

УДК 533.6.011.5

**Оценка энергетической эффективности
подвода тепла перед летательным аппаратом
при сверхзвуковом полете с ускорением.
Часть II. Математическая модель разгонного
участка траектории и результаты расчета***

А.Ф. Латыпов

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: latypov@itam.nsc.ru

Выполнена оценка экономии топлива на траектории разгона воздушно-космического самолета при подводе энергии в набегающий поток. Начальная и конечная скорости полета заданы. Использована модель глиссирующего полета над холодным воздухом в бесконечном изобарическом тепловом следе. Сравнение расходов топлива произведено на оптимальных траекториях. Расчеты выполнены при использовании комбинированной силовой установки, состоящей из прямоточного воздушно-реактивного двигателя и жидкостного ракетного двигателя. В первой части статьи для оценки тяги и удельного импульса ПВРД построена эксергетическая модель. Для оценки аэродинамического сопротивления летательного аппарата используется квадратичная зависимость от аэродинамической подъемной силы. Энергия на нагрев потока получается за счет эквивалентного уменьшения эксергии продуктов сгорания. Получены зависимости увеличения коэффициента дальности крейсерского полета при различных числах Маха. Во второй части статьи приводится математическая модель разгонного участка траектории полета летательного аппарата и результаты расчета по уменьшению затрат топлива на траектории разгона при заданном значении подводимой перед летательным аппаратом энергии.

Ключевые слова: нагрев набегающего потока, глиссирующий полет, эффективность, ПВРД, эксергетический метод, оптимальная траектория.

6. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Уравнения движения центра масс летательного аппарата в скоростной системе координат в плоском случае имеют вид (для рассматриваемого типа ЛА $\dot{\theta} \approx 0$):

$$\begin{aligned} \frac{V^0}{g} \dot{w} &= \frac{R_1 + R_2}{mg} - \frac{(1-w^2) \cos \theta}{K} - \sin \theta = n_v, \\ \dot{m} &= - \left(\frac{R_1}{I_1} + \frac{R_2}{I_2} \right), \\ \dot{H} &= V^0 w \sin \theta, \\ Y &= mg(1-w^2) \cos \theta. \end{aligned} \tag{6.1}$$

* Формулы имеют сквозную нумерацию с первой частью статьи, напечатанной в журнале "Теплофизика и аэромеханика". — 2008. — Т. 15, № 4. — С. 573–584.

Обозначения: r_e — радиус земли, g — ускорение свободного падения, $V^0 = \sqrt{g r_e}$ — орбитальная скорость, $w = V_\infty / V^0$ — относительная скорость ЛА, m — масса ЛА, H — высота полета, θ — угол наклона траектории ЛА, $n_v = \dot{V}_\infty / g$ — относительное продольное ускорение. Относительная скорость и число Маха связаны очевидным соотношением $w = M_\infty \bar{a}_\infty$, $\bar{a}_\infty = a_\infty / V^0$.

На режимах полета, когда сечение входящей в двигатель струи воздуха на бесконечности F_∞ меньше входного сечения двигателя F_0 , возникает так называемое сопротивление жидкого контура c_{xg} [1] и уменьшается поступающий в двигатель расход воздуха на величину $\phi_r = F_\infty / F_0$. Функции $c_{xg}(M_\infty, \alpha_A)$, $\phi_r(M_\infty, \alpha_A)$ существенно зависят от компоновки ЛА. Поскольку здесь нет привязанности к какой-либо компоновке, влияние дополнительного сопротивления может быть определено заданием функции $K_m(M_\infty)$. Очевидно, что функции c_{xg} , ϕ_r связаны. Для подфюзеляжной компоновки двигателя в работе [2] получено соотношение

$$c_{xg} \cong \frac{\bar{F}_0}{4} (1 - \phi_r)^3,$$

из которого с использованием функции $K_m(M_\infty)$ определяется ϕ_r . Однако реализация такой компоновки сомнительна, т. к. она неустойчива по траектории [3]. Здесь же на этапе функционального моделирования предполагается, что входное устройство двигателя регулируется, и на всех режимах полета $c_{xg} = 0$, $\phi_r = 1$.

Сравнение расходов топлива на разгон с нагревом воздуха перед ЛА и без нагрева должно производиться на оптимальных траекториях. Определим некоторые их свойства.

7. УГОЛ НАКЛОНА ТРАЕКТОРИИ

Пусть на траектории разгона локально выполняется соотношение

$$q_\infty \rho_\infty^c, \quad c \geq 0. \quad (7.1)$$

Для изотермической атмосферы $\rho_\infty = \rho_{\infty 0} \exp(-gH/R_\infty T_\infty)$ из (7.1) и уравнения

$$\dot{H} = V_\infty \sin \theta \quad (7.2)$$

следует:

$$\sin \theta = \lambda(w) n_v, \quad \lambda(w) = \frac{2\bar{a}_\infty^2}{(1+c)\kappa_\infty w^2} = \frac{2}{(1+c)\kappa_\infty M_\infty^2}. \quad (7.3)$$

Значение $c = 0$ соответствует полету при $q_\infty = \text{const}$, режим $c \rightarrow \infty$ соответствует полету при $\rho_\infty = \text{const}$.

8. ВАРИАЦИЯ m

Пусть в некоторой точке траектории реализуется вариация δm^0 . Определим ее изменение вдоль траектории в предположении, что параметры силовой установки при этом не меняются. Исключим в уравнениях (6.1) время, используя в качестве независимой переменной скорость w . Тогда:

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{m}}{dw} &= -\frac{V^0}{n_v} \frac{\bar{R}_\Sigma}{I_e}, \\
(1+\lambda(w))n_v &= \frac{\bar{R}_\Sigma}{\bar{m}} - \frac{(1-w^2)\cos\theta}{K}, \\
c_y q_\infty S &= m_0 g \bar{m} (1-w^2),
\end{aligned} \tag{8.1}$$

где $\bar{m} = m/m_0$, $\bar{R}_i = R_i/m_0 g$, $r_i = \bar{R}_i/\bar{R}_\Sigma$, $i=1,2$, $\bar{R}_\Sigma = \bar{R}_1 + \bar{R}_2$, $I_e^{-1} = r_1 I_1^{-1} + r_2 I_2^{-1}$.

Из соотношений (2.6), (7.3), (8.1) получим уравнения в вариациях:

$$\begin{aligned}
\frac{d\delta\bar{m}}{dw} &= \frac{V^0}{n_v} \frac{\bar{R}_\Sigma}{I_e} \frac{\delta n_v}{n_v}, \\
(1-B_m) \frac{\delta n_v}{n_v} &= -(1+A_m) \frac{\delta\bar{m}}{\bar{m}} + A_m \frac{\delta K}{K}, \\
\frac{\delta K}{K} &= -\left(1 - \frac{2c_{x2}}{c_x}\right) \frac{\delta c_y}{c_y}, \quad \frac{\delta c_y}{c_y} = \frac{\delta\bar{m}}{\bar{m}}, \\
A_m &= \frac{(1-w^2)\cos\theta}{Kn_v(1+\lambda(w))}, \quad B_m = \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{(1-w^2)tg\theta}{K}.
\end{aligned} \tag{8.2}$$

Из (8.2) следует искомое решение

$$\delta\bar{m}(w) = \delta\bar{m}^0 \exp\left[-(1-B_m)^{-1} \int_{w_0}^w \frac{V^0}{n_v} \frac{\bar{R}_\Sigma}{I_e} [1+2A_m(1-\bar{c}_{x2})] dw\right]. \tag{8.3}$$

Таким образом, вдоль траектории сохраняется знак начальной вариации. Это означает, что если на каком-либо отрезке $[w, w+\delta w]$ соответствующим выбором значений управляющих функций $\bar{R}_1, \bar{R}_2, c_y$ достигается уменьшение расхода топлива по сравнению с текущим значением, то уменьшаются и суммарные затраты топлива на траектории разгона.

9. ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ (НАЧАЛЬНАЯ ФОРМУЛИРОВКА)

Расход топлива $g_{T\Sigma} = 1 - \bar{m}(w_1)$ на разгон ЛА определяется из решения задачи:

$$\begin{aligned}
g_{T\Sigma} &= 1 - \max_{\bar{R}_1, \bar{R}_2, \bar{c}_y \in D} \bar{m}(w_1), \\
\frac{d\bar{m}}{dw} &= -\bar{m}f, \\
f &= \frac{V^0}{I_e} \left[(1+\lambda(w)) + \frac{(1-w^2)\cos\theta}{n_v K} \right], \\
w &\in [w_0, w_1], \quad \bar{m}_0 = 1.
\end{aligned} \tag{9.1}$$

Выражение f следует из (8.1), D — допустимая область управления.

Для решения задач оптимального управления широко используется метод Ритца, состоящий в замене исходной задачи некоторой вложенной последовательностью конечномерных задач минимизации, решения которых образуют минимизирующую последовательность [4]. Построение минимизирующей последовательности — весьма трудоемкий процесс. Однако в данном случае можно упростить решение задачи (9.1). В соответствии с принципом оптимальности, если достигнута некоторая точка с координатами (w, \bar{m}) , то последующая траектория должна быть также оптимальной. Пусть эта траектория построена. Обозначим ее T_* . Зададим в точке (w, \bar{m}) вариацию $(-\delta\bar{m})$. Тогда из (8.3) следует, что вдоль траектории, исходящей из точки $(w, \bar{m} - \delta\bar{m})$, сохраняется отрицательный знак начальной вариации при управлении из T_* . Оптимизирующая коррекция управления также не приведет к изменению знака вариации в какой-либо точке траектории. В противном случае траектория T_* не была бы оптимальной. Таким образом, чем больше значение \bar{m} при данном w , тем больше конечное значение \bar{m}_1 .

Для построения оптимальной траектории, исходящей из какой-либо точки сечения $w - \delta w = \text{const}$, необходимо на участке $[w - \delta w, w]$ определить управление, обеспечивающее достижение максимального значения \bar{m} в сечении $w = \text{const}$. Теперь задача (9.1) может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{m}}{dw} &= -\bar{m} \cdot f_{\min}, \quad w \in [w_0, w_1], \quad \bar{m}_0 = 1, \\ f_{\min} &= \min_{\bar{R}_1, \bar{R}_2, \bar{c}_y \in D} f. \end{aligned} \quad (9.2)$$

Значения начальной w_0 и конечной w_1 скоростей заданы. Для вычисления величин, входящих в выражение f , используются приведенные соответствующие математические модели. Предполагается, что при отсутствии нагрева набегающего потока ($\varepsilon = 1$) в начальной точке полета задано значение максимального аэродинамического качества K_{m0} . Задано также значение \bar{F}_0 . Вычисляя параметр c_{y0}^α по соотношению (2.4), получаем для аэродинамического коэффициента подъемной силы значение $c_{y0}^m = 0,5 c_{y0}^\alpha K_{m0}^{-1}$. Определим f_{\min} в начальной точке траектории. Допустимое множество управлений задано условиями: $\bar{c}_{y\min} \leq \bar{c}_y \leq 1$, $\alpha_{1\min} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{1\max}$, $\bar{R}_2 = 0$. Вычисляем значение коэффициента подъемной силы $c_{y0} = \bar{c}_{yopt} c_{y0}^m$, и из последнего уравнения системы (8.1) — значение параметра:

$$P_0 = \frac{\bar{F}_0}{c_{y0}} (1 - w_0^2). \quad (9.3)$$

10. Вариация q_∞

В плоскости $\{\bar{q}, \bar{\rho}\}$ обозначим точки:

$$0 = \{\bar{q}_0, \bar{\rho}_0\}, \quad 1 = \{\bar{q}_0, \bar{\rho}_0 + \delta\bar{\rho}\}, \quad 2 = \{\bar{q}_0 + \delta\bar{q}, \bar{\rho}_0\}, \quad 3 = \{\bar{q}_0 + \delta\bar{q}, \bar{\rho}_0 + \delta\bar{\rho}\}$$

(в фигурных скобках указаны координаты точек). Надчерк означает нормирование величин на соответствующие значения в точке 0. Определим разность масс $\Delta = \bar{m}_{023} - \bar{m}_{013}$ в точке 3 при движении по траекториям (023) и (013) при условиях: $\alpha_1 = \text{const}$, $R_2 = \text{const}$, $I_2 = \text{const}$. Поскольку

$$\delta w = \frac{w}{2} \left(\frac{\delta \bar{q}}{\bar{q}} - \frac{\delta \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \right), \quad (10.1)$$

то

$$\delta \bar{m} = -\frac{V^0 w}{2n_V} \left[\frac{\bar{R}_1}{I_1} + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right] \left(\frac{\delta \bar{q}}{\bar{q}} - \frac{\delta \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \right). \quad (10.2)$$

Используя (10.2), последовательно получаем:

$$\begin{aligned} \bar{m}_{023} - \bar{m}_0 &= \frac{V^0}{2} \left\{ -\left(\frac{w}{n_V} \right)_0 \left[\left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} \right)_0 + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right] \frac{\delta \bar{q}}{\bar{q}} + \left(\frac{w}{n_V} \right)_2 \left[\left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} \right)_2 + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right] \frac{\delta \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \right\}, \\ \bar{m}_{013} - \bar{m}_0 &= \frac{V^0}{2} \left\{ -\left(\frac{w}{n_V} \right)_1 \left[\left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} \right)_1 + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right] \frac{\delta \bar{q}}{\bar{q}} + \left(\frac{w}{n_V} \right)_0 \left[\left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} \right)_0 + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right] \frac{\delta \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \right\}. \end{aligned}$$

Искомая разность масс имеет вид

$$\frac{2\bar{\rho}\bar{q}}{V^0} \Delta = \left\{ \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial \bar{\rho}} \left[\frac{w}{n_V} \left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right) \right] + \bar{q} \frac{\partial}{\partial \bar{q}} \left[\frac{w}{n_V} \left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right) \right] \right\} \delta \bar{\rho} \delta \bar{q}.$$

Для функции $y(\bar{\rho}, \bar{q})$ введем линейный оператор $J(y) = \frac{Dy}{D\bar{\rho}} + \frac{Dy}{D\bar{q}}$, $Dx = \frac{\partial x}{\partial x}$.

Очевидные свойства:

$$1) y = a^m b^n, \quad J(y) = mJ(a) + nJ(b),$$

$$2) y = \alpha a + \beta b, \quad J(y) = \frac{\alpha a}{y} J(a) + \frac{\beta b}{y} J(b).$$

Выражение для вычисления Δ принимает вид

$$\Delta = \frac{V^0 w \bar{R}_2}{2n_V I_e} J \left[\frac{w}{n_V} \left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right) \right] \frac{\delta \bar{\rho} \delta \bar{q}}{\bar{\rho} \bar{q}}. \quad (10.3)$$

Ниже приведены значения оператора от некоторых входящих в Δ функций.

y	w	$\varphi(w)$	$\lambda(w)$	\bar{m}	$\psi(\bar{m})$	$C_R(w)$	$I_1(w)$	\bar{R}_1	\bar{c}_y
$J(y)$	0	0	0	0	0	0	0	1	-1

Далее:

$$\begin{aligned} J \left[\frac{w}{n_V} \left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right) \right] &= J \left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right) - J(n_V), \\ J \left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right) &= r_1 \frac{I_e}{I_1}, \end{aligned}$$

$$J(n_V) = \frac{1}{(1+\lambda)n_V} \left[\frac{(\bar{R}_1 + \bar{R}_2)}{\bar{m}} J(\bar{R}_1 + \bar{R}_2) + \frac{1-w^2}{K} J(K) \right],$$

$$(\bar{R}_1 + \bar{R}_2) J(\bar{R}_1 + \bar{R}_2) = \bar{R}_1,$$

$$J(K) = 1 - \frac{\xi \varepsilon}{\bar{c}_x} = \sqrt{\frac{w}{w_0} \bar{c}_y} \bar{K} - 1.$$

Подставляя в (10.3), получим

$$\Delta = -\frac{V^0 w \bar{R}_2}{2n_V I_e} \left[J(n_V) - r_1 \frac{I_e}{I_1} \right] \frac{\delta \bar{p} \delta \bar{q}}{\bar{p} \bar{q}}. \quad (10.4)$$

Для $J(n_V)$ используем 2 вида записи:

$$a) J(n_V) = 1 - \frac{1}{(1+\lambda)n_V} \left[\frac{\bar{R}_2}{\bar{m}} + \frac{1-w^2}{K_0} \sqrt{\frac{w}{w_0} \bar{c}_y} \right],$$

$$b) J(n_V) = \frac{1}{(1+\lambda)n_V} \left[\frac{\bar{R}_1}{\bar{m}} + \frac{1-w^2}{K} \left(1 - \frac{\xi \varepsilon}{\bar{c}_x} \right) \right]. \quad (10.5)$$

Рассмотрим предельные случаи:

1. Сила тяги создается только ПВРД: $r_1 = 1$, $I_e = I_1$, $\bar{R}_2 = 0$. Тогда, используя $a)$ из (10.5), имеем

$$\Delta = -\frac{V^0 \bar{R}_1 (1-w^2) w}{2K_0 I_1 (1+\lambda) n_V^2} \sqrt{\frac{w}{w_0} \bar{c}_y} \frac{\delta \bar{p} \delta \bar{q}}{\bar{p} \bar{q}}. \quad (10.6)$$

В уравнении (10.6) $\Delta > 0$, т.к. на сравниваемых траекториях разгона $\delta \bar{q} > 0$, $\delta \bar{p} < 0$. Поскольку вариация $\delta \bar{q} > 0$ может быть реализована многократно, это означает, что оптимальной траекторией разгона с использованием только ПВРД является полет при значении $q_\infty = q_{\infty \max}$.

2. Сила тяги создается только ЖРД: $r_1 = 0$, $I_e = I_2$, $\bar{R}_1 = 0$. В этом случае, используя $b)$ из (10.5), имеем

$$\Delta = -\frac{V^0 \bar{R}_2 (1-w^2) w}{2K I_2 (1+\lambda) n_V^2} \left(1 - \frac{\xi \varepsilon}{\bar{c}_x} \right) \frac{\delta \bar{p} \delta \bar{q}}{\bar{p} \bar{q}}. \quad (10.7)$$

В уравнении (10.7) при $\bar{c}_x > \xi \varepsilon$ также $\Delta > 0$. В противном случае значение скоростного напора должно быть уменьшено. Значение скоростного напора определяется из условия полета при максимально допустимом значении угла атаки летательного аппарата $\alpha_{A \max}$.

3. В общем случае, когда сила тяги создается ПВРД и ЖРД, равенство $\Delta = 0$ из (10.4) является условием переключения значения q_∞ — $q_\infty = q_{\infty \max}$ при $\Delta > 0$, $\alpha_A = \alpha_{A \max}$ при $\Delta \leq 0$.

11. УГОЛ АТАКИ α_A

Изменение угла атаки α_A определяется выражением

$$\bar{\alpha}_A = \bar{\alpha}_A^0 \frac{\bar{m}}{\bar{q}_\infty} \frac{1-w^2}{1-w_0^2} \sqrt{\frac{w}{w_0}}, \quad \bar{\alpha}_A = \frac{\alpha_A}{\alpha_{A\max}}. \quad (11.1)$$

Используя выражения для расхода топлива ПВРД в виде

$$\frac{d\bar{m}}{dw} = -\frac{2P_0\bar{q}_\infty}{\alpha_1 L_0 n_v w}, \quad (11.2)$$

получаем при $\bar{q}_\infty = \text{const}$

$$\left. \frac{D\bar{\alpha}_A}{Dw} \right|_q = \frac{1-5w^2}{2(1-w^2)} - \frac{2P_0\bar{q}_\infty}{\alpha_1 L_0 n_v w}.$$

Полет летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем при постоянном значении скоростного напора сопряжен с опасностью превышения допустимого угла атаки $\alpha_{A\max}$, т. к. существует такое значение w_* , что при

$w > w_*$ $\left. \frac{D\bar{\alpha}_A}{Dw} \right|_q > 0$. При построении оптимальных траекторий разгона необходимо учитывать ограничение $\bar{\alpha}_A \leq 1$.

12. УГОЛ НАКЛОНА ТРАЕКТОРИИ ПРИ $\alpha_A = \text{const}$

Из (2.1), (2.5) следует в данном случае $\bar{c}_y \sqrt{w} = \text{const}$. Тогда из последнего соотношения (8.1) получим

$$\frac{\bar{\rho}_\infty w^{1.5}}{\bar{m}(1-w^2)} = \text{const}. \quad (12.1)$$

Запишем уравнения в вариациях из (12.1) и (8.1):

$$\begin{aligned} \frac{\delta\bar{\rho}}{\bar{\rho}} &= \frac{\delta\bar{m}}{\bar{m}} - \frac{3+w^2}{2(1-w^2)} \frac{\delta w}{w}, \\ \frac{\delta\bar{m}}{\bar{m}} &= -\frac{V^0}{I_e} \left(1 + \frac{1-w^2}{\text{Kn}_v} + \frac{\sin \theta}{n_v} \right) \delta w. \end{aligned} \quad (12.2)$$

Из (7.2) получаем дополнительно

$$\frac{\delta\bar{\rho}_\infty}{\bar{\rho}_\infty} = -\frac{g}{R_\infty T_\infty} \delta H = -\frac{(V^0)^2 w \sin \theta}{R_\infty T_\infty n_v} \delta w. \quad (12.3)$$

Уравнения (12.2), (12.3) определяют угол наклона траектории

$$\frac{\sin \theta}{n_v} = \frac{\left(1 + \frac{1-w^2}{\text{Kn}_v} \right) + \frac{3+w^2}{2(1-w^2)} \frac{\hat{I}_e}{M_\infty}}{\kappa \hat{I}_e M_\infty - 1}, \quad \hat{I}_e = \frac{I_e}{a_\infty}. \quad (12.4)$$

Подставим значение (12.4) в уравнение для перегрузки

$$\frac{\bar{R}_\Sigma}{\bar{m}} - \frac{1-w^2}{K} - \sin \theta = n_V.$$

Получим

$$\frac{\bar{R}_\Sigma}{\bar{m}n_V} - \frac{1-w^2}{Kn_V} \left(1 + \frac{1}{\kappa \hat{I}_e M_\infty - 1} \right) = \frac{\kappa \hat{I}_e M_\infty + \frac{3+w^2}{2(1-w^2)} M_\infty}{\kappa \hat{I}_e M_\infty - 1}. \quad (12.5)$$

Замечая, что $\kappa \hat{I}_e M_\infty \gg 1$, выражение (12.5) будет иметь вид

$$\frac{\bar{R}_\Sigma}{\bar{m}} - \frac{1-w^2}{K} = \left[1 + \frac{1}{\kappa M_\infty^2} \frac{3+w^2}{2(1-w^2)} \right] n_V, \quad (12.6)$$

из которого заключаем, что функция $\lambda(w)$ в данном случае равна

$$\lambda(w) = \frac{3+w^2}{2(1-w^2)}. \quad (12.7)$$

13. Вариация n_V

Исследуем влияние вариации n_V в произвольной точке траектории полета на расход топлива при условии $q_\infty = \text{const}$. Обозначим удельные расходы топлива

$\omega_i = \frac{V^0}{n_V} \frac{\bar{R}_i}{I_i}$, $i=1, 2$. Пусть при некотором значении w полет происходит с пере-

грузкой $n_V > 0$ с использованием только ПВРД. Оптимальное значение коэффициента избытка воздуха $\alpha_{1\text{opt}}$ в камере сгорания ПВРД определяется из решения задачи (следует из (11.2)):

$$\max_{\alpha_1} (\alpha_1 n_V), \quad \alpha_1 \in [\alpha_{1\text{min}}, \alpha_{1\text{max}}], \quad n_V(\bar{R}_1) \leq n_{V\text{max}}, \quad \bar{R}_1 = \bar{R}_1(\alpha_1). \quad (13.1)$$

Используя метод штрафных функций [5], введем функционал:

$$\Phi = \alpha_1 n_V + 0,5k_n \varepsilon_n^{-2} \psi_n^2, \\ \psi_n = 0,5(\phi_n + |\phi_n|), \quad \phi_n = n_V - n_{V\text{max}} \leq 0$$

и запишем необходимое условие экстремума

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_1} = n_V + \frac{\alpha_1 + k_n \varepsilon_n^{-2} \psi_n}{(1 + \lambda(w)) \bar{m}} \frac{\partial \bar{R}_1}{\partial \alpha_1} = 0. \quad (13.2)$$

Решение уравнения (13.2) $\alpha_1 = \alpha_{1\text{opt}}$ дает решение задачи (13.1). Коэффициент штрафа k подбирается из условия выполнения ограничения с заданной точностью ε_n — $n_{V\text{opt}} - n_{V\text{max}} \leq \varepsilon_n$. Из работы [5] имеем $k \sim \varepsilon_n$. Если

$n_{V\text{max}} \leq n_{V\text{opt}} \leq n_{V\text{max}} + \varepsilon_n$, то полет продолжается с использованием только ПВРД. В противном случае включим дополнительно ЖРД и оценим изменение суммарного расхода топлива. Итак, при работе только ПВРД имеем (обозначено $n_{V1} = n_{V\text{opt}}$ и принято $\cos \theta \approx 1$):

$$(1 + \lambda(w))n_{v1} = \frac{\bar{R}_1}{\bar{m}} - \frac{1-w^2}{K}, \quad \omega_1 = \frac{V^0 \bar{R}_1}{n_{v1} I_1}. \quad (13.3)$$

При включении ЖРД с некоторой силой тяги \bar{R}_2 :

$$(1 + \lambda(w))n_{v\Sigma} = \frac{\bar{R}_1}{\bar{m}} - \frac{1-w^2}{K} + \frac{\bar{R}_2}{\bar{m}}, \quad \omega_\Sigma = \frac{V^0}{n_{v\Sigma}} \left(\frac{\bar{R}_1}{I_1} + \frac{\bar{R}_2}{I_2} \right). \quad (13.4)$$

Из выражений (13.3), (13.4) вытекает — сила тяги ЖРД

$$\frac{\bar{R}_2}{\bar{m}} = (1 + \lambda(w))(n_{v\Sigma} - n_{v1}). \quad (13.5)$$

Очевидно, что условием включения ЖРД является $\omega_\Sigma < \omega_1$. Запишем это условие, используя необходимые соотношения из (13.3), (13.4):

$$\frac{\omega_\Sigma}{\omega_1} = \frac{n_{v1}}{n_{v\Sigma}} \left(1 + \frac{I_1 \bar{R}_2}{I_2 \bar{R}_1} \right) \leq 1. \quad (13.6)$$

Преобразуем неравенство (13.6), используя (13.5):

$$\begin{aligned} \frac{I_1 \bar{R}_2}{I_2 \bar{R}_1} < \frac{n_{v\Sigma}}{n_{v1}} - 1 = \frac{n_{v\Sigma} - n_{v1}}{n_{v1}} = \frac{\bar{R}_2}{\bar{m}(1 + \lambda(w))n_{v1}}, \\ \frac{I_1}{I_2} < \frac{\bar{R}_1}{\bar{m}(1 + \lambda(w))n_{v1}}. \end{aligned}$$

Далее, используя первое соотношение из (13.3), получим условие включения ЖРД

$$\frac{I_1}{I_2} < 1 + \frac{1-w^2}{(1 + \lambda(w))n_{v1}K} = \chi. \quad (13.7)$$

Оценим функцию ω_Σ . Из уравнения (13.7) для момента включения ЖРД запишем соотношения между удельными импульсами в форме

$$I_1 = \sigma \chi I_2, \quad \sigma < 1.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \omega_\Sigma &= \frac{V^0 \bar{m}}{n_{v\Sigma} I_2} \left(\frac{1}{\sigma \chi} \frac{\bar{R}_1}{\bar{m}} + \frac{\bar{R}_2}{\bar{m}} \right) = \\ &= \frac{V^0 \bar{m}}{n_{v\Sigma} I_2} \left[\frac{1}{\sigma \chi} \chi (1 + \lambda(w))n_{v1} + (1 + \lambda(w))(n_{v\Sigma} - n_{v1}) \right] = \\ &= \frac{V^0 \bar{m}(1 + \lambda(w))}{n_{v\Sigma} I_2} \left[\frac{1}{\sigma} n_{v1} + (n_{v\Sigma} - n_{v1}) \right] = \\ &= \frac{V^0 \bar{m}(1 + \lambda(w))}{I_2} \left[1 + \frac{1 - \sigma}{\sigma} \frac{n_{v1}}{n_{v\Sigma}} \right]. \end{aligned}$$

Поскольку $\sigma < 1$, перегрузка должна быть максимальной. Тяга ЖРД

$$\bar{R}_2 = \bar{m} \left[(1 + \lambda(w)) n_{V\Sigma} + \frac{1-w^2}{K} \right] - \bar{R}_1. \quad (13.8)$$

Условие выключения прямоточного воздушно-реактивного двигателя:

$$I_1 \leq I_2. \quad (13.9)$$

Конечная формулировка задачи

$$\frac{d\bar{m}}{dw} = -\bar{m} \cdot \min_{n_V} f, \quad w \in [w_0, w_1], \quad \bar{m}_0 = 1, \quad n_V \in (0, n_{V \max}].$$

Коэффициент \bar{c}_y определяется режимом полета $q_\infty = q_{\infty \max}$ или $\bar{\alpha}_A = 1$ при текущем значении массы ЛА. При работе только ПВРД n_V определяется из решения задачи (13.1), при ЖРД — $n_V = n_{V \max}$. Правая часть в дифференциальном уравнении — разрывная функция. Точки разрыва определяются условиями:

1. $\bar{\alpha}_A = 1 + \delta_1$;
2. $\frac{I_1}{I_2} = 1 + \frac{1-w^2}{(1+\lambda(w))n_{V1}K} + \delta_2$;
3. $I_1 = I_2 + \delta_3$, $\delta_j \ll 1$, $j = 1, 2, 3$.

Условие 1 соответствует достижению максимального угла атаки. Условие 2 — моменту включения ЖРД. Условие 3 — моменту выключения ПВРД. Величины δ_j — заданы. Интегрирование производится по методу [5].

Результаты расчета

Исходные данные:

$$M_0 = 4, \quad M_1 = 17, \quad K_{m0} = 4, \quad \bar{F}_0 = 0,1, \quad \varepsilon = 0,3, \\ \bar{c}_{y0} = 0,7, \quad I_2 = 4700 \text{ [м/сек]}, \quad n_{V \max} = 3.$$

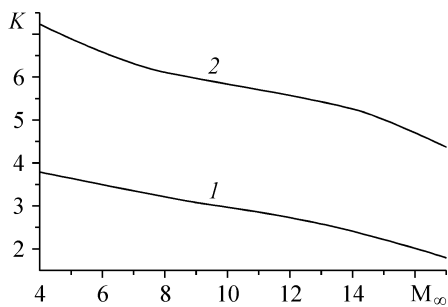


Рис. 1. Аэродинамическое качество ЛА на траектории разгона без подогрева воздуха (1) и с подогревом (2, $\varepsilon = 0,3$).

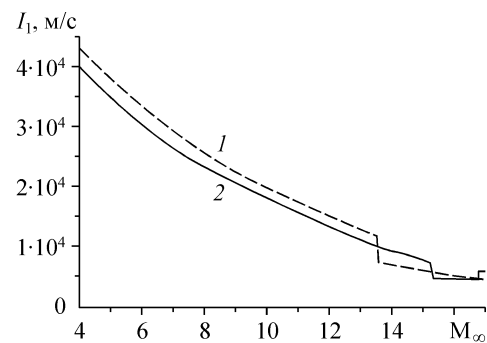


Рис. 2. Удельный импульс ПВРД на траектории разгона без подогрева воздуха (1) и с подогревом (2, $\varepsilon = 0,3$).

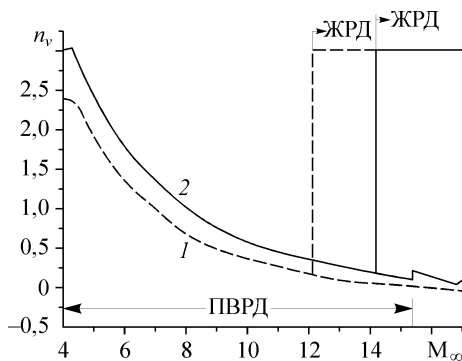


Рис. 3. Продольная перегрузка на траектории разгона без подогрева воздуха (1) и с подогревом (2, $\varepsilon = 0,3$).

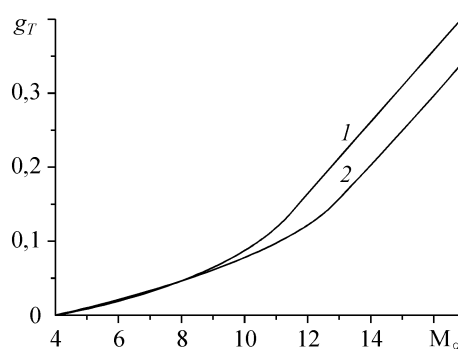


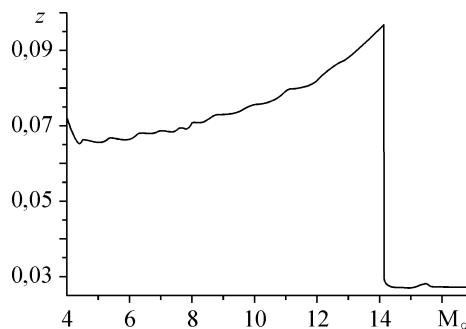
Рис. 4. Расход топлива на траектории разгона без подогрева воздуха (1) и с подогревом (2, $\varepsilon = 0,3$).

На рис. 1, 2 представлены значения качества и удельного импульса ПВРД по траектории полета без подогрева и с подогревом набегающего потока. Аэродинамическое качество увеличивается значительно при малом уменьшении удельного импульса. На рис. 3 представлено значение продольной перегрузки с указанием моментов включения ЖРД и выключения ПВРД. На рис. 4 показан расход топлива. Видно, что нагрев набегающего потока позволяет значительно уменьшить расход топлива на разгон: $\Delta g_T \approx -0,06$ при умеренных значениях затрачиваемой на нагрев энергии (рис. 5).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана методика оценки эффективности подвода тепла перед летательным аппаратом при полете со сверхзвуковой скоростью. Показана значительная эффективность такого способа управления обтеканием ЛА как при крейсерском полете, так и при полете с ускорением. Полет происходит на границе раздела сред различной плотности (режим глиссирующего полета). Необходимы специальные расчетные исследования устойчивости такого полета, поскольку граница раздела сред не плоская. Конфигурация поверхности раздела зависит главным образом от числа Струхала. Поэтому при полете будут действовать нестационарные распределенные силы и моменты. Разработан также эксергетический метод оценки коэффициента тяги и удельного импульса ПВРД, являющийся составной частью методики. Метод может быть использован при решении других задач аэромеханики.

Рис. 5. Доля энергии, расходуемой на подогрев набегающего потока, от выделяемой в камере сгорания энергии на траектории разгона.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клячкин А.Л. Теория воздушно-реактивных двигателей. — М.: Машиностроение, 1969. — С. 512.
2. Латыпов А.Ф., Тенетов В.П. Функциональная математическая модель силовой установки гиперзвукового летательного аппарата // Препринт ИТПМ СО АН СССР. — Новосибирск, 1983. — № 4-83. — С. 1–31.
3. Белоглазкин А.Н., Гунько Ю.П., Кошечев А.В., Мажуль И.И. Расчетный анализ аэродинамических и суммарных тягово-аэродинамических характеристик гиперзвукового летательного аппарата с ГПВРД // Ежегодная научная школа–семинар ЦАГИ “Механика жидкости и газа”, 30 янв.-4 февр. 1990 г. — Сб. докл. “Аэротермодинамика воздушно-космических систем” — Жуковский: ЦАГИ, 1992. — С. 51–60.
4. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. — М.: Мир, 1971. — С. 400.
5. Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В. Метод численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием интерполяционных полиномов Эрмита // Журнал вычислит. матем. и матем. физики. — 1998. — Т. 38, № 10. — С. 1665–11670.

Статья поступила в редакцию 21 июля 2008 г.

Вниманию читателей!

В журнале “ТИА”. — 2008. — Т. 15, № 4 в статье А.Ф. Латыпова “Оценка энергетической эффективности подвода тепла перед летательным аппаратом при сверхзвуковом полете с ускорением. Часть 1. Математические модели”, в разделе “Результаты расчета” следует читать:

На рис. 2 представлена зависимость $\bar{F}_0(M_\infty)$. С увеличением крейсерского числа Маха полета требуемое значение \bar{F}_0 значительно увеличивается и при $M_\infty = 12$ достигает $\sim 0,1$.