

АМПЛИТУДНЫЕ ДЕЛЬТА-ФАКТОРЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА И ИХ ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ШИРОТЫ

Е.А. Спиридонов

*Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН,
123995, Москва, ул. Бол. Грузинская, 10, Россия*

Уточнена теория приливов в части определения зависимости амплитудных дельта-факторов суточных и полусуточных волн для упругой Земли без океана от широты.

Выписана и проинтегрирована система обыкновенных дифференциальных уравнений 6-го порядка, описывающая деформированное состояние упругой, сжимаемой, гравитирующей оболочки с зависящими от широты геопотенциалом, плотностью и параметрами Ламе. При этом эллиптическая оболочка Земли представлена в виде сферических слоев. Плотность и упругие параметры меняются с широтой вдоль поверхности сферы как средние радиусы пересекающих эту поверхность эллипсоидов, на которых указанные величины постоянны. Диссипация учтена согласно логарифмической функции крипа. При интегрировании полученных уравнений удалось избежать применения приближенных методов.

В результате получены кривые зависимостей от широты амплитудных дельта-факторов для приливных волн 2-го порядка. Выявлен их характерный рост от экватора к полюсу на величину порядка 0.12—0.18 % в зависимости от применяемой модели строения Земли.

После проведенного по данным работ других авторов дополнительного учета эффектов, связанных с действием переносных и кориолисовых ускорений, а также динамических резонансных факторов, полученные зависимости сравнивались с данными наблюдений сверхпроводящими гравиметрами. Это сравнение выявило хорошее (в ряде случаев до сотых долей процента) совпадение экспериментальных данных с результатами проведенных в настоящей работе расчетов.

Средние значения рассчитанных амплитудных дельта-факторов для модели PREM оказались между таковыми для гидростатической DDW/H и негидростатической DDW/NH моделей В. Дехант, а результаты, полученные по модели IASP91, совпали с данными для DDW/NH с точностью до пятого знака после запятой. Тем не менее широтные зависимости амплитудных дельта-факторов, полученные в настоящей статье и работе В. Дехант, различны.

Числа Лява, зависимость приливных дельта-факторов от широты.

LATITUDE DEPENDENCE OF AMPLITUDE FACTOR Δ FOR DEGREE 2 TIDES

E.A. Spiridonov

The study updates the theory of tides by specifying latitude dependence of the gravimetric factor (amplitude factor δ) for diurnal and semidiurnal tidal waves in the oceanless elastic Earth. The strain of an elastic flattened gravitating sphere with latitude-dependent geopotential, density, and Lamé constants is described by a system of sixth-order ordinary differential equations. The elliptical sphere is presented as consisting of layers, with density and elasticity varying as a function of latitude along the sphere surface as mean radiuses of equidensity and equielasticity ellipsoids that cross this surface. Dissipation is taken into account as a logarithmic creep function. Integration of the derived equations allows avoiding the use of approximate methods. The predicted factors for degree 2 tides depend on latitude and increase from the equator to the pole by 0.12 to 0.18% for different reference Earth models. The obtained latitude dependences are compared with superconducting gravimeter (SG) data after including effects associated with the inertial and Coriolis forces, as well as dynamic resonance. The theoretical predictions and the observations show good fit, to hundredths of percent. The average δ factors predicted in this study for the PREM model are intermediate between those computed with the hydrostatic and nonhydrostatic tidal gravity models of Dehant, Defraigne, and Wahr (DDW/H and DDW/NH), while the estimates obtained with reference to the IASP91 model coincide with the DDW/NH results to the fifth decimal digit.

Love numbers, latitude dependence of tidal gravimetric amplitude factor δ

ВВЕДЕНИЕ

В связи с возросшими в последнее время возможностями гравиметрической техники, в особенности после появления сверхпроводящих гравиметров последнего поколения, существенно улучшились

перспективы исследований внутреннего строения Земли и поиска полезных ископаемых, осуществляемых путем проведения гравиметрических съемок.

В связи с этим возникла необходимость разработки новых теоретических моделей и соответствующего программного обеспечения, позволяющих рассчитывать теоретический прилив с учетом особенностей внутреннего строения и геометрии Земли.

В настоящей работе предложено обобщение теории приливов на случай слабой сферической асимметрии оболочки. Модель предусматривает рассмотрение эквивалентных сферических слоев, потенциал, плотность и упругие параметры которых слабо зависят от широты. Производные по широте от искомых функций (чисел Лява) выражены через соответствующие производные от параметров с известными широтными распределениями. Интегрирование полученной системы уравнений не потребовало применения приближенных методов и методов теории возмущений.

Полученные результаты легли в основу разработанной к настоящему времени первой отечественной программы прогноза параметров земных приливов ATLANTIDA3.1_2014 [Спирidonov, 2014; Spiridonov et al., 2015].

УРАВНЕНИЯ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Все приводимые в данной работе выводы выполнены в сферической системе координат. Двухосная эллиптическая оболочка Земли представлена в виде сферических слоев с зависящим от широты потенциалом. Упругие постоянные Ламе μ , λ , а также плотность ρ внутри каждого слоя полагаются зависящими от расстояния до центра масс r , а также кошироты θ и сжатия ε :

$$(\lambda, \mu, \rho) = (\lambda, \mu, \rho)_0 \times (1 - \varepsilon p_2). \quad (1)$$

Индексом 0 здесь обозначены средние значения параметров для данного сферического слоя, $p_2 = 1/3 - \cos^2 \theta$. Выражение (1) подразумевает, что плотность и упругие параметры меняются с широтой вдоль поверхности сферы как средние радиусы пересекающих эту поверхность эллипсоидов, на которых указанные величины постоянны.

Внешний (или нагружающий) потенциал ω является однородным гармоническим многочленом порядка n :

$$\Delta \omega = 0, \quad (2)$$

$$r \frac{\partial \omega}{\partial r} = n \omega. \quad (3)$$

Этот потенциал, в частности, вызывает появление добавочного потенциала V_i , определяемого смещением масс из-за деформации. Из (3) следует, что $\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\omega}{r^n} \right) = 0$.

Координаты вектора смещения \mathbf{u} обозначим как u_r, u_θ, u_ϕ . Тогда составляющие тензора деформаций примут вид:

$$\begin{aligned} u_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad u_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}, \quad u_{\phi\phi} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_\theta}{r} \operatorname{ctg} \theta + \frac{u_r}{r}, \\ 2u_{\theta\phi} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} - u_\phi \operatorname{ctg} \theta \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \phi}, \quad 2u_{r\theta} = \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}, \\ 2u_{r\phi} &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} + \frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r}. \end{aligned} \quad (4)$$

Объемное расширение равно:

$$\delta = \operatorname{div} \mathbf{u} = u_{rr} + u_{\theta\theta} + u_{\phi\phi}. \quad (5)$$

В приведенных обозначениях уравнение, описывающее напряженное состояние упругой оболочки, будет иметь вид:

$$\rho \left[\operatorname{grad} \left((\mathbf{u} \cdot \operatorname{grad} V) + \omega + V_i \right) - \delta \cdot \operatorname{grad} V \right] + \operatorname{grad} (\lambda \delta) + \nabla \hat{T} = 0. \quad (6)$$

Это уравнение аналогично уравнениям (1.15) из работы [Молоденский, 1953]. Здесь \hat{T} — тензор напряжений.

$$\begin{aligned}\hat{T}_{rr} &= 2\mu \cdot u_{rr}, \quad \hat{T}_{\theta\theta} = 2\mu \cdot u_{\theta\theta}, \quad \hat{T}_{\phi\phi} = 2\mu \cdot u_{\phi\phi}, \\ \hat{T}_{r\varphi} &= m2u_{r\varphi}, \quad \hat{T}_{r\psi} = m2u_{r\psi}, \quad \hat{T}_{\varphi r} = m2u_{\varphi r}.\end{aligned}\quad (7)$$

Дивергенция этого тензора $\nabla \hat{T}$ в полярных координатах равна:

$$\begin{aligned}\nabla \hat{T} &= \nabla_r \cdot \hat{T} \cdot \hat{e}_r + \nabla_\theta \cdot \hat{T} \cdot \hat{e}_\theta + \nabla_\phi \cdot \hat{T} \cdot \hat{e}_\phi = \\ &= \left(\frac{\partial \hat{T}_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \hat{T}_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial \hat{T}_{\phi r}}{\partial \phi} + \frac{2\hat{T}_{rr}}{r} + \frac{\hat{T}_{\theta r}}{r} \operatorname{ctg} \theta - \frac{1}{r} (\hat{T}_{\theta\theta} + \hat{T}_{\phi\phi}) \right) \cdot \hat{e}_r + \\ &+ \left(\frac{\partial \hat{T}_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \hat{T}_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \hat{T}_{\phi\theta}}{\partial \phi} + \frac{3\hat{T}_{r\theta}}{r} + \frac{\hat{T}_{\theta\theta}}{r} \operatorname{ctg} \theta - \frac{\hat{T}_{\phi\phi}}{r} \operatorname{ctg} \theta \right) \cdot \hat{e}_\theta + \\ &+ \left(\frac{\partial \hat{T}_{r\phi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \hat{T}_{\theta\phi}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial \hat{T}_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{3\hat{T}_{r\phi}}{r} + \frac{2\hat{T}_{\theta\phi}}{r} \operatorname{ctg} \theta \right) \cdot \hat{e}_\phi.\end{aligned}\quad (8)$$

Решение уравнений (6) будем искать в виде:

$$\begin{aligned}u_r &= H \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \\ u_\theta &= -\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \frac{T}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \\ u_\phi &= T \cdot \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right),\end{aligned}\quad (9)$$

при дополнительном условии

$$-\frac{\partial T'}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial H}{\partial \theta} = 0.\quad (9')$$

Помимо этого, введем следующие обозначения:

$$V_i + \omega = R \frac{\bar{\omega}}{r^n}, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega \cdot a^{n-1}}{g_0}.$$

В (9) и (9') входят три вспомогательных функции глубины и широты: функция H , характеризующая радиальное смещение, T — тангенциальное смещение и R — изменение потенциала в результате деформации. Соответствующим образом нормированные значения этих функций на поверхности Земли фактически представляют собой числа Лява.

Первый член в выражении для u_θ необходим для того, чтобы объемное расширение не зависело от смешанных производных приливного потенциала по координатам, а условие (9') позволяет в дальнейшем однозначно разделить нормальное и тангенциальное напряжения. Это условие имеет простой физический смысл. Его присутствие приводит к появлению нормального к поверхности сферы касательного напряжения, не вызывающего изменение объемного расширения, а значит не меняющегося с глубиной. При этом на поверхности сферы указанное напряжение равно нулю.

С учетом (9) и (4) объемное расширение (5) равно:

$$\delta = (f - \varphi) \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right),\quad (10)$$

$$\text{где } f = H' + \frac{2}{r} \cdot H - \frac{n(n+1)}{r^2} \cdot T, \text{ а } \varphi = \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right).$$

Введем вектор \mathbf{U} , равный

$$\mathbf{U} = \rho \left[\text{grad}([\mathbf{u} \cdot \text{grad}V] + \omega + Vi) - \delta \cdot \text{grad}V \right] + \text{grad}(\lambda\delta). \quad (11)$$

Тогда уравнение (6) будет иметь вид:

$$\mathbf{U} + \nabla \hat{T} = 0. \quad (12)$$

Поскольку невозмущенный потенциал V зависит только от r и θ , то

$$\mathbf{u} \cdot \text{grad}V = u_r \cdot V' + u_\theta \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta}$$

(здесь и далее: штрихом обозначена производная по r).

Теперь с учетом (9) и (10) координаты вектора \mathbf{U} будут:

$$\begin{aligned} U_r &= \left[\rho \cdot (HV' + R)' - \rho \cdot (f - \varphi) \cdot V' + (\lambda(f - \varphi))' - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\rho}{r^2} \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\partial V'}{\partial \theta} \right) \right] \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \left[\rho \left(\frac{T}{r^2} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} \right)' \right] \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \\ U_\theta &= \left[\frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H \cdot V' + R - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) - \frac{\rho}{r} (f - \varphi) \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} [\lambda(f - \varphi)] \right] \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \\ &\quad + \left[\rho \left(HV' + R + \frac{T}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} \right) + \lambda \cdot (f - \varphi) \right] \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \left[\frac{\rho \cdot T}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \\ U_\phi &= \left[\rho \left(HV' + R - \frac{1}{r^2} \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \lambda(f - \varphi) \right] \cdot \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \\ &\quad + \left[\frac{\rho T}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] \cdot \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta \cdot \partial \phi} \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Составляющие тензора \hat{T} в принятых здесь обозначениях равны:

$$\begin{aligned} \hat{T}_{rr} &= 2\mu \cdot H' \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \\ \hat{T}_{\theta\theta} &= \left[\frac{2\mu}{r} \cdot H - \frac{2\mu}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right] \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \frac{2\mu}{r^2} \cdot T \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \\ \hat{T}_{\phi\phi} &= \left[\frac{2\mu H}{r} - \frac{2\mu}{r^2} \text{ctg}\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \frac{2\mu T}{r^2} \text{ctg}\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \frac{2\mu T}{r^2 \sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \\ \hat{T}_{r\theta} &= \left[\mu T' - \frac{2\mu T}{r} + \mu H \right] \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \\ \hat{T}_{\phi r} &= \left[\mu \cdot T' - \frac{2\mu T}{r} + \mu \cdot H \right] \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \\ \hat{T}_{\theta\phi} &= -\frac{2\mu T}{r^2 \sin \theta} \cdot \text{ctg}\theta \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \frac{2\mu T}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta \cdot \partial \phi} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Тогда составляющие дивергенции этого тензора имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \nabla_r \hat{T} &= \left[2\mu' H' + \frac{\mu \cdot (T' - H) \cdot n(n+1)}{r^2} + 2\mu \cdot f' + \frac{2\mu}{r} \varphi \right] \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \\ &\quad + \left[\mu \frac{\partial H}{\partial \theta} + \frac{\partial \mu}{\partial \theta} \left(T' + H - \frac{2T}{r} \right) \right] \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\nabla_{\theta} \hat{T} &= \left[\mu T'' + 2\mu f - \mu \cdot H' + \mu' \cdot \left(T' + H - \frac{2T}{r} \right) - \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right] \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \\
&+ \left[\frac{2}{r^2} \left(\frac{\partial(\mu H)}{\partial \theta} - \frac{\mu}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right] \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \left[\frac{2}{r} \frac{\partial(\mu T)}{\partial \theta} \right] \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \\
\nabla_{\phi} \hat{T} &= \left[\mu \cdot T'' + 2\mu \cdot f - \mu \cdot H' + \mu' \cdot \left(T' + H - \frac{2T}{r} \right) - \frac{2\mu}{r^2} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} - \right. \\
&\left. - \frac{2}{r^2} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial(\mu T)}{\partial \theta} \right] \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \left[\frac{2}{r} \frac{\partial(\mu T)}{\partial \theta} \right] \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial \phi} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right). \tag{15}
\end{aligned}$$

Подставляя (13) и (15) в (12) и приравнявая члены, стоящие при одинаковых производных от $\left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right)$ (можно легко показать, что эта процедура корректна), после перегруппировки слагаемых и отбрасывания членов второго порядка по сжатию, имеем следующую систему:

$$\begin{aligned}
-(\lambda(f - \varphi) + 2\mu H')' &= \rho(HV' + R)' - \rho V' f + \frac{4\mu}{r} \left(H' - \frac{H}{r} \right) - \\
&- \frac{n \cdot (n+1)}{r^2} \mu \left(T' + H - \frac{4T}{r} \right) + \left(\rho V' + \frac{2\mu}{r} \right) \cdot \varphi, \tag{16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\left[\mu \cdot \left(T' + H - \frac{2}{r} \cdot T \right) \right]' &= \rho \cdot \left(R + V' H + \frac{T}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} \right) + \\
&+ \frac{2\mu}{r} \left(2H + T' - \frac{n^2 + n + 1}{r} T \right) + \lambda(f - \varphi) - \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}, \tag{17}
\end{aligned}$$

$$\rho T \frac{\partial V}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial(\mu T)}{\partial \theta} = 0, \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
-\left[\mu \cdot \left(T' + H - \frac{2}{r} \cdot T \right) \right]' &= \rho \cdot (R + V' H) + \frac{2\mu}{r} \left(2H + T' - \frac{n^2 + n + 1}{r} T \right) + \\
&+ \lambda(f - \varphi) - \frac{2\mu}{r^2} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial(\mu T)}{\partial \theta}. \tag{19}
\end{aligned}$$

Из уравнений (16)—(19) исключены члены второго порядка по ε , содержащие произведения производных по широте, а именно слагаемые вида $\frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial V}{\partial \theta}$, $\frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\partial V}{\partial \theta}$, $\frac{\partial \mu}{\partial \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}$ и т. д. Уравнение (18) позволяет исключить из остальных уравнений производную $\partial T / \partial \theta$. Численный анализ показал, что уравнения (17) и (19) одинаковы с точностью до членов второго порядка по сжатию. В дальнейшем мы будем рассматривать полусумму этих уравнений. В результате из (16)—(19) имеем следующие два уравнения:

$$\begin{aligned}
-(\lambda_0 f + 2\mu_0 H' - \lambda_0 \varphi)' &= -(\lambda_0(f - \varphi) + 2\mu_0 H') \varepsilon' p_2 + \rho_0(HV' + R)' - \rho_0 V' f + \\
&+ \frac{4\mu_0}{r} \left(H' - \frac{H}{r} \right) - \frac{n \cdot (n+1)}{r^2} \mu_0 \cdot \left(T' + H - \frac{4T}{r} \right) + \left(\rho_0 V' + \frac{2\mu_0}{r} \right) \cdot \varphi, \tag{20}
\end{aligned}$$

$$-\left[\mu_0 \cdot \left(T' + H - \frac{2}{r} \cdot T \right) \right]' = -\left[\mu_0 \cdot \left(T' + H - \frac{2}{r} \cdot T \right) \right] \varepsilon' p_2 + \rho_0 \cdot (R + V' H) + \lambda_0 f +$$

$$+ \frac{2\mu_0}{r} \left(2H + T' - \frac{n^2 + n + 1}{r} T \right) - (2\mu_0 + \lambda_0)\varphi + 6\varepsilon p_2 \frac{\mu_0 T}{r^2}, \quad (21)$$

где

$$\varphi = \left[-\frac{\rho_0}{2\mu_0} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \mu}{\partial \theta} \right) \right] \frac{T}{r^2}. \quad (22)$$

Третье уравнение, дополняющее систему (20)—(21), получается из уравнения Пуассона:

$$\Delta V_i = 4\pi G \cdot \operatorname{div}(\rho u).$$

При этом

$$\Delta V_i = \Delta \left(R \frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) = \left(R'' + \frac{2}{r} R' - \frac{n(n+1)}{r^2} R + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial R}{\partial \theta} \right) \right) \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial R}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right),$$

а

$$\operatorname{div}(\rho u) = \rho' u_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} u_\theta + \rho \delta.$$

Опять же приравнявая члены при одинаковых производных от нагружающего потенциала и учитывая (18) и (1), получим:

$$R'' + \frac{2}{r} (1 - r\varepsilon' p_2) R' - \left(\frac{n(n+1)}{r^2} + \frac{2}{r} \varepsilon' p_2 \right) R = 4\pi G \left(\rho_0 (f - \varphi) + \rho_0' H - \rho_0 \varepsilon' p_2 H + 3\varepsilon \rho_0 p_2 \frac{T}{r^2} \right). \quad (23)$$

Система уравнений (20)—(23) в целом очень похожа на аналогичную систему из работы [Молоденский, 1953] и отличается от нее только членами, содержащими φ , ε и ε' . Появление этих членов связано с зависимостью от широты потенциала, параметров Ламе и плотности.

Давление на рассматриваемых сферических поверхностях с учетом (7) будет:

$$P = P_0 + (\lambda \delta + \hat{T}_{rr}) + \hat{T}_{r\theta} + \hat{T}_{r\varphi} = P_0 + (2\mu H' + \lambda(f - \varphi)) \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \left(\mu T' - \frac{2\mu T}{r} + \mu H \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \left(\mu T' - \frac{2\mu T}{r} + \mu H \right) \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right).$$

Из уравнений (20)—(23) можно получить шесть уравнений 1-го порядка путем введения следующих переменных:

$$N = (\lambda_0 + 2\mu_0) H' + \frac{2\lambda_0}{r} H - \lambda_0 \left(\varphi + \frac{n(n+1)}{r^2} T \right), \quad (24)$$

$$M = r^2 \mu_0 \left(T' + H - \frac{2}{r} T \right), \quad (25)$$

$$L = r^2 (R' - 4\pi G \rho_0 H). \quad (26)$$

Эти переменные имеют тот же смысл, что и в работе [Молоденский, 1961].

При решении системы были приняты следующие нормировки: за единицу длины принят средний радиус Земли; за единицу плотности — ее средняя плотность, за единицу ускорения — ускорение силы тяжести на поверхности. В эти же единицы были пересчитаны постоянные Ламе λ , μ и гравитационная постоянная. Кроме того, в связи с быстрым ростом искомых функций по мере увеличения порядка n и необходимостью дальнейшего пересчета не только обычных, но и нагрузочных чисел Лява, были произведены следующие нормировки [Перцев, 1976]:

$$H = (2n + 1) \bar{H} / r^n, \quad T = \bar{T} / r^n, \quad R = \bar{R} / r^n,$$

$$L = (n+1)\bar{L} / r^n, \quad M = n\bar{M} / r^n, \quad N = n(2n+1)\bar{N} / r^n. \quad (27)$$

В результате, исследуемая система 6-го порядка принимает вид:

$$\bar{H}' = \frac{1}{r} \left(n - 2 \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \right) \bar{H} + \frac{1}{2n+1} (n(n+1) - \psi + 6\varepsilon p_2) \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{1}{r^2} \bar{T} + \frac{n}{\lambda + 2\mu} \bar{N}, \quad (28)$$

$$\bar{T}' = -(2n+1)\bar{H} + \frac{1}{r} (n+2)\bar{T} + \frac{n}{r^2\mu} \bar{M}, \quad (29)$$

$$\bar{R}' = 4\pi G\rho(2n+1)\bar{H} + \frac{n}{r} \bar{R} + \frac{1}{r^2} (n+1)\bar{L}, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \bar{L}' = & +4\pi G\rho\varepsilon' p_2 r^2 \frac{2n+1}{n+1} \bar{H} + \left(\frac{\psi - 3\varepsilon p_2}{n+1} - n \right) 4\pi G\rho \bar{T} + \\ & + \left(n + \frac{2\varepsilon' r p_2}{n+1} \right) \bar{R} + \left(\frac{n}{r} + 2\varepsilon' p_2 \right) \bar{L}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}' = & - \left[2r\mu \frac{2\mu + 3\lambda}{\lambda + 2\mu} + \rho r^2 V' \right] \frac{2n+1}{n} \bar{H} + \left[n(n+1) \frac{2\mu\lambda}{\lambda + 2\mu} + 2\mu(n^2 + n - 1) - \right. \\ & \left. - \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} (\psi - 6\varepsilon p_2\mu) - 6\varepsilon p_2\mu \right] \frac{1}{n} \bar{T} - \frac{\rho r^2}{n} \bar{R} + \left(\frac{n}{r} + \varepsilon' p_2 \right) \bar{M} - r^2 \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} (2n+1) \bar{N}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \bar{N}' = & \left[\frac{4\mu}{r^2} + \frac{4}{r} \rho V' + \frac{8}{r^2} \frac{\mu\lambda}{\lambda + 2\mu} + \frac{2\mu\psi}{r^2} - 2\rho\Omega^2 \right] \frac{1}{n} \bar{H} - \\ & - \left(\rho V' + \frac{2}{r} \mu + \frac{4}{r} \frac{\mu\lambda}{\lambda + 2\mu} \right) \left[(n+1) - \frac{\psi - 6\varepsilon p_2}{n} \right] \frac{1}{r^2} \frac{1}{2n+1} \bar{T} - \\ & - \frac{\rho}{r^2} \frac{n+1}{n(2n+1)} \bar{L} + \frac{1}{r^4} \frac{n(n+1)}{2n+1} \bar{M} + \frac{1}{r} \left(n - 4 \frac{\mu}{\lambda + 2\mu} + r\varepsilon' p_2 \right) \bar{N}, \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$\psi = \frac{\rho}{2\mu} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \text{ctg}\theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right).$$

В приведенных уравнениях мы опустили индекс 0 в обозначениях плотности и параметров Ламе. Входящий в уравнения потенциал V равен [Буллен, 1978]:

$$V = 4\pi G \left[\frac{1}{r} I_1 + \int_{r_x}^a \rho q dq + \frac{p_2}{5} \left(\frac{1}{r^3} I_2 + r^2 I_3 \right) \right] + \frac{r^2 \Omega^2 (2 + 3p_2)}{6}, \quad (34)$$

где, как и в (1), $p_2 = \frac{1}{3} - \cos^2 \theta$ и

$$I_1 = \int_0^{r_x} \rho q^2 dq, \quad I_2 = \int_0^{r_x} \rho \frac{d(\varepsilon q^5)}{dq} dq, \quad I_3 = \int_{r_x}^a \rho \frac{d\varepsilon}{dr} dr.$$

$$V' = 4\pi G \left[-\frac{I_1}{r^2} + \frac{p_2}{5} \left(-\frac{3}{r^4} I_2 + 2r I_3 \right) \right] + \frac{r\Omega^2 (2 + 3p_2)}{3},$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \text{ctg}\theta \frac{\partial V}{\partial \theta} = -4\pi G \cdot \frac{6p_2}{5} \left(\frac{1}{r^3} I_2 + r^2 I_3 \right) - 3r^2 \Omega^2 p_2.$$

Если порядок разложения по сферическим гармоникам входящих в уравнения (28)—(33) функций $n \geq 2$, граничные условия на поверхности сферы радиуса a будут следующими [Перцев, 1976]:

$$N = 0, \quad (35)$$

$$M = 0, \quad (36)$$

$$L = (2n+1)a^2 g_0 - \frac{n+1}{a} R, \quad (37)$$

где ρ_m — средняя плотность Земли, $g_0 = -V'(a)$ — ускорение силы тяжести на ее поверхности.

Еще три условия определены на границе ядро—мантия:

$$L - r(n+rv)R + 4\pi G \rho_i r^2 H = 0, \quad (38)$$

$$M = 0, \quad (39)$$

$$N + \rho_i (R + V'H) = 0. \quad (40)$$

Здесь ρ_i — плотность ядра на границе с мантией, G — гравитационная постоянная. Функция v вычисляется согласно уравнению [Молоденский, 1953]:

$$v' + v^2 + \frac{2(n+1)}{r} v + 4\pi G \frac{\rho'}{V'} = 0.$$

Значения плотности, ускорения свободного падения и потенциала в условиях (35)—(40) также полагаются зависящими от широты согласно (1) и (34). Предварительно условия (35)—(40) нормировались согласно (27).

МЕТОД РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ И ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Метод численного интегрирования краевой задачи (28)—(40) наиболее подробно изложен в работах [Спиридонов, Виноградова, 2013; Vinogradova, Spiridonov, 2013]. Там же приведены граничные условия для расчета нагрузочных чисел Лява.

Фактически он сводится к следующему.

Векторы-столбцы значений шести искомым функций на верхней (\bar{Y}_0) и нижней (\bar{Y}_N) границах были связаны между собой уравнением:

$$\bar{Y}_N = C \cdot \bar{Y}_0,$$

где $\bar{Y}_N = (\bar{H}_N, \bar{T}_N, \bar{R}_N, \bar{L}_N, \bar{M}_N, \bar{N}_N)^T$, $\bar{Y}_0 = (\bar{H}_0, \bar{T}_0, \bar{R}_0, \bar{L}_0, \bar{M}_0, \bar{N}_0)^T$, а матрица C представляет собой произведение матриц P , элементы которых последовательно выражают переменные коэффициенты уравнений (28)—(33), умноженные на шаг интегрирования t . К диагональным членам матриц P прибавлена 1. Таким образом,

$$C_{N+1} = \prod_{i=0}^N P_i,$$

где i — номер шага, N — количество шагов (в нашем случае от поверхности до подошвы мантии).

Интегрирование велось с шагом 0.1 км по глубине и (для нагрузочных чисел Лява) 0.1° по широте. Расчеты проводились для моделей Земли PREM [Dziewonski, Anderson, 1981] и IASP91 [Kennett, Engdahl, 1991]. Для учета диссипации параметры Ламе предварительно пересчитывались на периоды приливных волн при помощи логарифмической функции крипа. Достаточность подобного подхода при учете диссипации для суточных и полусуточных волн обоснована в работе [Жарков, Молоденский, 1977].

При определении дельта-фактора волны M2 к числам Лява k и h добавлялись соответствующие поправки за влияние переносного и кориолисового ускорений, взятые из [Молоденский, 1984].

Для суточных волн была применена резонансная кривая (24) из [Dehant et al., 1999]. Мы построили данную кривую для амплитудных дельта-факторов волн суточного диапазона для моделей DDW/H и DDW/NH. После этого для тех же моделей были вычислены отношения полученных дельта-факторов суточных волн к дельта-фактору волны M2, полученному в настоящей работе. Эти отношения были применены для пересчета полученных нами дельта-факторов волны M2 в дельта-факторы суточных

волн. При расчете по модели PREM была применена средняя по двум моделям (DDW/H и DDW/NH) резонансная кривая, поскольку полученное в настоящей работе среднее по широте значение амплитудного фактора волны M2 с точностью до 0.004—0.008 % лежит между дельта-факторами этой волны моделей DDW/H и DDW/NH. Для IASP91 была принята резонансная кривая DDW/NH. Безусловно, в дальнейшем автор работы планирует получить резонансные кривые самостоятельно. Однако это вряд ли способно существенно улучшить оценки.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Основные численные результаты, полученные в настоящей работе, представлены на рисунке, а также табл. 1—4.

На рисунке показаны кривые изменения с широтой амплитудного дельта-фактора волны M2. По оси абсцисс отложена широта, по оси ординат — значение дельта-фактора. Сплошными линиями показаны результаты, полученные в настоящей работе для моделей PREM (нижняя кривая) и IASP91 (верхняя кривая), а зависимости из работы [Dehant et al., 1999] для моделей DDW/H и DDW/NH — штрихпунктирной и штриховой линиями соответственно. Строго говоря, указанные пары кривых не сопоставимы между собой в смысловом отношении, поскольку в настоящей работе зависимость дельта-факторов от широты не зависит от внешнего потенциала, а значит и типа волны. В определении, используемом в работе [Dehant et al., 1999] для вычисления амплитудных дельта-факторов, применяется знаменатель, представляющий собой градиент приливного потенциала W^e вдоль нормали (\hat{n}) к референц-эллипсоиду, оцениваемый на поверхности Земли (на равновесном эллипсоиде в гидростатическом или негидростатическом состоянии). Последнее, собственно, и определяет в указанной работе зависимость получааемых дельта-факторов от широты.

Из рисунка видно плавное (более резкие кривые) возрастание величины дельта-фактора от экватора к полюсу на величину 0.0014 для PREM и 0.0021 для IASP91, что составляет 0.12 и 0.18 % соответственно от его средней величины для этой волны. Полученные здесь кривые для других волн полностью аналогичны кривой, представленной на рисунке, а характерные диапазоны изменения дельта-факторов с широтой представлены в табл. 1 и 2 для моделей PREM и IASP91 соответственно.

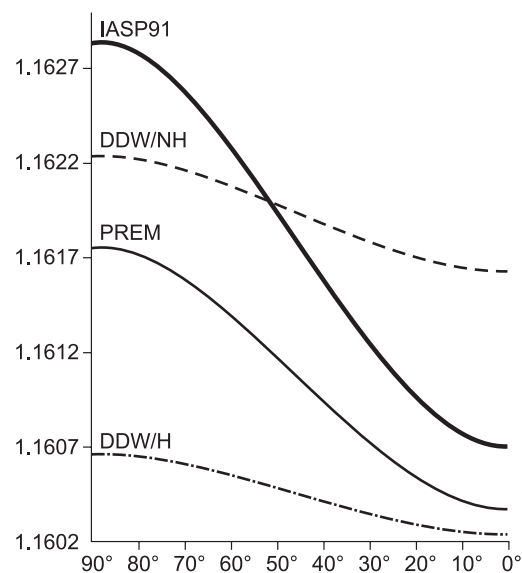
В табл. 1 представлены минимальные (на экваторе), максимальные (на полюсе) и средние по широте значения амплитудных дельта-факторов, вычисленных в настоящей работе по модели PREM, а также средние значения этих величин, полученные в [Dehant et al., 1999] для гидростатического (DDW/H) и негидростатического (DDW/NH) вариантов моделей, средние значения по указанным двум моделям и отклонения от этих средних наших значений. Из табл. 1 видно, что вычисленные нами значения на экваторе достаточно хорошо совпадают со средними значениями DDW/H, а значения на полюсе — с DDW/NH. Что касается наших средних значений, то они лежат практически строго между значениями указанных двух моделей. Отличия наших средних от средних по моделям DDW/H и DDW/NH не превосходят 0.00006, т. е. 0.005 % от величин исследуемых дельта-факторов.

В табл. 2 представлены наши результаты, полученные в настоящей работе для модели Земли IASP91. Сравнение с данными модели DDW/H здесь не проводится, поскольку средние значения, полученные для IASP91, с высокой степенью точности совпадают с таковыми для модели DDW/NH.

Данные табл. 1 и 2, очевидно, свидетельствуют о переоценке роли негидростатичности в модели DDW/NH почти в два раза для модели PREM и полном отсутствии необходимости ее введения для модели IASP91.

Для сравнения полученных нами значений амплитудных дельта-факторов с данными наблюдений (см. табл. 3, 4) мы воспользовались результатами работы [Ducarme et al., 2009], где проводился анализ по результатам измерений, полученных на семи самых современных инструментах сети GGP в Европе (серии CT и CD). Влияние океана в этой работе учитывалось путем осреднения девяти океанических моделей.

В табл. 3 показаны экспериментальные и полученные в настоящей работе для модели PREM теоретические зна-



Зависимость амплитудного дельта-фактора волны M2 от широты.

Пояснение см. в тексте.

Таблица 1. Амплитудные дельта-факторы в сравнении с DDW (модель PREM)

Волна	Экватор	Полус	Среднее	DDW/H	DDW/NH	Среднее (DDW)	Разность средних
Q1	1.15288	1.15427	1.15357	1.15280	1.15425	1.15353	0.00005
O1	1.15288	1.15426	1.15357	1.15279	1.15424	1.15352	0.00006
P1	1.14783	1.14920	1.14851	1.14777	1.14915	1.14846	0.00005
K1	1.13324	1.13459	1.13392	1.13283	1.13489	1.13386	0.00006
OO1	1.15489	1.15628	1.15558	1.15478	1.15627	1.15553	0.00006
M2	1.16037	1.16176	1.16106	1.16030	1.16172	1.16101	0.00005

Таблица 2. Амплитудные дельта-факторы в сравнении с DDW/NH (модель IASP91)

Волна	Экватор	Полус	Среднее	DDW/NH	DDW/NH минус среднее
Q1	1.15325	1.15536	1.15431	1.15425	0.00006
O1	1.15324	1.15536	1.15430	1.15424	0.00006
P1	1.14816	1.15026	1.14921	1.14915	0.00006
K1	1.13390	1.13599	1.13494	1.13489	0.00005
OO1	1.15527	1.15739	1.15633	1.15627	0.00006
M2	1.16071	1.16284	1.16177	1.16172	0.00005

Таблица 3. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов (PREM)

Станция	Широта, град.	M2			O1			K1		
		Набл.	Теория	Разность, %	Набл.	Теория	Разность, %	Набл.	Теория	Разность, %
Membach	50.609	1.16142	1.16120	1.9E-02	1.15359	1.15370	-9.9E-03	1.13568	1.13405	1.4E-01
Strasbourg	48.622	1.16232	1.16115	1.0E-01	1.15366	1.15366	2.9E-04	1.13547	1.13400	1.3E-01
Bad Homb.	50.229	1.16287	1.16119	1.4E-01	1.15450	1.15369	7.0E-02	1.13600	1.13404	1.7E-01
Moxa	50.645	1.16159	1.16120	3.4E-02	1.15315	1.15371	-4.8E-02	1.13507	1.13405	9.0E-02
Medicina	44.522	1.16237	1.16105	1.1E-01	1.15334	1.15365	-2.7E-02	1.13480	1.13391	7.9E-02
Wetzzel	49.146	1.16116	1.16116	-3.1E-05	1.15237	1.15356	-1.0E-01	1.13424	1.13401	2.0E-02
Vienna	48.248	1.16092	1.16114	-1.9E-02	1.15224	1.15367	-1.2E-01	1.13404	1.13399	4.4E-03

Таблица 4. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов (IASP91)

Станция	Широта, град.	M2			O1			K1		
		Набл.	Теория	Разность, %	Набл.	Теория	Разность, %	Набл.	Теория	Разность, %
Membach	50.609	1.16142	1.16198	-4.9E-02	1.15359	1.15450	-7.9E-02	1.13568	1.13515	4.7E-02
Strasbourg	48.622	1.16232	1.16191	3.6E-02	1.15366	1.15443	-6.7E-02	1.13547	1.13507	3.5E-02
Bad Homb.	50.229	1.16287	1.16197	7.8E-02	1.15450	1.15449	9.7E-04	1.13600	1.13513	7.6E-02
Moxa	50.645	1.16159	1.16198	-3.4E-02	1.15315	1.15451	-1.2E-01	1.13507	1.13515	-6.8E-03
Medicina	44.522	1.16237	1.16176	5.3E-02	1.15334	1.15428	-8.1E-02	1.13480	1.13493	-1.1E-02
Wetzzel	49.146	1.16116	1.16193	-6.6E-02	1.15237	1.15445	-1.8E-01	1.13424	1.13509	-7.5E-02
Vienna	48.248	1.16092	1.16189	-8.4E-02	1.15224	1.15442	-1.9E-01	1.13404	1.13506	-9.0E-02

чения амплитудных дельта-факторов для трех волн: M2, O1 и K1, а также их разности, выраженные в процентах. Из табл. 3 видно, что более чем в половине случаев различия между экспериментальными и модельными значениями приближаются к 0.01 %, а в остальных случаях составляют в среднем порядка 0.1 %. В этой связи следует отметить, что сигма примененных в работе [Ducarme et al., 2009] амплитуд девяти океанических приливных моделей обычно соответствовала погрешности в 0.1 %.

Тем не менее несколько лучшее совпадение результатов наблюдений с теорией получилось для наших расчетов по модели IASP91 (см. табл. 4). Расхождение теории и наблюдений в подавляющем числе случаев не превышает здесь сотых долей процента.

Дополнительно было выяснено, что стандартное отклонение расчетных значений дельта-факторов от наблюдаемых по всем семи станциям и трем волнам, полученное по модели, представленной в данной работе, почти на 8 % меньше такового для модели DDW/NH ($8.8 \cdot 10^{-4}$ против $9.6 \cdot 10^{-4}$). Впрочем

указанное различие является, скорее, символическим, поскольку все анализируемые семь станций находятся в средних широтах, где значения нашей модели для IASP91 и DDW/NH мало отличаются друг от друга (см. рисунок).

С целью сравнения результатов, получаемых по указанным двум моделям, были подвергнуты значительной дополнительной обработке данные гравиметрических наблюдений на антарктической японской станции Syowa [Kim et al., 2011]. Прежде всего, эти данные интересны в связи с достаточно высокой широтой расположения пункта (69.007° ю.ш.). В то же время данный пункт характеризуется существенным разбросом амплитуд и фаз океанических приливных моделей. Тем не менее было показано, что вне зависимости от выбора приливной океанической модели, применение теоретических дельта-факторов модели DDW/NH для расчета наблюдаемого океанического эффекта на станции Syowa почти в 70 % случаев (по 14 океаническим моделям и восьми волнам) приводит к более худшим результатам, нежели применение амплитудных факторов, показанных в табл. 4 и заложенных в нашу программу анализа земноприливных наблюдений ATLANTIDA3.1_2014. Более подробные результаты сравнительного анализа теоретических расчетов с данными наблюдений на станции Syowa содержатся в работе [Спиридонов, 2015а].

Проведенные при помощи этой программы расчеты также показали, что зависимость нагрузочных чисел Лява от широты достаточно слабо сказывается на результатах вычисления океанического нагрузочного эффекта. Значимый вклад широтной зависимости был выявлен только для островов в открытом океане и зон с высокими градиентами амплитуд океанического эффекта. Так, на Канарских островах разность между амплитудами океанического эффекта для волны M2, рассчитанными с учетом и без учета широтной зависимости, достигает 0.15 мкГал, что составляет 0.20—0.25 % амплитуды объема прилива для этой волны.

Необходимо отметить, что дальнейшее сравнение теоретических моделей с экспериментом наиболее интересно проводить после привлечения следующего поколения океанических моделей, например, таких как FES2012. Подобное сравнение прогнозных значений приливных параметров с данными наблюдений на 14 станциях сверхпроводящих гравиметров сети Глобального геофизического проекта (GGP) было недавно проведено в работе [Спиридонов, 2015б]. В частности, было показано, что значения амплитудных дельта-факторов и сдвигов фаз для упругой Земли с океаном, получаемые при помощи программы прогноза параметров земных приливов ATLANTIDA3.1_2014 для модели строения Земли IASP91 и океанической приливной модели FES2012 по различным критериям, лучше соответствуют данным наблюдений сети сверхпроводящих гравиметров GGP, нежели соответствующие значения, рассчитанные известной программой PREDICT [Wenzel, 1996]. Численно подтверждено, что данные нашей программы лежат ближе к наблюдениям как за счет применения более современной океанической приливной модели (FES2012), так и представленной здесь более точной модели расчета изменения амплитудных дельта-факторов для Земли без океана с широтой.

ВЫВОДЫ

1. Выявлен характерный рост амплитудных дельта-факторов приливных волн от экватора к полюсу на величину порядка 0.0014 (для модели PREM) и 0.0021 (для IASP91) вне зависимости от типа волны.
2. Полученные в настоящей работе средние модельные значения амплитудных дельта-факторов приливных волн для модели PREM лежат строго посередине между соответствующими средними значениями моделей DDW/H и DDW/NH, а средние для IASP91 совпадают с таковыми для DDW/NH с точностью до единиц в пятом знаке после запятой.
3. Сравнение полученных значений дельта-факторов с данными наблюдений выявило их близкое (в пределах сотых процента) совпадение.

ЛИТЕРАТУРА

- Буллен К.Е. Плотность Земли. М., Мир, 1978, 444 с.
- Жарков В.Н., Молоденский С.М. О поправках за динамический модуль сдвига для чисел Лява // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1977, № 5, с. 17—20.
- Молоденский М.С. Упругие приливы, свободная нутация и некоторые вопросы строения Земли // Тр. Геофизического ин-та АН СССР, 1953, № 19(146), с. 3—52.
- Молоденский М.С., Крамер М.В. Числа Лява для статических земных приливов 2-го и 3-го порядков // Земные приливы и нутация Земли. М., Изд-во АН СССР, 1961, с. 26.
- Молоденский С.М. Приливы, нутация и внутреннее строение Земли. М., ОИФЗ АН СССР, 1984, 215 с.
- Перцев Б.П. Влияние морских приливов ближних зон на земноприливные наблюдения // Физика Земли, 1976, № 1, с. 13—22.

- Спиридонов Е.А.** Программа анализа данных земноприливных наблюдений ATLANTIDA3.1_2014 // Наука и технологические разработки, 2014, т. 93, № 3, с. 3—48.
- Спиридонов Е.А.** Анализ данных земноприливных наблюдений на японской антарктической станции Syowa // Проблемы Арктики и Антарктики, 2015а, № 3(105), с. 27—38.
- Спиридонов Е.А.** Результаты сравнения прогнозных значений параметров земных приливов с данными наблюдений // Сейсмические приборы, 2015б, т. 51, № 2, с. 5—17.
- Спиридонов Е., Виноградова О.** Гравиметрический океанический нагрузочный эффект. Saab-ruchen, Germany, Lambert Academic Publishing, 2013, 139 с.
- Dehant V., Defraigne P., Wahr J.M.** Tides for a convective Earth // J. Geophys. Res., 1999, v. 104, № B1, p. 1035—1058.
- Ducarme B., Rosat S., Vandercollden L., Xiu Jian-Qiao, Sun Heping.** European tidal gravity observations: comparison with Earth tide models and estimation of the free core nutation (FCN) parameters // Observing our changing Earth, International Association of Geodesy Symposia 133 / Ed. M.G. Sideris. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2009, p. 523—531.
- Dziewonski A.M., Anderson D.L.** Preliminary reference Earth model // Phys. Earth Planet. Int., 1981, v. 25, p. 297—356.
- Kennett B.L.N., Engdahl E.R.** Travel times for global earthquake location and phase identification // Geophys. J. Int., 1991, v. 105, p. 429—465.
- Kim T.-H., Shibuya K., Doi K., Aoyama Y., Hayakawa H.** Validation of global ocean tide models using the superconducting gravimeter data at Syowa Station, Antarctica, and in situ tide gauge and bottom-pressure observations // Elsevier Polar Sci., 2011, v. 5, p. 21—39.
- Spiridonov E., Vinogradova O., Boyarskiy E., Afanasyeva L.** ATLANTIDA3.1_2014 FOR WINDOWS: A SOFTWARE FOR TIDAL PREDICTION // Bull. Inf. Marées Terrestres, 2015, № 149, p. 12063—12082.
- Vinogradova O.Yu., Spiridonov E.A.** Some features of TOPEX/POSEIDON data. In 2 Application in gravimetry // Reference frames for applications in geosciences, International Association of Geodesy Symposia 138 / Eds. Z. Altamimi, X. Collilieux. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2013, p. 229—235. DOI:10.1007/978-3-642-32998-2_35.
- Wenzel H.G.** The Nanogal software: Earth tide data processing package Eterna3.30 // Bull. D'Inf. Maree Terr., 1996, v. 124, p. 9425—9439.

*Рекомендована к печати 28 августа 2015 г.
М.И. Эповым*

*Поступила в редакцию
30 октября 2014 г.*