рис. 2)

$$U_{tt} - U_{xx} + U = -P \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(x - vt + Ndk), \quad -\infty < x < \infty, \quad -\infty < t < \infty, \\ [U]_{x=nd} = 0, \quad U(nd, t) = y_n(t), \quad (2)$$

$$[U_x]_{x=nd} = M\ddot{y}_n + \delta\dot{y}_n + Ky_n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где $x = sh/c$, $t = h\tau$ ($h = (k/\rho)^{1/2}$, $c = (T/\rho)^{1/2}$) — безразмерные координата и время; $v = \omega R/c$ — безразмерная скорость нагрузки (в дальнейшем будем полагать $v < 1$); $d = hl/cN$ — безразмерное расстояние между «спицами»; $P = F/\rho hc$ — нагрузка; $M = mhc/T$, $\delta = \nu c/T$, $K = k_0 c/hT$ — безразмерные масса, вязкость и жесткость «спицы»; точка над y_n означает дифференцирование по безразмерному времени t .

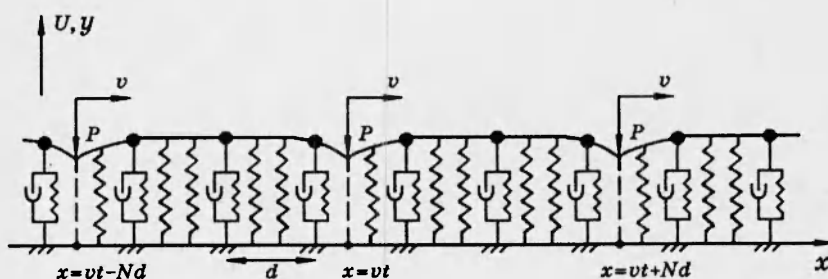


Рис. 2

Для отыскания установившихся колебаний нити применим к (2) интегральное преобразование Фурье по времени:

$$V(x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(x, t) \exp(i\omega t) dt, \quad z_n(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y_n(t) \exp(i\omega t) dt.$$

В изображениях получим

$$V_{xx} + (\omega^2 - 1)V = \frac{P}{v} \exp(i\omega x/v) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp(i\omega d N k/v), \quad (3)$$

$$[V]_{x=nd} = 0, \quad V(nd, \omega) = z_n(\omega), \quad [V]_{x=nd} = (K - i\delta\omega - M\omega^2)z_n.$$

При $x \in [0, d]$ общее решение (3) имеет вид

$$V(x) = A \exp(ix\sqrt{\omega^2 - 1}) + B \exp(-ix\sqrt{\omega^2 - 1}) - S \exp(i\omega x/v). \quad (4)$$

Здесь

$$S(\omega) = \frac{Pv}{\omega^2(1 - v^2) + v^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp(i\omega d N k/v).$$

Для системы (2) справедливо условие периодичности, связанное с эквидистантностью «спиц» и равномерностью движения нагрузки

$$U(x, t) = U(x + d, t + d/v), \quad (5)$$

в пространстве изображений принимающее вид

$$V(x + d) = V(x) \exp(i\omega d/v). \quad (6)$$

Выражение (4) для $\tilde{v}(x)$ при $x \in [0, d]$ и условие периодичности (6) позволяют записать решение задачи (3) при любых x . В частности, при $x \in [d, 2d]$

$$V(x) = \exp(i\omega d/v) (A \exp(i(x - d)\sqrt{\omega^2 - 1}) + B \exp(-i(x - d)\sqrt{\omega^2 - 1})) - S \exp(i\omega x/v). \quad (7)$$

Полагая, что $z_0(\omega) = C(\omega)$, из условия периодичности (6) получим

$$z_n = C \exp(i\omega d n/v). \quad (8)$$

Сшивая решения (4) и (7) при $x = d$ и используя (8), для определения A, B, C запишем систему уравнений

$$A + B - S = C, \quad A \exp(id\sqrt{\omega^2 - 1}) + B \exp(-id\sqrt{\omega^2 - 1}) = (A + B) \exp(i\omega d/v),$$

$$i\sqrt{\omega^2 - 1} (\exp(i\omega d/v)(A - B) - A \exp(id\sqrt{\omega^2 - 1}) + B \exp(-id\sqrt{\omega^2 - 1})) = C(K - i\delta\omega - M\omega^2) \exp(i\omega d/v),$$

после решения которой найдем

$$A = \Delta_1/\Delta, \quad B = \Delta_2/\Delta, \quad C = \Delta_3/\Delta,$$

$$\Delta = -4i\beta(p^2 + 1 - p(\gamma^+ + \gamma^-)) - Gp(\gamma^- - \gamma^+) = \\ = -4ip\beta(\cos(\omega d/v) - \cos(d\sqrt{\omega^2 - 1}) - G \sin(d\sqrt{\omega^2 - 1})/2\sqrt{\omega^2 - 1}),$$

$$\Delta_1 = SGp(p - \gamma^-), \quad \Delta_2 = SGp(\gamma^+ - p), \quad \Delta_3 = 2i\beta S(p^2 + 1 - p(\gamma^+ + \gamma^-)),$$

$$\beta = \sqrt{\omega^2 - 1}, \quad p = \exp(i\omega d/v), \quad \gamma^\pm = \exp(\pm id\sqrt{\omega^2 - 1}), \quad G = K - i\delta\omega - M\omega^2.$$

Выполняя обратное преобразование Фурье, получим точное решение задачи (2), описывающее установившиеся колебания нити при $x \in [0, d]$:

$$U(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S}{\Delta} (Gp(p - \gamma^-) \exp(ix\sqrt{\omega^2 - 1}) + \\ + Gp(\gamma^+ - p) \exp(-ix\sqrt{\omega^2 - 1}) - \Delta \exp(i\omega x/v)) \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (9)$$

Смещение нити при $x \in [d, Nd]$ определяется с помощью условия периодичности (5).

Решение задачи (2) при $x \in [0, Nd]$ совпадает с решением задачи (1), поэтому выражение (9) вместе с условием (5) определяет точное решение исходной задачи (1).

Полюсы подынтегральной функции в (9) удовлетворяют уравнению

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow \cos(\varkappa d) = \cos(\omega d/v), \quad (10)$$

где $\cos(\varkappa d) = \cos(d\sqrt{\omega^2 - 1}) + G \sin(d\sqrt{\omega^2 - 1})/2\sqrt{\omega^2 - 1}$ — дисперсионное уравнение натянутой нити (струны), лежащей на эквидистантных опорах. Уравнение (10), корнями которого является дискретный набор частот, определяет частоты возбуждаемых нагрузкой гармоник и имеет простое физическое толкование. Действительно, при переходе нагрузки через «спицу» в нити возникает переходное излучение упругих волн [4], имеющее сплошной спектр. За счет периодичности упругой системы поля излучения, возбуждаемые нагрузкой при переходе через каждую «спицу», на определенных частотах оказываются сфазированными. Поэтому в установившемся режиме спектр излучения дискретен, а частоты излучаемых гармоник будут определяться уравнением (10), являющимся, по существу, условием «резонанса» полей излучения (по этой причине переходное излучение в периодически неоднородной среде принято называть резонансным переходным излучением [2]).

Равенство (10) может быть переписано в более компактной форме. Действительно, из (10) следует

$$\varkappa + 2\pi j/d = \omega/v, \quad j = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (11)$$

Выражение $\varkappa + 2\pi j/d$ представляет собой ни что иное, как волновое число k_j j -й пространственной гармоники в периодически неоднородной среде [14]. Поэтому (10) может быть записано в виде $v_j^{\text{ph}} = v$ ($v_j^{\text{ph}} = \omega/k_j$ — фазовая скорость j -й излучаемой гармоники). Таким образом, фазовые скорости всех возбуждаемых нагрузкой гармоник равны скорости ее движения.

Одним из наиболее важных для практики вопросов, связанных с вынужденными колебаниями упругих систем, является вопрос о резонансных параметрах системы, при которых амплитуда ее колебаний резко возрастает. Найдем поэтому условия резонанса применительно к рассматриваемой модели упругого колеса. Не ограничивая общности, это можно сделать, исследовав амплитуду колебаний одной из «спиц». Из соображений краткости записи рассмотрим «спицу» с номером $n = 0$, причем вычислим ее смещение в момент времени $t = 0$ (для определения резонансных параметров выбор момента времени несуществен). Согласно (9), смещение инерционного элемента выбранной «спицы» при $t = 0$ определяется выражением

$$y_0(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} z(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta_3/\Delta d\omega = \\ = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \frac{\cos(\omega d/v) - \cos(d\sqrt{\omega^2 - 1})}{\cos(\omega d/v) - \cos(\alpha d)} d\omega. \quad (12)$$

Возьмем интеграл (12) с помощью теории вычетов. Для этого разобьем его на три интеграла (см. выражение для $S(\omega)$ в (4)):

$$y_0(0) = -(I_1 + I_2 + I_3)/4\pi.$$

Здесь

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} D^{-1}(\omega)(\cos(\omega d/v) - \cos(d\sqrt{\omega^2 - 1})) d\omega; \\ I_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D^{-1}(\omega)(\cos(\omega d/v) - \cos(d\sqrt{\omega^2 - 1})) \exp(i\omega d N k/v) d\omega; \\ I_3 = I_2^*; \quad D(\omega) = (\omega^2(1 - v^2) + v^2)(\cos(\omega d/v) - \cos(\alpha d))/Pv;$$

звездочка означает комплексное сопряжение.

Вычислим I_1, I_2, I_3 последовательно. Для I_1 имеем

$$I_1 = \frac{1}{2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} D^{-1}(\omega)(\exp(i\omega d/v) - \exp(id\sqrt{\omega^2 - 1})) d\omega + \text{к. с.} \right). \quad (13)$$

Замыкая контур интегрирования по верхней полуплоскости комплексной переменной ω для первого интеграла из (13) и по нижней — для второго, получим

$$I_1 = \pi i \sum_m \operatorname{Res}_{\operatorname{Im}(\omega_m) > 0} \left\{ D^{-1}(\omega_m)(\exp(i\omega_m d/v) - \exp(id\sqrt{\omega_m^2 - 1})) \right\} - \\ - \pi i \sum_l \operatorname{Res}_{\operatorname{Im}(\omega_l) < 0} \left\{ D^{-1}(\omega_l)(\exp(-i\omega_l d/v) - \exp(-id\sqrt{\omega_l^2 - 1})) \right\} - \\ - \int_{-1}^1 D^{-1}(\omega) \operatorname{sh}(d\sqrt{\omega^2 - 1}) d\omega, \quad (14)$$

где ω_m и ω_l — нули функции $D(\omega)$ соответственно в верхней и нижней полуплоскости комплексной переменной ω ; $\operatorname{Res}\{f(\omega_k)\}$ — вычет функции

$f(\omega)$ в точке ω_k .

Перейдем к вычислению I_2 . Замыкая контур интегрирования по верхней полуплоскости ω (поскольку $N \geq 1$, интеграл по полуокружности бесконечного радиуса при $\text{Im}(\omega) > 0$ стремится к нулю), имеем

$$I_2 = \sum_{k=1}^{\infty} 2\pi i \sum_m \text{Res}_{\text{Im}(\omega_m) > 0} \left\{ D^{-1}(\omega_m) (\cos(\omega_m d/v) - \cos(d\sqrt{\omega_m^2 - 1})) \exp(i\omega_m dNk/v) \right\}.$$

Вследствие того, что $\text{Im}(\omega_m) > 0$, в полученном выражении может быть проведено суммирование по k с помощью формулы для суммы бесконечной геометрической прогрессии (знаменатель прогрессии равен $\exp(i\omega_m dNk/v)$). Выполняя эту операцию, находим

$$I_2 = 2\pi i \sum_m \frac{\exp(i\omega_m dN/v)}{1 - \exp(i\omega_m dN/v)} \times \text{Res}_{\text{Im}(\omega_m) > 0} \left\{ D^{-1}(\omega_m) (\cos(\omega_m d/v) - \cos(d\sqrt{\omega_m^2 - 1})) \right\}. \quad (15)$$

При вычислении I_3 контур интегрирования должен быть замкнут по нижней полуплоскости. После суммирования по k выражение для I_3 примет вид

$$I_3 = -2\pi i \sum_l \frac{\exp(-i\omega_l dN/v)}{1 - \exp(-i\omega_l dN/v)} \times \text{Res}_{\text{Im}(\omega_l) < 0} \left\{ D^{-1}(\omega_l) (\cos(\omega_l d/v) - \cos(d\sqrt{\omega_l^2 - 1})) \right\}. \quad (16)$$

Как видно из (15), (16), подозрительными на резонанс (на стремление смещения «спицы» $\psi_0(0)$ к бесконечности при стремлении ее вязкости ν к нулю) являются следующие два случая:

- а) уравнение $D(\omega) = 0$ при $\nu = 0$ имеет кратный действительный корень, интеграл (12) должен, казалось бы, расходиться как преобразование Фурье от функции, имеющей кратный полюс на действительной оси;
- б) корень уравнения $D(\omega) = 0$ при $\nu = 0$ совпадает с одним из корней уравнений $1 - \exp(\pm i\omega dN/v) = 0$, при этом либо I_2 , либо I_3 стремятся к бесконечности.

Разберемся, действительно ли условия а и б являются условиями резонанса. Случай а означает, что групповая скорость $d\omega/dk_j$ одной из излучаемых гармоник совпадает со скоростью v движения нагрузки. В безграничных периодически неоднородных направляющих, подверженных действию движущейся нагрузки, равенство $d\omega/dk_j = v$ представляет собой условие резонанса, причем единственное [7]. В замкнутой же системе это не так. Здесь не может быть резонанса, если длина волны излучаемой гармоники не кратна длине кольца. Допустим, что уравнение $D(\omega) = 0$ при $\nu = 0$ имеет действительный кратный корень ω^* . Выпишем слагаемые, входящие в выражение для $\psi_0(0)$, величина каждого из которых в данном случае стремится к бесконечности. Обозначим их сумму через S^∞ . Согласно (14)–(16), имеем

$$S^\infty = \pi i \text{Res}_{\omega \rightarrow \omega^* + i0} \left\{ D^{-1}(\omega) (\exp(i\omega d/v) - \exp(id\sqrt{\omega^2 - 1})) \right\} - \pi i \text{Res}_{\omega \rightarrow \omega^* - i0} \left\{ D^{-1}(\omega) (\exp(-i\omega d/v) - \exp(-id\sqrt{\omega^2 - 1})) \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& + 2\pi i \frac{\exp(i\omega^* dN/v)}{1 - \exp(i\omega^* dN/v)} \times \\
& \times \operatorname{Res}_{\omega \rightarrow \omega^* + i0} \left\{ D^{-1}(\omega) (\cos(\omega d/v) - \cos(d\sqrt{\omega^2 - 1})) \right\} - \\
& - 2\pi i \frac{\exp(-i\omega^* dN/v)}{1 - \exp(-i\omega^* dN/v)} \times \\
& \times \operatorname{Res}_{\omega \rightarrow \omega^* - i0} \left\{ D^{-1}(\omega) (\cos(\omega d/v) - \cos(d\sqrt{\omega^2 - 1})) \right\}.
\end{aligned}$$

Пользуясь равенством $\operatorname{Res}_{\omega \rightarrow \omega^* + i0} \{f(\omega)\} = \operatorname{Res}_{\omega \rightarrow \omega^* - i0} \{f(\omega)\}$, следующим из определения вычета, перепишем S^∞ в виде

$$\begin{aligned}
S^\infty = 2\pi i \left\{ 1 + \frac{\exp(i\omega^* dN/v)}{1 - \exp(i\omega^* dN/v)} + \frac{\exp(-i\omega^* dN/v)}{1 - \exp(-i\omega^* dN/v)} \right\} \times \\
\times \operatorname{Res}_{\omega \rightarrow \omega^* + i0} \left[D^{-1}(\omega) (\cos(\omega d/v) - \cos(d\sqrt{\omega^2 - 1})) \right].
\end{aligned}$$

Выражение в фигурных скобках равно нулю, в чем легко убедиться, приведя его к общему знаменателю. Вследствие этого S^∞ и смещение «спицы» $y_0(0)$ будут ограничены. Таким образом, условие a не является условием резонанса.

Что касается случая b , то он действительно определяет параметры системы, при которых в ней наблюдается резонанс. Математически это очевидно, так как $y_0(0)$ стремится к бесконечности при выполнении условия b благодаря росту одного слагаемого. С точки зрения физики условие b также достаточно прозрачно. Действительно, реальные корни уравнения $D(\omega) = 0$ совпадают с реальными корнями (11), а уравнения $1 - \exp(\pm i\omega dN/v) = 0$ имеют те же решения, что и уравнение $\sin(\omega dN/2v) = 0$. Поэтому условие b может быть переписано в виде системы

$$\varpi + \frac{2\pi j}{d} = \frac{\omega}{v}, \quad \omega = \frac{2\pi vk}{Nd}, \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (17)$$

Учитывая, что $2\pi/(\varpi + 2\pi j/d) = 2\pi/k_j = \lambda_j$, где k_j — волновое число j -й гармоники, λ_j — соответствующая длина волны, из (17) получим

$$j\lambda_j = Nd.$$

Таким образом, условием резонанса в колесе со «спицами» является кратность длины волны одной из излучаемых гармоник длине колеса (Nd — безразмерная длина колеса).

Графическое решение системы (17) качественно изображено на рис. 3. Разрывная кривая представляет собой дисперсионную зависимость $\varpi(\omega)$ периодически неоднородной упругой системы (развернутого колеса). Точки пересечения семейства наклонных кривых $\omega_j = \varpi v + 2\pi v j/d$ с кривой $\varpi(\omega)$ определяют частоты излучаемых нагрузкой гармоник. Резонанс в системе наступает в случае, когда ω_j совпадает с одной из собственных частот колеса $\omega_k = 2\pi vk/Nd$, показанных на рис. 3 горизонтальными прямыми.

На рис. 4 на плоскости параметров (d, v) приведено семейство кривых, при попадании на которые параметров системы в ней наблюдается резонанс (при расчетах полагалось $K = 0,7$, $\nu = 0$, $M = 0,3$, $N = 2$). Здесь изображены, естественно, не все решения системы (17) (их счетное множество), а лишь кривые, соответствующие трем наименьшим собственным

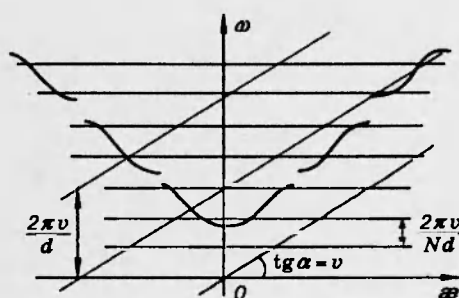


Рис. 3

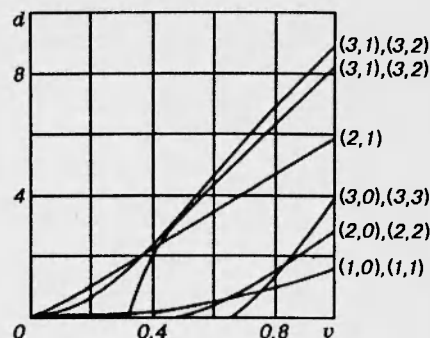


Рис. 4

частотам колеса. Более высокие частоты не имеют смысла учитывать, так как резонансы на них будут с высокой вероятностью подавлены диссипацией, имеющейся во всех реальных колесах. В точках пересечения каждой кривой с прямой $v = 1$ проставлены двойные индексы (j, k) , первая цифра которых отвечает номеру собственной частоты колеса, на которой наблюдается резонанс, а вторая — номеру излучаемой гармоники. Из рисунка видно, что при фиксированном расстоянии между спицами d существует набор скоростей движения нагрузки, при которых имеет место резонанс. Естественно, что наличие диссипации по-разному повлияет на амплитуду резонансных колебаний при различных скоростях движения.

Для отбора скоростей, соответствующих наиболее «мощным» (слабее подавляемым диссипацией) резонансам, необходимо руководствоваться двумя правилами: 1) резонанс тем мощнее, чем ниже частота, на которой он наблюдается; 2) резонанс тем мощнее, чем выше скорость движения нагрузки. Первое правило связано с возрастанием диссипации при увеличении частоты колебаний, второе — с ростом мощности переходного излучения при увеличении скорости движения нагрузки.

В заключение отметим, что условия резонанса (17), полученные в данной работе на конкретной модели, являются общими и позволяют определять резонансные параметры в более сложных и адекватных реальности моделях колеса. Согласно (17), эта проблема сводится к аналитическому выводу или экспериментальному определению дисперсионной зависимости для волн, распространяющихся в колесе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Франк И. М. Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую // Журн. техн. физики. 1946. Т. 16, вып. 1. С. 15–32.
2. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984.
3. Павлов В. И., Сухоруков А. И. Переходное излучение акустических волн // Успехи физ. наук. 1985. Т. 147, вып. 1. С. 83–115.
4. Весницкий А. И., Метрикин А. В. Переходное излучение в одномерных упругих системах // ПМТФ. 1992. № 2. С. 62–67.
5. Cai C. W., Cheung Y. K., Chan H. C. Dynamic response of infinite continuous beam subjected to a moving force — an exact method // J. Sound and Vibr. 1988. V. 123, N 3. P. 461–472.
6. Olsson M. On the fundamental moving load problem // J. Sound and Vibr. 1991. V. 145, N 2. P. 299–307.

7. **Весницкий А. И., Метрикин А. В.** Переходное излучение в периодически неоднородной упругой направляющей // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 6. С. 164–169.
8. **Беляев А. И., Вологин В. А.** Взаимодействие токоприемников и контактной сети. М.: Транспорт, 1983.
9. **Весницкий А. И., Метрикин А. В.** Параметрическая неустойчивость колебаний тела, равномерно движущегося по периодически неоднородной упругой системе // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 2. С. 127–133.
10. **Бидерман В. Л.** Теория механических колебаний. М.: Высш. шк., 1980.
11. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Краткий курс теоретической физики. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
12. **Метрикин А. В.** Колебания упругого колеса, возбуждаемые движущейся нагрузкой // Волновые задачи механики: Сб. ст. Н. Новгород, 1993.
13. **Весницкий А. И., Каплаи Л. Э., Уткин Г. А.** Законы изменения энергии и импульса для одномерных систем с движущимися закреплениями и нагрузками // Прикл. математика и механика. 1983. Т. 47, № 5. С. 863–866.
14. **Рабинович М. И., Трубецков Д. И.** Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1987.

Поступила в редакцию 25/VIII 1994 г.
