

РАЗЛЕТ СЖАТОЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ КОНЦЕНТРИРОВАННОЙ СМЕСИ

А. В. Федоров^{1,2}, И. В. Леонтьев^{1,3}

¹Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск, fedorov@itam.nsc.ru

²Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет, 630008 Новосибирск

³Новосибирский государственный технический университет, 630092 Новосибирск

Для описания задачи о разлете стратифицированной двухфазной смеси предложена математическая модель, учитывающая сжимаемость фаз. Определена волновая структура течения. Математическая модель верифицирована по зависимостям давления на фронте ударной волны и за волной сжатия, а также времени запаздывания от пространственной переменной.

Ключевые слова: двухфазная среда, ударная волна.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] теоретически и экспериментально исследована задача о распаде разрыва в двухфазной среде в одномерном канале. При этом в [1] камера высокого давления (КВД), которая отделена диафрагмой от камеры низкого давления (КНД), была частично заполнена слоем пылевой среды насыпной плотности (песок или плексиглас). Над этим слоем располагалась смесь гелия (85 %) с азотом (15 %), находящаяся под давлением 0.65 МПа. После разрыва диафрагмы в КНД, заполненной воздухом при нормальных условиях, возникла и распространялась ударная волна (УВ), а вслед за ней распространялась волна сжатия (ВС). В экспериментах измерялась амплитуда УВ, максимальное давление за ВС и запаздывание по времени между моментами прихода УВ и ВС в некоторые контрольные сечения КНД. Одной из особенностей течения в КНД являлось возникновение и распространение ВС вслед за фронтом УВ.

В [2] задача о распаде разрыва решалась численно в предельном случае несжимаемой слоевой системы. В работах [1, 3–5] волновая динамика задачи описана в рамках математической модели газозвеси с одинаковыми, а затем и различными скоростями и температурами и с общим для смеси давлением, равным давлению газа. Там же был указан критерий возникновения ВС. Однако в проведенных численных расчетах объемная концентрация частиц имела значение, характерное для разре-

женных газозвесей (порядка 10^{-3}), что существенно отличается от реальных значений в [1] — 0.28 для частиц плексигласа и 0.72 для песка.

Настоящая работа посвящена анализу данной задачи в рамках модели двух сжимаемых изотермических сред с равными давлениями и одинаковыми скоростями компонентов [6]. Рассмотрение такой модели позволяет расширить диапазон значений концентрации твердых частиц, для которого возможно провести обоснованные расчеты. При этом результаты расчетов удовлетворительно согласуются с данными эксперимента.

§ 1. ОДНОСКОРОСТНАЯ ИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ

Рассмотрим смесь газа и твердых частиц, расположенную над диафрагмой КВД в вертикальной ударной трубе. Для описания сформулированной выше задачи о распаде произвольного разрыва в слоевой системе применим математическую модель равновесной механики сжимаемых гетерогенных сред. В данной постановке рассмотрим следующую систему законов сохранения масс компонентов и импульса для смеси в целом, дополненную кинетическим уравнением для относительной массовой концентрации первого газа:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2 + p}{\partial x} = 0,$$

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 03-01-00453).

$$\frac{\partial \rho \xi_{11}}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \xi_{11}}{\partial x} = 0, \quad \rho_1 = m_1^e \rho_{11}, \quad (1)$$

$$\rho_2 = m_2^e \rho_{22}, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2,$$

$$\xi_{11} + \xi_{12} = 1, \quad m_1^e + m_2^e = 1.$$

здесь индекс 1 относится к первому компоненту (газовая смесь из гелия и азота), индекс 2 — ко второму компоненту (слой частиц); ρ — плотность смеси; ρ_{ii} — истинные плотности компонентов; p — давление смеси; u — скорость смеси; ξ_{11} , ξ_{22} — массовые концентрации компонентов газовой фазы (гелия и азота соответственно); m_i^e — равновесные объемные концентрации компонентов.

Относительно замыкания системы уравнений (1) отметим следующее. Если предположить, что давления в фазах выравниваются быстро по сравнению с развитием газодинамического процесса, то известным образом можно получить уравнение состояния смеси в целом. Для этого из условия равенства давлений компонентов можно определить зависимость объемной концентрации одной из фаз (m_2^e) от средней плотности смеси. Подставляя его в уравнение состояния второго компонента, получим искомое уравнение состояния в безразмерном виде [6]:

$$P = \frac{\rho_2}{m_2^e} - 1, \quad (2)$$

$$m_2^e = \frac{1}{2(\bar{a}^2 \bar{\rho}_{11,0} - 1)} \left[\bar{a}^2 (\bar{\rho}_{11,0} - \rho_1) - \rho_2 - 1 + \left((\bar{a}^2 (\rho_1 - \bar{\rho}_{11,0}) + \rho_2 + 1)^2 + 4\rho_2 (\bar{a}^2 \bar{\rho}_{11,0} - 1) \right)^{1/2} \right], \quad (3)$$

$$\bar{a}^2 = \frac{a_1^2(\xi_{11})}{a_2^2}, \quad \bar{\rho}_{11,0} = \frac{\rho_{11,0}(\xi_{11})}{\rho_{22,0}}.$$

Здесь парциальные уравнения состояния фаз являются линейными функциями истинных плотностей. Обезразмеривание параметров проводилось следующим образом: координата x отнесена к длине ударной трубы L , скорость u — к скорости звука во втором компоненте a_2 , время t — к L/a_2 , плотности — к истинной начальной плотности второго компонента $\rho_{22,0}$, давления p — к $\rho_{22,0} a_2^2$.

§ 2. НАЧАЛЬНЫЕ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Для системы уравнений (1), (2), которая описывает сформулированную выше задачу о разлете стратифицированной среды, ставятся начальные и граничные условия. Далее в работе под величиной p понимается избыточное давление. Поэтому для газа, находящегося в КНД при нормальных условиях, начальное давление $p_{0\text{КНД}} = 0$.

В начальный момент в области I, $x \in (x_0, x_1)$, находится покоящаяся газовая смесь азота и гелия:

$$\xi_{11} = 0.85, \quad \xi_{12} = 0.15,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad m_2^e = \varepsilon,$$

$$p_{0\text{КВД}}(x, 0) = 0.65 \text{ МПа.}$$

Область II, $x \in (x_1, x_2)$, заполнена слоем твердых частиц и газовой смесью:

$$\xi_{11} = 0.85, \quad \xi_{12} = 0.15,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad m_2^e = m_{20},$$

$$p_{0\text{КВД}}(x, 0) = 0.65 \text{ МПа.}$$

В области III, $x \in (x_2, x_k)$, находится чистый воздух при нормальных условиях. Так как скорость звука a_1 и плотность $\rho_{11,0}$ при атмосферном давлении для азота и воздуха близки, то примем для упрощения, что в области III находится чистый азот. Таким образом,

$$\xi_{11} = 0, \quad \xi_{12} = 1,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad m_2^e = \varepsilon,$$

$$p_{0\text{КВД}}(x, 0) = 0.$$

Начальная объемная концентрация твердых частиц m_{20} в областях I и III принимается близкой к нулю ($\varepsilon = 10^{-8}$). Отметим, что в этом случае уравнение (2) асимптотически переходит в уравнение состояния чистого газа. Действительно, в предельном случае, когда средняя плотность твердых частиц стремится к нулю ($\rho_2 \rightarrow 0$), из выражения (3) следует

$$m_2^e \Big|_{\rho_2 \rightarrow 0} = \frac{1}{1(\bar{a}^2 \bar{\rho}_{11,0} - 1)} \left(\bar{a}^2 (\bar{\rho}_{11,0} - \rho_1) - 1 + \bar{a}^2 (\rho_1 - \bar{\rho}_{11,0}) + 1 \right) \rightarrow 0.$$

При подстановке в (2) возникает неопределенность:

Таблица 1
Начальные параметры
и физические характеристики сыпучих сред

Вещество	d_p , мм	a_2 , м/с	$\rho_{22,n}$, кг/м ³	$\rho_{22,0}$, кг/м ³	m_{20}
Плексиглас	0.01	2 572 [7]	340	1 180	0.28
Песок	0.3	4 500 [8]	1 780	2 450	0.72

$$p_{\rho_2 \rightarrow 0} = \frac{0}{0} - 1.$$

Чтобы раскрыть неопределенность, разложим функцию $m_2^e(\rho_2)$ в ряд Тейлора в малой окрестности точки $\rho_2 = 0$ до членов первого порядка:

$$m_2^e = m_2^e|_{\rho_2=0} + (m_2^e)'_{\rho_2}|_{\rho_2=0}(\rho_2 - 0) + \dots$$

Найдем производную функции $(m_2^e)'_{\rho_2}$:

$$(m_2^e)'_{\rho_2} = \frac{1}{2(\bar{a}^2 \bar{\rho}_{11,0} - 1)} + \left[2(\bar{a}^2(\rho_1 - \bar{\rho}_{11,0}) + \rho_2 + 1) + 4(\bar{a}^2 \bar{\rho}_{11,0} - 1) \right] / \left[4 \left((\bar{a}^2(\rho_1 - \bar{\rho}_{11,0}) + \rho_2 + 1)^2 + 4\rho_2(\bar{a}^2 \bar{\rho}_{11,0} - 1) \right)^{1/2} (\bar{a}^2 \bar{\rho}_{11,0} - 1) \right].$$

При $\rho_2 \rightarrow 0$ получаем

$$(m_2^e)'_{\rho_2 \rightarrow 0} = \frac{1}{\bar{a}^2(\rho_1 - \bar{\rho}_{11,0}) + 1}.$$

Подставляя разложение для функции $m_2^e(\rho_2)$ в (2), запишем уравнение состояния для чистого газа в виде

$$P = \frac{\rho_2}{[1/(\bar{a}^2(\rho_1 - \bar{\rho}_{11,0}) + 1)]\rho_2} - 1 = \bar{a}^2(\rho_1 - \bar{\rho}_{11,0}).$$

На обоих торцах ударной трубы ставятся граничные условия для непроницаемой стенки:

$$u(x_0) = u(x_k) = 0.$$

В табл. 1 представлены начальные параметры и физические характеристики исследуемых сыпучих сред. Заметим, что значение начальной объемной концентрации частиц в слое m_{20} можно определить по известным из эксперимента [1] насыпной ($\rho_{22,n}$) и истинной ($\rho_{22,0}$) плотностям слоя.

§ 3. ОПИСАНИЕ И ТЕСТИРОВАНИЕ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА

В качестве численного метода для решения начально-краевой задачи для системы (1), (2) использовался метод «крупных частиц». В численных расчетах значение числа Куранта k принималось равным 0.65 для песка и 0.3 для плексигласа. Из условия устойчивости счета определялся шаг по времени

$$\Delta t = k \frac{\Delta x}{\bar{a}_2},$$

где \bar{a}_2 — безразмерная скорость звука во втором компоненте.

Для подавления численных осцилляций в решении на эйлеровом этапе к давлению добавлялась искусственная вязкость типа

$$q = -\delta \rho_{i+1/2} (u_{i+1} - u_i) \sqrt{p_i / \rho_{1i}}.$$

Для проверки достоверности используемого метода проводилось сравнение с решением задачи о распаде произвольного разрыва в чистом газе. Схема реализуемого в этом случае течения хорошо известна и представлена, например, в [9]. Опишем ее качественно следующим образом. От точки $x = 0$ вправо в область покоя I распространяется УВ со скоростью D . За ней следует зона постоянного течения II. С этой областью через контактный разрыв граничит область III, которая замыкается задней границей волны разрежения (ВР). Область IV представляет собой ВР, которая через передний фронт граничит с областью покоя V.

Давление смеси газов в области V (КВД) принимается равным 0.65 МПа. Давление азота в области I (КНД) считается равным атмосферному.

Известным образом [9], сшивая решения для УВ и ВР на контактном разрыве двух газов и выражая из закона сохранения массы скорость контактного разрыва, получим уравнение

$$-a_V \ln \frac{\rho_{III}(D)}{\rho_V} = D - \frac{\rho_I D}{\rho_{II}(D)}.$$

Из решения данного уравнения определяются скорость УВ D , плотность газа за УВ ρ_{II} , скорость контактного разрыва $u_{II} = D - \rho_I D / \rho_{II}(D)$, давление за УВ $p_{II} = a_I^2(\rho_{II} - \rho_I)$ и остальные параметры течения. Здесь индексами I–V отмечены параметры в соответствующих областях.

Таблица 2
Результаты аналитического и численного решения задачи о распаде разрыва в газе

Параметр	Аналитическое решение	Численное решение	δ , %
ρ_I , кг/м ³	1.205	1.205	0
ρ_V , кг/м ³	1.038	1.038	0
p_V , МПа	0.65	0.65	0
u_{II} , м/с	440.2	442.9	-0.61
ρ_{II} , кг/м ³	4.047	4.066	-0.47
p_{II} , МПа	0.333	0.336	-1.17
ρ_{III} , кг/м ³	0.630	0.633	-0.41

Таблица 3
Численные результаты по определению скоростей УВ и ВР

Расстояние от мембраны, м	Скорость, м/с		
	передний фронт ВР	задний фронт ВР	УВ
1	-892.9	—	—
2	-887.2	—	—
3	-885.2	—	—
0.5	—	-463.3	632.6
1	—	-464.7	631.2
1.5	—	-467.3	630.6

В табл. 2 представлены результаты численного и аналитического решения задачи о распаде разрыва для рассмотренного выше случая и отличие значений параметров (δ). Как видно, численный расчет хорошо согласуется с аналитическим решением.

Из табл. 3 видно, что скорость переднего фронта ВР по мере удаления от мембраны стремится к скорости звука в газовой смеси гелия и азота, которая при заданных концентрациях газов (85 и 15 %) составляет $a_V = 883.2$ м/с. Значение скорости заднего фронта ВР близко к аналитическому ($-a_V + u_{II} = -443$ м/с), хотя и слегка возрастает с удалением от мембраны. Численное значение скорости УВ стремится к аналитическому значению ($D = 626.8$ м/с).

Таким образом, численный метод, использованный для решения исходной нестационар-

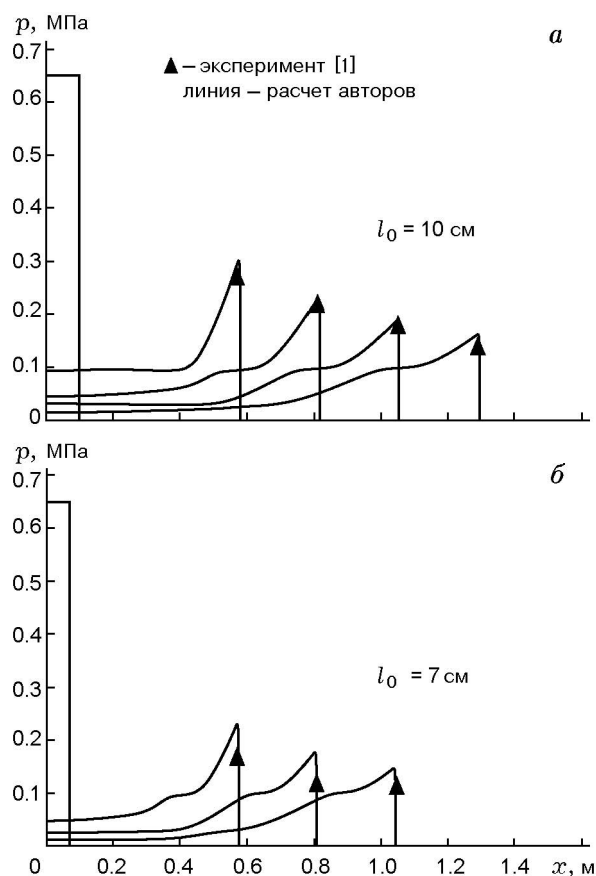


Рис. 1. Распределение давления вдоль ударной трубы для разлета чистого газа из КВД различной длины

ной системы, дает хорошие результаты. Поэтому рассматриваемая схема может быть использована для решения конкретных физических задач для сред с «неидеальными» уравнениями состояния, в том числе и для решения задачи о разлете стратифицированного слоя частиц.

§ 4. СОПОСТАВЛЕНИЕ РАСЧЕТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ В СЛУЧАЕ РАЗЛЕТА ЧИСТОГО ГАЗА

Проведем расчет конкретных задач и сопоставим результаты с данными эксперимента [1]. Вначале рассмотрим случай, когда на мембране отсутствует слой частиц и из КВД истекает чистая газовая смесь. Будем считать, что в КНД находится азот. Также полагаем, что как в КВД, так и в КНД $m_{20} = \epsilon$. На рис. 1, а представлены результаты расчета для КВД длиной $l_0 = 10$ см. Видно, что расчетные данные хорошо описывают результаты экспе-

римента.

Аналогичное сопоставление проведено для случая, когда длина КВД равна $l_0 = 7$ см (рис. 1, б). В численном расчете использовались те же значения шагов сетки и коэффициента искусственной вязкости, что и для случая $l_0 = 10$ см. Результаты расчета описывают экспериментальные данные несколько хуже, чем в предыдущем случае. Расхождение с экспериментом составляет в среднем около 20 %.

Поэтому вновь рассмотрим случай разлета газовой смеси из КВД в отсутствие слоя частиц. Для КВД длиной $l_0 = 7$ и 10 см сопоставим расчетные значения давления в сечениях КНД, соответствующих безразмерным координатам $\tilde{x} = x_{\text{КНД}}/l_0 = 5, 6$ и 7 (здесь $x_{\text{КНД}}$ отсчитывается от точки расположения диафрагмы). Сопоставление показывает, что в точках КНД с одинаковыми безразмерными координатами $\tilde{x} = 5, 6, 7$ реализуются одинаковые значения давления. Таким образом, в течении соблюдается подобие по пространственной переменной.

Однако для экспериментальных данных такое подобие не соблюдается. Из эксперимента [1] известно значение давления газа в точке, расположенной на расстоянии 0.71 м от мембраны, при разлете газовой смеси из КВД длиной 10 см. Это значение составляет 0.215 МПа. Соответствующее значение безразмерной координаты равно $\tilde{x} = 0.71/0.1 = 7.1$. В то же время при разлете смеси газа из КВД длиной 7 см экспериментальное значение давления в точке $\tilde{x} = 0.47/0.07 = 6.7$, близкой к $\tilde{x} = 7.1$, значительно меньше — 0.15 МПа. Такое различие (≈ 30 %) свидетельствует о том, что в данных эксперимента наблюдается определенный разброс.

§ 5. РАСЧЕТ ЗАДАЧИ О РАЗЛЕТЕ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ СРЕДЫ

Слоевая система из песка

Рассмотрим поэтапное развитие процесса разлета стратифицированного слоя частиц на примере слоя песка. Длина КВД $l_0 = 10$ см. Начальную концентрацию частиц песка примем равной $m_{20} = 0.25$.

В табл. 4 представлены значения скорости переднего фронта ВР, вычисленные по интервалам между выбранными контрольными сечениями. Условием прихода ВР считалось выполнение условия $p_i/p_{0\text{КВД}} \approx 0.999$, где p_i —

Таблица 4

Определение скорости ВР в слое частиц

Интервал	$\Delta t_{\text{ВР}}$, м/с	Расстояние, мм	$u_{\text{ВР}}$, м/с
1	0.107	6	56.07
2	0.119		50.42
3	0.156		38.46

давление в соответствующем сечении. Оценить ожидаемое значение скорости распространения переднего фронта ВР в двухфазной среде также можно, воспользовавшись выражением для равновесной скорости звука [6], которая определяет скорость распространения малых возмущений:

$$C_e = a_1 \sqrt{\frac{\xi_1 m_{10} C - \rho \xi_1}{m_{10} m_{10}^2 C - \rho \xi_1}}, \quad (4)$$

где $C = 1 - \frac{a_2^2}{a_1^2} \frac{\rho_{22,0}}{\rho_{11,0}}$, ξ_1 — массовая доля первого компонента (газа), m_{10} — начальная объемная концентрация газа в слое частиц.

Можно показать, что для смеси, компонентами которой являются вещества с сильно различающимися параметрами, такие, например, как газ и твердые частицы ($a_1 \ll a_2$, $\rho_{11,0} \ll \rho_{22,0}$), выполняются условия

$$\frac{m_{10} C - \rho \xi_1}{m_{10}^2 C - \rho \xi_1} \approx \frac{1}{m_{10}},$$

$$\frac{\xi_1}{m_{10}} = \frac{\rho_{11} m_{10}}{(\rho_{11} m_{10} + \rho_{22,0} m_{20}) m_{10}} \approx \frac{\rho_{11}}{\rho_{22,0} m_{20}},$$

Поэтому формула (4) переходит в приближенную формулу Вуда

$$C_e = a_1 \sqrt{\frac{\rho_{11}}{m_{10} m_{20} \rho_{22,0}}}. \quad (5)$$

Расчет по формуле (5) для слоя песка при начальном давлении газовой смеси 0.65 МПа дает значение 41.9 м/с. Как видно из табл. 4, со временем скорость переднего фронта ВР стремится к равновесной скорости звука.

Рассмотрим далее распределение давления вдоль КНД ударной трубы. На рис. 2 нанесены профили давления, построенные на момент прихода УВ к контрольным сечениям ($x_{1,2,3,4} = 0.57, 0.81, 1.05, 1.29$ м), когда на мембране находится слой частиц песка толщиной

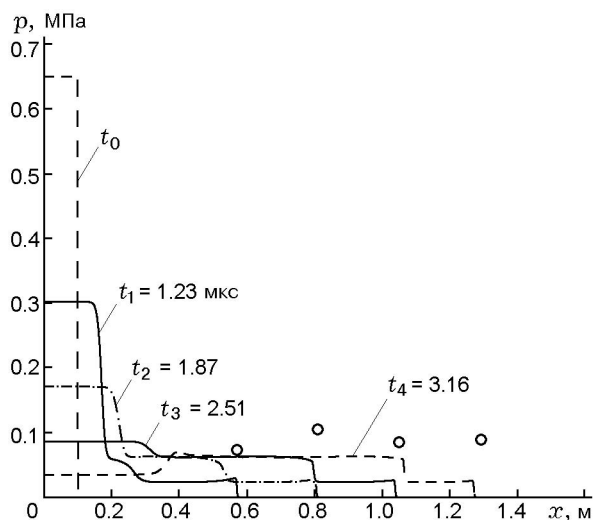


Рис. 2. Распределение давления вдоль ударной трубы (слой песка толщиной $l_1 = 1$ см, КВД длиной $l_0 = 10$ см, $m_{20} = 0.25$):
кружки — Δp_m , эксперимент [1]

$l_1 = 1$ см. В расчетах момент прихода УВ регистрировался по условию $p_{1,2,3,4}/p_{0\text{КВД}} \approx 0.01$.

Из приведенных профилей видно, что после разрыва диафрагмы в течении вначале формируется УВ, а затем через некоторое время образуется ВС, которая движется вслед за УВ. Охарактеризуем такую конфигурацию следующими параметрами: $\Delta p = p - p_0$ — давление за фронтом лидирующей УВ; Δp_m — давление за волной сжатия; T — время задержки между моментами прихода УВ и ВС в некоторые контрольные сечения КНД.

В рассматриваемом случае лидирующая слабая УВ движется со скоростью $D = 375$ м/с. Это значение существенно меньше, чем в случае разлета чистой газовой смеси (627 м/с). Отметим, что ослабление УВ, вызванной разлетом концентрированной смеси газа и твердых частиц, по сравнению с течением, возникающим при разлете чистого газа, наблюдалось ранее в наших расчетах при малых концентрациях частиц [3–5].

Расстояние между УВ и передним фронтом ВС зависит от начальной толщины слоя. С увеличением толщины слоя частиц время запаздывания между моментами возникновения УВ и ВС возрастает. Амплитуда давления за УВ для рассмотренного случая составляет $\Delta p = 0.024$ МПа, что согласуется с данными эксперимента (табл. 5). При этом давление за фронтом УВ сохраняется постоянным. Анало-

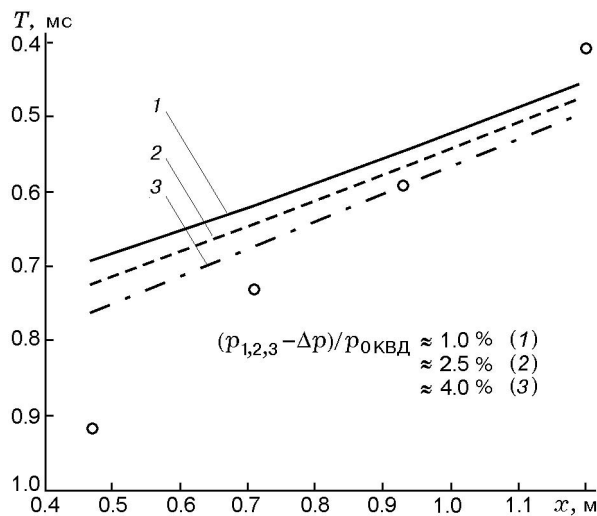


Рис. 3. Зависимость времени запаздывания от расстояния до диафрагмы (слой песка, $l_1 = 1$ см, $l_0 = 10$ см):
1–3 — расчет, кружки — эксперимент [1]

гичным образом сохраняется постоянное давление за ВС, равное $\Delta p_m = 0.062$ МПа. Кружками на рис. 2 нанесены значения Δp_m зарегистрированные в эксперименте. Видно, что в рассмотренном случае имеется совпадение с экспериментом по давлению за ВС, но качественная структура слегка отличается. В частности, в расчетах не наблюдается локального повышения давления за ВС в интервале $0.57 < x < 0.81$ м. Отметим, что со временем расстояние между фронтами УВ и ВС сокращается, но за рассматриваемое время ВС еще не догоняет УВ.

Результаты численных расчетов сопоставлялись с экспериментальными значениями по времени запаздывания T . Эти результаты приведены на рис. 3. Момент прихода ВС в контрольное сечение определялся из условия $(p_{1,2,3,4} - \Delta p)/p_{0\text{КВД}} \approx 1, 2.5$ и 4% , что соответствует положению переднего фронта ВС. Видно, что в рассмотренном случае имеется качественное совпадение с экспериментом. Тем не менее следует заметить, что в эксперименте ВС движется относительно фронта УВ с несколько меньшей скоростью. В численных расчетах значение абсолютной скорости переднего фронта ВС составляет 427 м/с.

По мере распространения ВР в смеси происходит естественное изменение начального прямоугольного профиля объемной концентрации частиц. Передняя граница слоя начина-

Таблица 5
Экспериментальные данные [1] для слоев песка
различной толщины (КВД, $l_0 = 10$ см)

Расстояние от мембраны, м	Δp_m , МПа		Δp , МПа (для всех слоев)	T , мс
	$l_1 = 1$ см	$l_1 = 2.5$ см		
0.47	0.076	0.038	$0.024 \div 0.033$	0.915
0.71	0.105	0.071	$0.029 \div 0.038$	0.731
0.95	0.086	0.052	$0.029 \div 0.038$	0.592
1.19	0.090	0.048	$0.033 \div 0.043$	0.408

ет двигаться вслед за УВ сразу после разрыва диафрагмы. При этом задняя граница слоя остается неподвижной до момента взаимодействия ВР с контактным разрывом. Затем частично ВР проходит внутрь области КВД, занимаемой чистым газом, и частично отражается волной сжатия от контактного разрыва. Такая картина течения объясняется тем, что акустический импеданс в слое частиц ρC_e , возрастающий с увеличением m_{20} , уже при незначительной концентрации частиц становится больше акустического импеданса газа.

На второй стадии истечения смеси из КВД, наступающей, когда ВР проникает в область КВД, занятую чистым газом, с течением времени начинается равномерное по пространству падение давления (рис. 4, а). Это объясняется большой скоростью распространения ВР в газовой среде в КВД (883.2 м/с). За время развития течения в слое ($\approx 1 \div 2$ мс) ВР успевает многократно отразиться от его задней границы и торца КВД. Это приводит к тому, что профиль давления в данной области в процессе течения остается практически однородным по пространственной координате.

Очевидно, что начало падения давления в КВД соответствует моменту, когда начинается движение задней границы слоя. Слой начинает играть роль своеобразного поршня, за которым давление уменьшается за счет его выдвигения из КВД. При этом по мере развития течения скорость задней границы слоя смеси приближается к скорости передней границы.

Профиль объемной концентрации m_2^e видоизменяется и принимает симметричную форму (рис. 4, б). Для оценки влияния схемных эффектов на профиль концентрации частиц был проведен расчет при различных значениях коэффициента искусственной вязкости: $\delta = 2.5$, 1.25 и 0.5. Оказалось, что три профиля для различных значений совпадают. Анализ расчет-

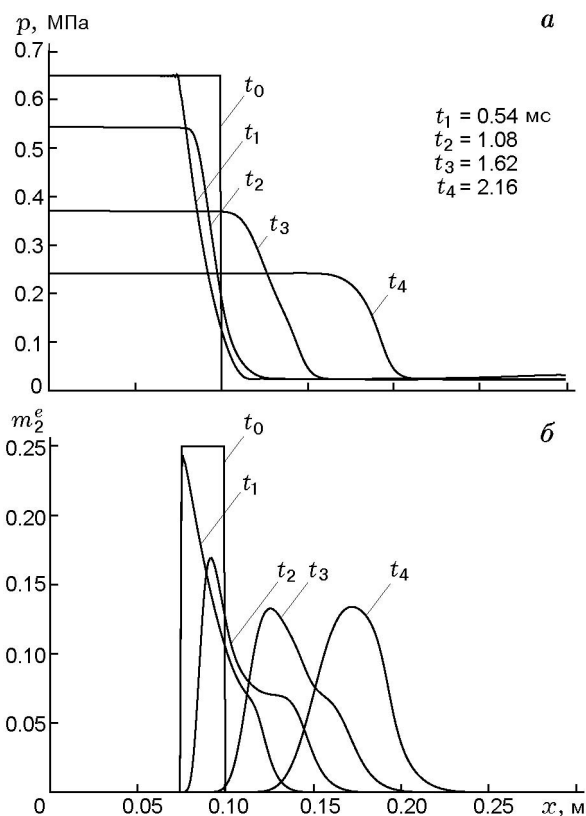


Рис. 4. Распределение давления (а) и объемной концентрации (б) вдоль ударной трубы (слой песка, $l_1 = 2.5$ см, $l_0 = 10$ см)

ных данных массовой скорости показал, что в моменты времени $t = 1.62$ и 2.16 мс с максимальной скоростью движется центр слоя.

Анализ развития течения вблизи слоя в последующие моменты времени $t = 2.16 \div 3.78$ мс показывает, что конфигурация слоя претерпевает изменения (растягивается), так как передняя граница слоя движется с большей скоростью, чем задняя. Одновременно максимум массовой скорости, располагавшийся при $t =$

2.16 мс в середине слоя, постепенно уходит вперед, и в момент времени $t = 3.78$ мс быстрее начинает двигаться газ, находящийся вблизи передней границы слоя. В последующие моменты времени ($t = 3.78 \div 5.41$ мс) в течении образуется локальная область понижения давления. При этом минимум давления находится внутри слоя. Давление в данной области становится отрицательным, т. е. внутри слоя имеется область локального разрежения.

С течением времени по-прежнему наблюдается трансформация профиля объемной концентрации m_2^e . Теперь форма профиля несимметрична. Локальный минимум в давлении внутри слоя исчез. Давление за слоем становится меньше атмосферного за счет выдвигания слоя смеси из КВД, в самом слое происходит плавный переход от данного значения давления к другому значению, реализующемуся перед слоем. Таким образом, на заключительных стадиях процесса слой частиц, действуя как поршень, приводит к образованию зоны разрежения между стенкой КВД и задней границей слоя.

В результате конфигурация слоя частиц, сформировавшаяся к моменту времени $t = 7.03$ мс, движется практически с постоянной скоростью, примерно равной 72 м/с.

Подчеркнем интересную особенность течения: в профиле давления внутри слоя возможно периодическое возникновение локальных максимумов и минимумов. Анализ поведения профилей объемной концентрации частиц показывает, что в момент образования пика в профиле давления объемная концентрация частиц в центре слоя растет со временем, слой испытывает сжатие. Это объясняется тем, что в некоторый момент времени после начала движения задняя граница слоя начинает догонять переднюю. По прошествии некоторого времени объемная концентрация частиц в слое начинает уменьшаться, при этом слой растягивается и сформировавшийся ранее пик в давлении исчезает. Снова происходит равномерное снижение давления в зоне, расположенной между передней и задней границами слоя. Затем, после продолжительного снижения объемной концентрации частиц, начинает формироваться минимум в профиле давления вблизи передней границы слоя. До момента, когда давление в КВД становится отрицательным, может наблюдаться несколько таких периодических изменений.

Аналогичные расчеты были проведены

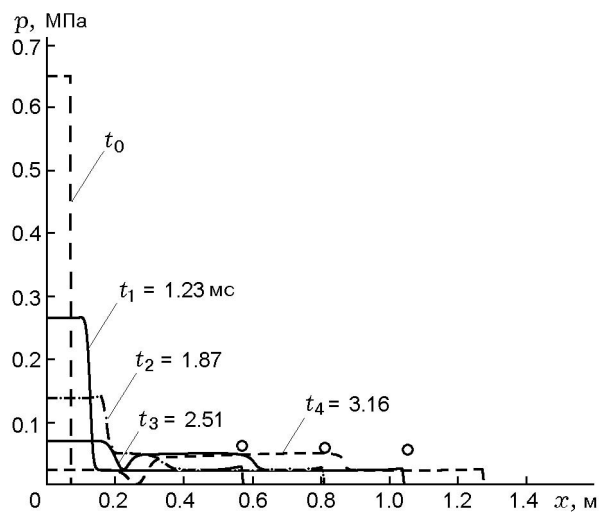


Рис. 5. Распределение давления вдоль ударной трубы (слой песка, $l_1 = 1.5$ см, $l_0 = 7$ см, $m_{20} = 0.25$):

кружки — Δp_m , эксперимент [1]

Таблица 6
Экспериментальные данные [1]
для слоя песка (КВД, $l_0 = 7$ см)

Расстояние от мембраны, м	Δp_m , МПа ($l_1 = 1.5$ см)	Δp , МПа (для всех слоев)	T , мс
0.47	0.064	0.018 ÷ 0.023	1.266
0.71	0.059	0.020 ÷ 0.027	1.066
0.95	0.057	0.023 ÷ 0.029	0.666
1.19	—	—	—

для случая с длиной КВД 7 см и толщиной слоя песка 1.5 см. Значение начальной объемной концентрации песка так же, как и в вышеописанном случае, принималось равным $m_{20} = 0.25$. На рис. 5 представлены расчетные профили давления, кружками обозначены экспериментальные данные по давлению за ВС (Δp_m). Так же, как и в предыдущем случае, структура течения характеризуется образованием УВ и догоняющей ее ВС. Амплитуда давления за УВ для рассмотренного случая составляет $\Delta p = 0.023$ МПа, что согласуется с данными эксперимента (табл. 6). Скорость распространения УВ 373 м/с. Сравнивая это значение со значением скорости УВ в случае разлета слоя песка из КВД длиной 10 см, можно заметить, что этот параметр при прочих равных условиях (одинаковом начальном давлении и сорте насыпной среды) очень слабо зависит

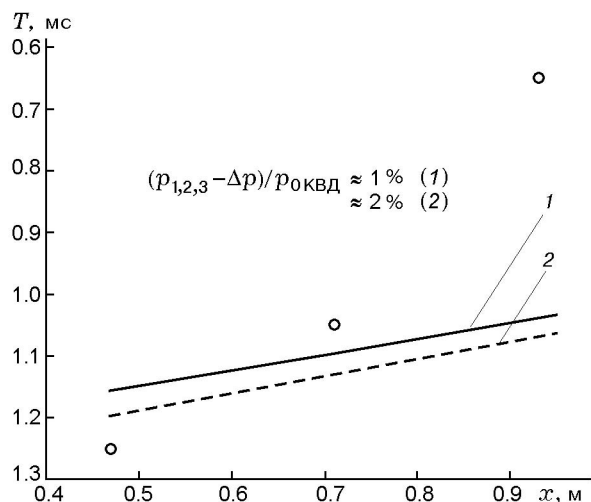


Рис. 6. Зависимость времени запаздывания от расстояния до диафрагмы (слой песка, $l_1 = 1.5$ см, $l_0 = 7$ см):

1, 2 — расчет, кружки — эксперимент [1]

от начальной толщины слоя и длины КВД.

Давление за ВС достигает значения $\Delta p_m = 0.047$ МПа. Со временем давление в области слоя и за слоем начинает убывать за счет многократного отражения ВР от торца КВД и задней границы слоя. В рассмотренном случае абсолютная скорость распространения ВС составляет 415 м/с.

Результаты расчетов времени запаздывания между моментами прохождения УВ и ВС для рассматриваемого случая представлены на рис. 6. Момент прихода ВС в контрольные сечения определялся по условию $(p_{1,2,3} - \Delta p) / p_{0КВД} \approx 1$ и 2 % (прямые 1, 2 соответственно). Видно, что вблизи КВД данные эксперимента и результаты расчета близки. Далее вниз по течению численное значение T расходится с наблюдаемым в эксперименте (последняя точка на рис. 6). Как и в случае слоя песка толщиной 1 см, расчетная скорость движения ВС относительно фронта УВ получается выше, чем в эксперименте.

Слоевая система из плексигласа

Рассмотрим результаты расчета для случая разлета частиц плексигласа. На рис. 7 сплошными линиями нанесены профили давления в момент прихода УВ к контрольным точкам ($x_{1,2,3,4} = 0.57, 0.81, 1.05, 1.29$ м) в случае, когда на мембране находится слой частиц плексигласа толщиной $l_1 = 2.5$ см. Длина

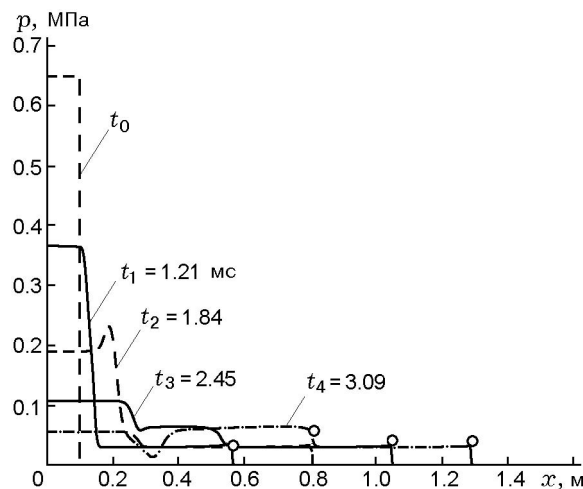


Рис. 7. Распределение давления вдоль ударной трубы (слой плексигласа, $l_1 = 2.5$ см, $l_0 = 10$ см, $m_{20} = 0.28$):

кружки — эксперимент [1]

Таблица 7

Экспериментальные данные для слоя частиц плексигласа (КВД, $l_0 = 10$ см)

Расстояние от мембраны, м	Δp_m , МПа ($l_1 = 2.5$ см)	Δp , МПа (для всех слоев)	T , мс
0.47	0.032	0.018 ÷ 0.024	1.0
0.71	0.058	0.021 ÷ 0.026	0.941
0.95	0.042	0.024 ÷ 0.029	0.894
1.19	0.042	0.026 ÷ 0.032	0.80

КВД $l_0 = 10$ см. Значение начальной концентрации плексигласа m_{20} при расчетах принималось равным экспериментальному значению 0.28. Момент прихода УВ регистрировался по условию $p_{1,2,3,4} / p_{0КВД} \approx 0.01$.

Как и в опытах со слоями песка, в структуре течения наблюдаются УВ, движущаяся со скоростью $D = 379$ м/с, и следующая за ней ВС, которая постепенно догоняет УВ. Амплитуда давления на фронте УВ составляет $\Delta p = 0.029$ МПа. Это согласуется с данными эксперимента (табл. 7). Давление за ВС $\Delta p_m = 0.063$ МПа, скорость распространения ВС 436 м/с. Отметим, что результаты расчета для плексигласа лежат в области, в которой расположены экспериментальные данные по давлению за ВС.

На рис. 8 представлены зависимости $T(x)$. Момент прихода ВС в контрольные сечения определялся по условию $(p_{1,2,3,4} - \Delta p) / p_{0КВД} \approx$

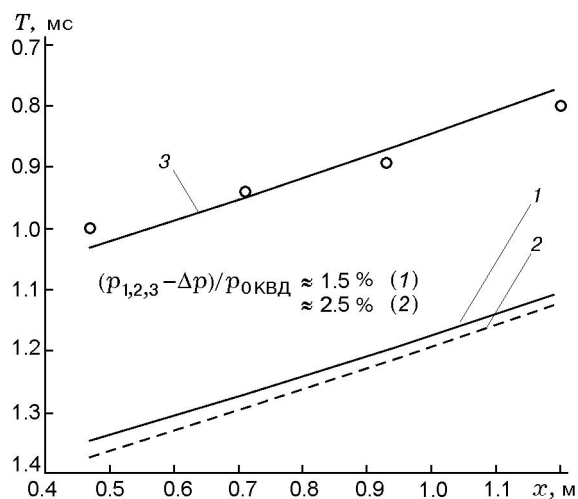


Рис. 8. Зависимость времени запаздывания от расстояния до диафрагмы (слой плексигласа, $l_1 = 2.5$ (1, 2) и 2 см (3), $l_0 = 10$ см:

1–3 — расчет, кружки — эксперимент [1]

1.5 и 2.5 % (прямые 1, 2), что соответствует положению переднего фронта ВС. Отметим, что в случае частиц плексигласа наклон расчетных кривых и наклон линии, аппроксимирующей экспериментальные данные, совпадают во всей области КНД ударной трубы. Кривая 3 представляет результаты расчета времени запаздывания для случая, когда толщина слоя частиц плексигласа уменьшена до 2 см. В этом случае расчетная кривая хорошо описывает данные эксперимента.

ВЫВОДЫ

Предложена равновесная изотермическая модель для описания течения газозвеси с большой концентрацией частиц, возникающего при распаде произвольного разрыва в слоистой системе в КВД ударной трубы.

Проведенное сопоставление результатов численных расчетов с экспериментальными

данными по зависимостям давления во фронте ударной волны, давления в волне сжатия и времени запаздывания от пространственной переменной показало, что данная модель удовлетворительно описывает эти параметры как для частиц песка, так и (в лучшей степени) для частиц плексигласа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гельфанд Б. Е., Казаков Ю. В., Медведев С. П. и др. Разлет сжатой стратифицированной газопылевой системы // Численные методы решения задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1987. С. 88–98.
2. Ворожцов Е. В., Федоров А. В., Фомин В. М. Движение смеси газа и частиц угля в шахтах с учетом явления десорбции // Аэромеханика: Сб. ст. / Под ред. Н. Н. Яненко. М.: Наука, 1976. С. 316–327.
3. Федоров А. В. Анализ уравнений, описывающих процесс внезапного выброса угля и газа // Численные методы механики сплошных сред. 1980. Т. 11, № 4.
4. Казаков Ю. В., Федоров А. В., Фомин В. М. Расчет разлета сжатого объема газозвеси // ПМТФ. 1987. № 5. С. 139–144.
5. Fedorov A. V., Kazakov Yu. V., Fomin V. M. Calculation of the dust cloud expansion into the atmosphere // Arch. Combust. 1987. V. 7, N 1–2. P. 175–184.
6. Федоров А. В. Математическое описание течений смеси конденсированных материалов при высоких давлениях // Физическая газодинамика реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1990. С. 119–128.
7. Высокоскоростные ударные явления / Под ред. проф. В. Н. Николаевского. М.: Мир, 1973.
8. Физические величины: Справочник / А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский и др.; Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991.
9. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Система квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, ГРФМЛ, 1978.

Поступила в редакцию 7/II 2005 г.